This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

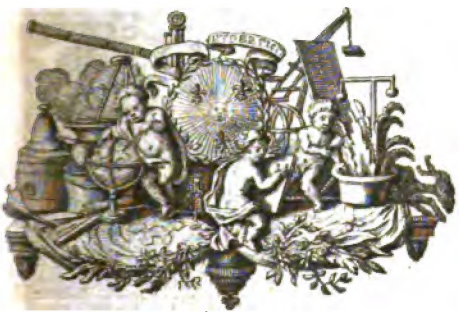
Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXVII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

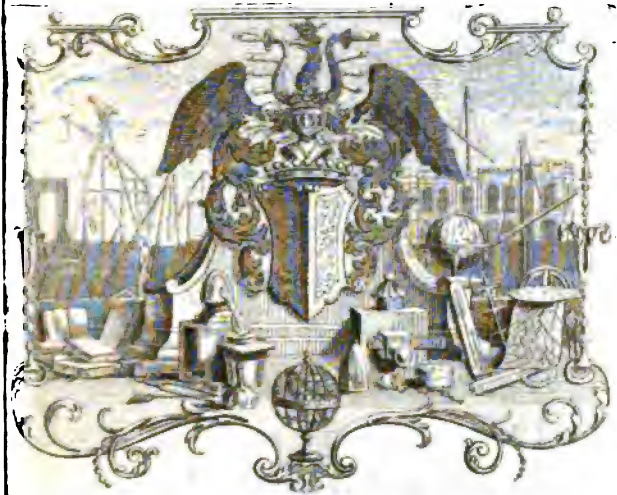
Tirés des Regiſtres de cette Académie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

KSD 208



A MONSIEUR

LE COMTE DE

WATZDORFF,

CHAMBELLAN ET CONSEILLER DE LA COUR DE SA MAJESTÉ POLONOISE, ET PRÉVOT DE L'EGLISE CATHEDRALE DE BAUTZEN.

MONSIEUR,

En prenant la liberté de Vous dédier ce volume de l'*Hiſtoire* & des *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, ce n'eſt ni à la Naiſſance ni aux Emplois, c'eſt au ſeul Savoir que je rends hommage. La profonde connoiſſance que Vous avez acqui-

quiſe de la plupart des Sciences qui ſont la matiere de ce Recueil, Vous diſtingueroit parmi ceux-mêmes que leur profeſſion engage à s'y appliquer. Combien plus doit-on l'admirer en Vous, MONSIEUR, qui au milieu du tumulte de la Cour, avez ſu Vous procurer tous les avantages de la retraite; & qui oſez être ſavant, dans un rang où l'on fait ſi peu de cas du Savoir? Je ne crains donc point, MONSIEUR, de Vous offrir cet Ouvrage; je ſai l'eſtime que Vous en faites: & je me flate que Vous recevrez

avec bonté ce témoignage public du profond reſpect avec lequel j'ai l'honneur d'être,

MONSIEUR,

Votre très humble & très obeïſſant ſerviteur

PIERRE MORTIER.

PRI-

PRIVILEGIE.

DE Staten van Holland en West-Friesland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by PIERRE MORTIER, Burger, en Boekverkoper binnen Amsterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copye, en Kopere Plaaten, van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirés des Registres de cette Academie, commencée avec l'année* 1699, *jusques à present*: Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunstig Octroy was verleent aan wijle *Gerard Kuyper* om dezelve alleen met uytsluyting van alle andere gedurende den tyd van vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaaten, als hy zoude goet vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een pœnaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geeindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirés des Registres de cette Accademie*, van jaare tot jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences dont il est parlé dans l'Histoire & dans les Memoires de cette Academie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences, enrichies de plus de* 200 *fig.* En een *Recueil de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix proposés par l'Academie Royale des Sciences*; benevens eene *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences, publiées dans son ordre.* En eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique, de Physique & autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques à l'année* 1698 *inclusivement*; wel verstaande van het laast-genoemde maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; waar toe hy Suppliant zeer groote kosten en moeyte genoodzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menschen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel

of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote ſchade van hem Suppliant; en om daar in te wezen geſecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoedigiyk verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunſtig geliefden te verleenen ſpeciaal Octroy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerſtkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Hiſtoria Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique tirés des Regiſtres de cette Academie*, met alle de nog volgende deelen en ſtukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences, dont il eſt parlé dans l'Hiſtoire & Memoires de cette Academie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences, Enrichies de plus de* 200 *fig.* benevens een *Recueil des Pieces qui ont remporté les Prix propoſés par Mrs. de l'Academie Royale des Sciences*, en een *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Hiſtoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences, publiées dans ſon ordre;* en Eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique, de Phyſique, & autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences, depuis ſon commencement juſques a l'année* 1698. *inclusivement;* wel verſtaende van het laeſt-genoemde Werk maer alleen alle die ſtukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of Weſt-Frieſland nooyt waren gedrukt geweeſt; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met ſpeciaal verbod aen alle andere om dezelve Werken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttrekſels van dezelve, van wat natuure, naame, ofte in wat Taale dezelve ſouden mogen zyn, te moogen maaken ofte doen maaken, drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duyſent Guldens, ofte ſoo veel het ons ſoude goed dunken tot meer affchrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alſoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Octroye van den 22 January 1706, tegens de Overtreders geſtipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menſchen van haer voorneemen tot merkelyke ſchade van den Suppliant af te ſchrikken, en de bovengemelde

de Werken voor den Suppliant van de grootſte aangelegentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake en de het voorſz: verzoek overgemerkt hebbende, ende genegen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onſe regte wetenſchap, Souveraine magt, ende Authoriteit, den zelven Suppliant geconſenteert, geaccordeert, en geoctroyeert hebben, conſenteeren, accordeeren, en octroyeeren hem by dezen, dat hy geduurende den tyd van vyftien eerſt agter een volgende Jaaren, de bovengemelde Werken in dier voegen als zulks by den Suppliant is verſogt, en hier vooren uytgedrukt ſtaat, binnen den voorſz. Onſen Lande alleen ſal mogen Drukken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, verbiedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naer te drukken, te doen nadrukken te verhandelen of te verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve onzen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaaren, ende een Boete van Drie duyſent Guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier die de Calange doen ſal, een derde part voor den Armen der plaetſe daer het Caſus voorvallen ſal, ende het reſterende derde part voor den Suppliant, en dit telkens zo menigmael als dezelve ſullen werden agterhaeld. Alles in dien verſtaande, dat wy den Suppliant met deſen onſen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van zyne ſchaade door het nadrukken van de voorſz. Werken, daer door in geenigen deelen verſtaen, den innehouden van dien te authoriſeeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve onder onſe protectie ende beſcherminge eenig meerder credit, aanſien ofte reputatie te geven, nemaer den Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude influeren, alle het zelve tot zynen laſte zal gehouden weſen te verantwoorden; tot dien eynde wel expreſſelyk begeerende dat by aldien hy deſen onſen Octroye voor dezelve Werken ſal willen ſtellen, daer van geene gebrevieerde ofte gecontraheerde mentie ſal mogen maaken, nemaer gehouden weſen het zelve Octroy in 't geheel en ſonder eenige omiſſie daer voor te drukken, of te doen drukken; ende dat hy gehouden ſal zyn een Exemplaer van de voorſz. Werken op Groot papier, gebonden, en wel geconditioneert, te brengen in de Bibliotheecq van onſe Univerſiteit te Leyden, binnen

den tyd van ſes weeken, na dat hy Suppliant de voorſz. Werken ſal hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ſes hondert Guldens, na expiratie der voorſz. ſes weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytſe Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met der daat verſteeken te zyn van het effect van deeſen Octroye: dat ook den Suppliant, ſchoon by het ingaan van dit Octroy een Exemplaar gelevert hebbende aan de voorſz. onſe Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Octroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige obſervatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden ſal zyn wederom een ander Exemplaar van deſelve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorſz. Bibliotheecq, binnen den zelven tyd, en op de boete en pœnaliteit als voorſz. Ende ten einde den Suppliant deſen Onſen Conſente ende Octroye mooge genieten als naar behooren, laſten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van deſen doen, laaten, ende gedoogen, ruſtelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, ceſſeerende alle belet ter contrarie. Gegeven in den Hage, onder Onſen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't Jaar onſes Heeren ende Zaligmaakers, Duyſent zeven hondert een en dertig.

J. G. V. ROETZELAER

Ter Ordonnantie van de Staten

WILLEM BUYS.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Octroy ter hand geſtelt by extract Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Reſolutien van den 28 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om ſig daar na te reguleeren.

TA-

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR des Os d'Eléphans trouvés sous terre. Page 1
Observation de Physique générale. 6

ANATOMIE.

Sur ce que le Nerf Intercostal fournit des Esprits aux Yeux. 9
Sur la Vûe des Enfans. 13
Sur les mouvemens des Levres. 17
Diverses Observations Anatomiques. 20

CHIMIE.

Sur le Verre des Bouteilles, ou sur la dissolubilité de plusieurs Verres. 34
Sur le froid qui résulte ordinairement du mélange des Huiles Essentielles avec l'Esprit de Vin. 37
Sur un Sel naturel de Dauphiné. 40
Observations Chimiques. 43

BOTANIQUE.

Sur le Corail. 50
Sur une Végétation particuliere qui vient sur le Tan. 54

ARITHMETIQUE.

Sur quelques Propriétés nouvelles des Nombres. 57

GEOMETRIE.

Sur le Roulement des Polygones réguliers. 71
Sur les Polygones réguliers circonscrits & inscrits. 75
Sur un nouveau Dévelopement des Courbes. 78
Sur une nouvelle Goniométrie. 84

ASTRONOMIE.

Sur le premier Satellite de Jupiter, & sur les Tables que feu M. Cassini en a données. 149
Sur la Question, si la Lune tourne autour de la Terre, ou la Terre autour de la Lune. 162

MECHANIQUE.

Sur la force des Revêtemens qu'il faut donner aux Levées de Terres, Digues, &c. 153.
Sur l'impulsion oblique des Fluides. 190

Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1727. 197

Eloge de M. de Malézieu. 201
Eloge de M. Newton. 209

TABLE
POUR LES
MEMOIRES.

MEMOIRE dans lequel il eſt démontré que les Nerfs Intercoſtaux fourniſſent des rameaux qui portent des eſprits dans les yeux. Par M. PETIT, Médecin. Page 1

Recherches du mouvement propre des Etoiles fixes par des Obſervations d'Arcturus, faites par M. Picard, & comparées avec de pareilles Obſervations faites au Luxembourg. Par M. DELISLE DE LA CROYERE. 26

Obſervations & Expériences ſur une des eſpeces de Salamandre. Par M. DE MAUPERTUIS. 38

Expériences ſur la diſſolubilité de pluſieurs ſortes de Verres. Par M. DU FAY. 45

*Second Mémoire, ou Réflexions nouvelles ſur une Précipitation ſinguliere de pluſieurs Sels par un autre Sel, déja rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, ſous le Titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE *ſur la diſſolution ſucceſſive de différens Sels dans l'eau commune.* Par M. LEMERY. 56

Re-

Règles ou Loix générales des impulsions obliques des Fluides contre une surface plane. Par M. PITOT. 69

Dissertation Astronomique sur le mouvement de la Lune, & de la Terre, où l'on examine laquelle de ces deux Planetes tourne autour de l'autre, comme Satellite. Avec des Remarques sur les Satellites en général. Par M. DE MAIRAN. 90

Observations sur une paire de Cornes d'une grandeur & figure extraordinaire. Par M. le Chevalier HANS SLOANE. 153

Observations sur le mélange de quelques Huiles Essentielles avec l'Esprit de Vin. Par M. GEOFFROY le Cadet. 162

Troisieme Mémoire sur la Geométrie purement Analytique, Par M. DE LAGNY. 171

Histoire de ce qui a occasionné & perfectionné le Recueil de Peintures de Plantes & d'Animaux sur des feuilles de Vélin, conservé dans la Bibliotheque du Roi. Par M. DE JUSSIEU. 189

De la Poussée des Terres contre leur Revêtement, & de la force des Revêtements qu'on leur doit opposer. SECONDE PARTIE. Par M. COUPLET. 200

Idée générale des différentes manieres dont on peut faire la Porcelaine; & quelles sont les véritables ma-

matieres de celle de la Chine. Par M. DE REAUMUR. 261

Quadrature & Rectification des Figures formées par le roulement des Polygones réguliers. Par M. DE MAUPERTUIS. 287

*Troiſieme Mémoire ou Réflexions nouvelles ſur une Précipitation ſinguliere de pluſieurs Sels par un autre Sel, déja rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, ſous le Titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE SUR LA DISSOLUTION SUCCESSIVE DE DIFFERENS SELS DANS L'EAU COMMUNE. Par M. LEMERY. 301

De la Théorie des Cometes. Par M. CASSINI. 321

Pourquoi les Enfans ne voyent pas clair en venant au monde, & quelque temt après qu'ils ſont nés. Par M. PETIT le Médecin. 346

Méthode pour ſommer une infinité de Suites nouvelles, dont on ne peut trouver les Sommes par les Méthodes connues. Par M. NICOLE. 361

Obſervations ſur la formation du CORAIL, *& des autres productions appellées* PLANTES PIERREUSES. Par M. DE REAUMUR. 378

Recherches ſur la Rectification des Barometres. Par M. SAURIN. 396

Remar-

Remarques sur les Polygones réguliers inscrits & circonscrits. Par M. DU FAY. 418

Mémoire sur les Dents & autres Ossemens de l'Eléphant, trouvés dans terre. Par M. le Chevalier HANS SLOANE. 429

Observation touchant une Végétation particuliere qui naît sur l'Ecorce du Chêne battue, & mise en poudre, vulgairement appellée DU TAN. Par M. MARCHANT. 472

Nouvelle Maniere de développer les Courbes. Par DE MAUPERTUIS. 478

Explication des Tables du Premier Satellite de Jupiter; avec des Réflexions sur le mouvement de ce Satellite. Par M. MARALDI. 493

Examen d'un Sel tiré de la terre en Dauphiné; par lequel on prouve, que c'est un SEL DE GLAUBER NATUREL. Par M. BOULDUC. 527

Observations sur le Porc-épic; extraites de Mémoires & de Lettres de M. Serrazin, Médecin du Roi à Québec, & Correspondant de l'Académie. Par M. DE REAUMUR. 538

Observation de l'Eclipse du Soleil du 15 Septembre 1727. Faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis. Par M. CASSINI. 555

Observations Météorologiques de l'année M.DCCXXVII. Par M. MARALDI. 557

HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.
Année M. DCCXXVII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR DES OS D'ELEPHANS TROUVÉS SOUS TERRE.

LEs Savans & les Curieux de toute l'Europe connoiſſent, au moins de réputation, le Cabinet de M. le Chevalier Sloane, célébre Médecin Anglois, qui a raſſemblé un Tréſor de Botanique, de Phyſique, d'Hiſtoire Naturelle, dont la grandeur paroît au deſſus des forces d'un Particulier. Quand on a devant ſoi un ſemblable fonds, on a les matériaux néceſſaires pour travailler ſi telle matiere que l'on veut, & il ne faut plus que les détacher de la maſſe commune. C'eſt ce qu'il

a

* V. les M. p. 429.

a fait sur les Os d'Eléphant trouvés sous terre, en joignant encore aux pieces qu'il avoit sous les yeux, tout ce qu'une grande lecture d'Auteurs, tant anciens que modernes, lui avoit appris sur ce même sujet; & il en a composé un Mémoire qu'il a envoyé à l'Académie, dont il est Membre sous le titre d'Associé Etranger.

Les Os d'Eléphant trouvés en terre ne se reconnoissent pas toûjours au premier coup d'œil pour ce qu'ils sont, il n'y a guere que les deux grandes dents saillantes en dehors, ou *Defenses*, & qui sont l'Yvoire, à quoi l'on ne peut se tromper, pour peu qu'on ait de connoissances. Faute de cela, on les a quelquefois prises pour des Cornes. Les autres Os moins particuliers à l'Eléphant, se reconnoissent sûrement par la comparaison qu'on en fait avec de semblables parties dans des Squelettes de cet Animal. Les Dents de toutes les sortes sont les Os que l'on trouve le plus souvent, & qui par conséquent se conservent le mieux. Leur action si nécessaire, & si souvent répétée, demandoit qu'elles eussent l'avantage d'une consistance plus forte & plus inaltérable.

Quelquefois les Os d'Eléphant sont pétrifiés en tout, ou en partie; & quelquefois ils sont calcinés de façon, qu'au simple toucher ils s'en vont en poussiere, ou du moins se séparent en quantité de morceaux. Il est assés évident que cette différence ne peut être rapportée qu'aux différens sucs terrestres dont ces Os se sont impregnés selon les différens lieux. De ces sucs, les uns rongent, détruisent,

ſent, calcinent, les autres conſolident & pétrifient. De-là vient qu'on trouve même quelquefois des Corps humains aſſés entiers, quoiqu'inhumés depuis long-tems.

On a découvert des Oſſemens d'Eléphant en Angleterre, en Flandre, en Allemagne, & juiqu'en Iſlande & en Sibérie, les païs du monde où l'on peut le moins ſoupçonner qu'il y ait jamais eu d'Eléphans. Quand le dégel, & ſur-tout un dégel prompt, arrive en Sibérie, de grandes Rivieres qui doivent paſſer au pied des Montagnes, & qui roulent alors un prodigieux nombre de glaçons d'une énorme grandeur, détachent de ces Montagnes, & emportent avec elles de groſſes pieces de terre, où ſe trouvent quelquefois des oſſemens d'Eléphans, qui demeurent épars çà & là. Ils appartiennent ſi bien à des Eléphans, que c'eſt aſſés ſouvent de l'Yvoire, dont on trafique. Cependant les Sibériens, & ſur-tout ceux qui ſont Idolâtres, & encore fort ſauvages, ont imaginé un Animal fabuleux, auquel ils donnent ces Os. Ils l'appellent *Mammont*. Il eſt d'une grandeur prodigieuſe, il vit dans de grandes Cavernes, d'où il ne ſort jamais, & s'il en ſort par quelque accident, il perd la vie dès qu'il voit le jour. Lorſqu'il marche dans des lieux trop bas, il ſoulève la terre, qui retombe enſuite. On ne l'a jamais vû, & on en fait l'hiſtoire.

Ces oſſemens d'Eléphant, auxquels on peut joindre ceux de Baleines, & de quelques autres grands Animaux, ont produit encore, ſelon M. Sloane, une autre erreur conſidéra-

ble, même parmi quelques Savans; ils ont cru que ces grands Os appartenoient à des Géants, qui souvent par les proportions qu'on en tiroit auroient excédé toute mesure imaginable; tel d'entre eux auroit eu jusqu'à 60 coudées, ou 90 pieds. L'érudition de M. Sloane lui fournit un dénombrement assés exact de ces prétendus Géants. Outre qu'il est plus raisonnable de rapporter les grands Os à de grands Animaux que l'on connoît, qu'à des Hommes prodigieux dont on n'a point de certitude; on peut quelquefois remarquer aisément que ces grands Os n'ont point les proportions de dimension, ni même la figure que demanderoient des Os humains, & on le pourroit toûjours par une Anatomie *comparée* plus exacte qu'elle n'a été jusqu'à présent sur ce sujet. M. Sloane en donne pour exemple quelques Os des Vertebres d'une Baleine trouvés en terre, & qui au jugement du commun du monde auroient pu appartenir à un grand Géant, mais que des yeux d'Anatomiste jugeroient bien vîte trop différens des Vertebres de l'Homme.

Il reste une grande question; comment des Eléphans ont-ils laissé leurs Os dans des païs, où il n'y a pas d'apparence qu'ils ayent jamais été vivans? M. le Comte Marsigli, qui dit dans son grand Ouvrage du Danube, qu'il a trouvé de ces Os au fond de plusieurs Lacs de Hongrie, croit que les Romains y avoient transporté des Eléphans pour s'en servir dans leurs Armées, & que ceux qui mouroient, on les jettoit dans des Lacs pour garantir le Camp de l'air empesté de leurs Cadavres. Cette

te opinion, quoiqu'aſſés vrai-ſemblable & ingenieuſe, n'eſt pourtant pas adoptée par M. Sloane. Il prouve par des témoignages de l'antiquité que l'Yvoire étoit d'un grand prix chés les Romains, & qu'ils auroient du moins ſauvé celui des Eléphans morts, ce qu'on voit qu'ils n'ont pas fait. Il eſt cependant très-probable qu'il y aura eu des Eléphans tranſportés & enterrés dans quelques lieux que naturellement ils n'habitoient pas; mais on ne peut guére imaginer qu'il y en ait jamais eu en Sibérie un auſſi grand nombre qu'il faudroit pour ſatisfaire aux faits conſtans. De plus, qu'imagineroit-on pour les os de Baleine, pour une infinité de coquillages ſemés par toute la Terre? Il eſt aiſé de voir à quelle concluſion nous en voulons venir avec M. Sloane. Il y a eu de grands bouleverſemens ſur notre Globe terreſtre, & ſur-tout de grandes inondations. Nous en avons déja beaucoup parlé dans les Hiſtoires de 1706 *, de 1708 †, de 1710 ‡, de 1715 ‖, de 1721 §, & de 1723 ¶. Il eſt ſeulement à craindre qu'on ne néglige trop deſormais les nouvelles preuves qu'on découvrira d'une vérité ſi bien établie.

* p. 11. & ſuiv. † p. 36. & ſuiv. ‡ p. 24. & ſuiv.
‖ p. 1. & ſuiv. § p. 1. & ſuiv. ¶ p. 21. & ſuiv.

OBSERVATION DE PHYSIQUE GENERALE.

LE 21 Août 1727 à 5 heures ½ du soir on vit à Beziers une Colomne assés noire qui descendoit d'une Nue jusqu'à terre, & diminuoit toûjours de largeur en approchant de la terre, où elle se terminoit en pointe. Elle paroissoit être à deux lieues de la Ville entre Puisserguier & Capestan. L'Air étoit alors calme à Beziers. On y avoit entendu auparavant quelques coups de Tonnerre du côté de l'Occident.

Comme ce Météore, qui n'est pas fort rare sur Mer, où il s'appelle *Trombe de mer*, l'est beaucoup sur terre, Mrs. Bouillet & Cros, de l'Académie nouvellement établie à Beziers, eurent la curiosité d'aller à Capestan, où il avoit été beaucoup mieux vû, pour en apprendre sûrement toutes les particularités. A Capestan le Ciel s'obscurcit d'une maniere extraordinaire; le Vent y fut violent; la Colomne, toûjours en forme de Cone renversé, étoit de couleur cendrée tirant sur le Violet, elle obéissoit au Vent qui soufloit de l'Oüest au Sud-Oüest, accompagnée d'une espece de fumée fort épaisse, & d'un bruit pareil à celui d'une Mer fort agitée, arrachant quantité de rejettons d'Olivier, déracinant des Arbres, & jusqu'à un gros Noyer qu'elle transporta à 40 ou 50 pas, & marquant son chemin par une large trace bien

bien battue, où trois Carroſſes de front auroient paſſé. Il parut une autre Colonne de la même figure, mais qui ſe joignit bien-tôt à la premiere; & après que le tout eut diſparu, il tomba une grande quantité de Grêle. On a parlé en 1725 * d'un Météore qui a quelque rapport avec celui-ci.

M. Andoque, de la même Académie de Beziers, envoya à M. de Mairain, avec la Relation de ces faits, un ſyſtême qu'il en avoit imaginé. Il n'eſt point ſatisfait de l'eſpece d'Eolipile qu'on pourroit concevoir dans les Nues, ainſi que l'on a fait pour expliquer quelques Phénomenes pareils en quelque ſorte; & en effet la matiere de la Colonne, qui ſortiroit de la Nue par une ouverture ſemblable au trou de l'Eolipile, ne prendroit pas la figure d'un Cone renverſé, mais la figure contraire. Il a recours à des Tourbillons qui ſe doivent former dans l'Air, comme il s'en forme dans les Eaux.

Que l'on imagine dans la Mer deux Courans paralleles pour plus de facilité, de même direction, & aſſés peu éloignés; l'eau qui eſt entre eux eſt par elle-même ſans mouvement; mais les parties les plus proches de part & d'autre des deux Courans ne peuvent s'empêcher d'en prendre par la rencontre & la colliſion des Courans, & le mouvement qu'elles prennent eſt déterminé à ſe faire en rond, comme celui d'une Roue horizontale en repos frappée ſelon une Tangente. On conçoit ſans peine que ce mouvement eſt d'autant plus fort que l'eſt celui des Courans, & qu'il ſe communique de proche

* p. 6.

che en proche à toute l'eau auparavant tranquille. Elle ſe meut donc en tourbillon.

Et il ne faut pas ſeulement imaginer ce tourbillon à ſa ſurface ſupérieure, mais dans toute la profondeur renfermée entre les deux Courans. Seulement l'eau de la ſurface ſupérieure, qui n'eſt chargée de rien, a plus de facilité à tourbillonner, que l'eau inférieure chargée de la ſupérieure, & de-là le tourbillon total doit prendre la figure d'un Cone dont la baſe ſoit en haut.

Si l'on ne ſuppoſe qu'un Courant, il ne laiſſera pas de faire tourbillonner dans toute ſa profondeur une partie de l'eau tranquille qu'il rencontrera, mais une moindre partie que s'il y avoit eu deux Courans. Le reſte ſera le même.

Cela s'applique aiſément au phénomene que M. Andoque veut expliquer. Il y avoit un calme à Beziers, & un grand vent à Capeſtan; un Courant impétueux dans l'Athmoſphere en alloit choquer violemment une autre partie tranquille, & faiſoit tourbillonner ce qu'il en détachoit. La grande obſcurité du Ciel à Capeſtan marque une grande condenſation de nuage causée par ce vent, & à cauſe de cette condenſation il en tomboit des vapeurs aqueuſes, qui ſe mêlant à l'air tourbillonnant faiſoient par leur quantité la fumée épaiſſe, & le bruit par leur extrême agitation. La figure du Tourbillon d'air & de vapeurs dut être la même, & poſée de même que celle d'un Tourbillon d'eau formé dans la Mer, elle fut l'effet des mêmes principes. Ces idées ſuffiront à qui voudroit ſuivre encore tout cela plus loin.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires
Le Journal des Obſervations de M. Maraldi pour 1727. *

ANATOMIE.

SUR CE QUE LE NERF INTERCOSTAL fournit des Eſprits aux Yeux. †

LE nom d'Intercoſtal, que l'on donne à un Nerf fort connu des Anatomiſtes, doit faire juger qu'il ſe répand ou ſe ramifie entre les Côtes, & qu'il y porte des Eſprits qui ſerviront au mouvement de ces parties, à ceux de l'Eſtomac, à la reſpiration, à la voix, &c. Car tout le monde ſait que comme les Arteres ſont les canaux du ſang, de ce grand fluide commun, d'où toutes les autres humeurs ſont tirées, de même les Nerfs ſont les canaux des Eſprits néceſſaires à tous les mouvemens de la Machine animale. Le Nerf Intercoſtal a effectivement les fonctions déſignées par ſon nom, mais il en a encore d'autres plus cachées, & que M. Petit le Médecin n'a découvertes qu'en étudiant

* V. les M. P. 557. † V. les M. p. 1.

diant auſſi exactement qu'il l'a fait par rapport à l'opération de la Cataracte tout ce qui appartient aux Yeux.

Les Nerfs de la 5me & de la 6me Paire ſe diſtribuent dans toute la Tête, & les Yeux reçoivent certainement pluſieurs de leurs rameaux. Tous les Anatomiſtes, à la tête deſquels on doit mettre à l'égard de la deſcription des Nerfs Willis & Vieuſſens, ont cru que le Nerf Intercoſtal prenoit ſon origine des Nerfs de ces deux Paires pour aller de-là ſe répandre dans la région des Côtes. Mais M. Petit ſoupçonna qu'il venoit plutôt ſe joindre à ces Nerfs qu'il n'en partoit. Car s'il en partoit, il devoit naturellement être poſé à leur égard de façon qu'il reçût d'eux les Eſprits, fluide qu'ils lui fourniſſoient, ſelon le cours que ce fluide avoit en coulant dans leur cavité, c'eſt-à-dire qu'il falloit qu'en partant des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire l'Intercoſtal eût ſon origine tournée vers la leur ; or M. Petit obſervoit une poſition contraire de l'Intercoſtal, & le fluide n'eût pû entrer dans ſa cavité qu'en rebrouſſant. En ſecond lieu, après la jonction de l'Intercoſtal & du Nerf de la 6me Paire, celui-ci étoit plus gros du côté oppoſé à ſon origine, ce qui marquoit que de ce côté-là loin d'avoir, pour ainſi dire, jetté l'Intercoſtal hors de lui, il l'avoit reçû, & continuoit ſa route avec lui. Cette augmentation de volume dans le Nerf de la 6me Paire, d'où l'on tiroit cet indice, ne ſe voyoit pas de même dans le Nerf de la 5me après ſa jonction avec l'Intercoſtal ; mais ce Nerf de la 5me Paire eſt ſi gros par rapport à celui de la 6me, qu'il n'étoit pas étonnant que

ſon.

son volume ne fût pas sensiblement augmenté comme celui de l'autre ; du reste nous avons déja dit que la position de l'Intercostal à l'égard de l'un & de l'autre étoit la même.

Il n'étoit point indifférent de savoir si l'Intercostal partoit des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire, ou s'il venoit s'y joindre. S'il en partoit, il n'avoit point de rapport aux Yeux, sujet sur lequel M. Petit ne vouloit rien négliger ; s'il venoit se joindre à ces Nerfs, il pouvoit même selon toutes les apparences aller avec eux jusqu'aux Yeux. Mais comme après sa jonction avec ces deux Nerfs il s'y perd entierement, & en devient inséparable, la vûe seule ne peut décider la question, & M. Petit imagina heureusement un autre moyen aussi sûr que la vûe même. Si l'Intercostal étant coupé à un Animal, il s'en ensuit des effets sensibles dans les Yeux, & qui ne puissent être rapportés à aucune autre cause, certainement l'Intercostal va aux Yeux, & par conséquent il ne part pas des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire, mais il s'y va joindre. Cette conséquence est importante pour la Nevrologie ; mais il l'est encore plus de savoir quel est le rapport de l'Intercostal aux Yeux, sur quelles parties précisément tombe ce rapport, quelles maladies en peuvent naître.

M. Petit a fait un grand nombre d'experiences sur des Chiens vivans, à qui il a coupé l'Intercostal, toûjours vis-à-vis de la 3me ou 4me Vertebre du Col. Là ce Nerf est enfermé dans une Gaine avec le Nerf de la 8me Paire, & on ne peut couper l'un sans l'autre, mais il est bien sûr que ce Nerf de la 8me Paire n'a aucun

rapport aux Yeux ; ainſi tout ce qui arrive aux Yeux par cette opération ne peut jamais être attribué qu'à l'Intercoſtal. Dans toutes les expériences de M. Petit les effets qu'on auroit cru devoir plus naturellement provenir de ce que l'Intercoſtal étoit coupé, la perte ou l'affoibliſſement de la voix, les vomiſſemens, les palpitations de cœur, &c. ont tous varié, & varié conſidérablement, & juſqu'au point de manquer quelquefois : mais ceux qui appartenoient aux Yeux ont été beaucoup plus conſtans, les Yeux ſont devenus ternes, ils ont diminué, ils ont jetté de la Chaſſie ou des larmes, la Cornée s'eſt applatie, une membrane cartilagineuſe qui coule ſur le bord de Cornée s'eſt étendue, & en a couvert une partie, la Conjonctive s'eſt enflammée, &c. car nous ſupprimons un détail trop particulier. Et afin qu'il ne reſte aucun doute ſur ces accidens des Yeux, ils ne ſont jamais arrivés qu'à l'Oeil droit ou au gauche, quand l'Intercoſtal n'a été coupé que de l'un ou de l'autre côté.

Il eſt donc bien démontré que l'Intercoſtal porte des Eſprits dans les Yeux, mais comme ce n'eſt qu'en certaines parties des Yeux, le deſordre que cauſe la ſection de ce Nerf arrive parce que quelques parties ſont privées des Eſprits qu'elles euſſent dû recevoir, tandis que d'autres ne le ſont pas. Toutes les parties du Corps animal ſont en quelque ſorte arcboutées les unes contre les autres, & ſe tiennent en état par cet équilibre. Celles à qui il manque des Eſprits qui leur appartenoient, perdent la tenſion néceſſaire, ſe relâchent, & d'autres profitent auſſi tôt de leur foibleſſe, & uſurpent ſur elles.

elles. Les liqueurs qui ne coulent plus assés facilement dans des vaisseaux relâchés, s'y amassent, & si la liqueur est du sang, voilà une inflammation; si c'est celle qui doit, comme dans les Yeux, entrer par les *Points lacrymaux*, & qui ne le peut plus, du moins en assés grande quantité, ce sont des larmes, ou de la Chassie, qui coulent au-dehors. Il se peut aussi que le dérangement des parties solides empêche une liqueur de se former aussi abondamment qu'il faudroit, & c'est ainsi qu'il ne se forme pas assés d'Humeur aqueuse pour tenir bien tendue la Cornée dont elle remplit la concavité; de là vient que cette membrane se ride, se fronce, & perd son brillant naturel. Ce peu d'idées générales & d'applications particulieres peuvent suffire pour servir d'introduction à des explications infiniment plus circonstanciées, que donne M. Petit sur une matiere jusqu'à présent peu approfondie.

SUR LA VUE DES ENFANS.

VOICI encore un fruit de l'étude particuliere que M. Petit a faite des Yeux; & qui s'est présenté à lui sur son chemin. Tout le monde a observé que les Enfans nouveau-nés voyent peu, ou ne distinguent rien: leur vûe incertaine, qui ne se fixe à aucun objet, marque qu'aucun ne les frappe assés. Si

* V. les M. p. 346.

Si on obſerve de plus près, on s'apperçoit que leurs Yeux n'ont point encore le brillant qu'ils auront dans la ſuite. M. Petit a été plus loin par l'Anatomie, il a trouvé que l'épaiſſeur de leur Cornée étoit beaucoup plus grande que dans les Adultes, où elle ne paſſe pas une demi-ligne, & que leur Humeur Aqueuſe étoit beaucoup au-deſſous de 5 grains, ce qui eſt la quantité dont elle eſt dans les Adultes; que de plus elle eſt en moindre quantité que ne demanderoit la proportion de leur Oeil à celui des Adultes; & qu'à meſure que les Enfans ſont plus avancés dans un eſpace de tems compris entre leur naiſſance & 5 ou 6 ſemaines, ils ont la Cornée moins épaiſſe, & plus d'Humeur aqueuſe; juſqu'à ce qu'enfin cette Humeur vienne à être dans la quantité requiſe ſelon la grandeur de leur Oeil. L'Uvée paroît auſſi plus épaiſſe, la Rétine eſt extrêmement molle; mais l'Humeur Vitrée, le Criſtallin & la Capſule qui le renferme, ont toute leur transparence naturelle. Dans les Fœtus qui ne ſont pas venus à terme, toutes les différences d'avec les Yeux des Adultes ſont encore plus marquées. On doit ſeulement s'attendre qu'il ſe ſera trouvé, comme il arrive toujours, des variétés en différens Sujets.

Il paroît donc que le défaut de la vûe des Enfans nouveau-nés vient principalement de ce que leur Cornée eſt trop épaiſſe, & leur Humeur Aqueuſe en trop petite quantité. Cette trop grande épaiſſeur de la Cornée n'eſt pourtant pas préciſément une cauſe du défaut, les Rayons ne laiſſeroient pas de traver-

verſer toujours bien la Cornée, comme ils traverſent des Verres ſans comparaiſon plus épais; mais elle n'eſt épaiſſe que parce qu'elle n'eſt pas bien tendue, parce qu'elle eſt froncée & ridée, ce qui produit dans ſa ſurface des inégalités fort contraires à la régularité néceſſaire des Refractions. De plus, puiſque la Cornée n'eſt pas aſſés tendue, elle n'a pas la convexité & la courbure que ces mêmes Refractions demandent. C'eſt l'Humeur Aqueuſe, qui doit tendre la Cornée en rempliſſant ſa concavité, & elle n'eſt pas en quantité ſuffiſante; & cela même fait encore que les Rayons qui la traverſent n'ont pas un aſſés long eſpace à parcourir, pour être auſſi diſpoſés qu'il le faut à la réunion. On ſait aſſés que de cette réunion, qui s'acheve enfin ſur la Rétine, dépend l'image diſtincte, ou la perception des objets. Il ſe peut auſſi que la Rétine, trop molle dans les Enfans, ne ſoit pas ſuffiſamment ébraulée, & que les pointes des Pinceaux Optiques s'y émouſſent, & y perdent de leur action, comme des Dards ſur de la Laine. Cependant la lumiere agit ſur les Yeux de ces Enfans, ils en ont ſentiment, puiſque quand elle eſt trop forte, leur Prunelle ſe rétrécit, ainſi que M. Petit l'a obſervé. Les Fibres de l'Uvée, qui ne ſont plus épaiſſes, que parce qu'elles ne ſont pas auſſi tendues qu'elles le ſeront, le ſont donc déja aſſés pour cauſer, quand il le faut, ce rétréciſſement de la Prunelle.

Il eſt aiſé d'imaginer d'où viennent ces diſpoſitions des Yeux dans les Enfans nouveaunés. Leurs Yeux ont été fermés pendant 9 mois,

mois, toujours comprimés par les Eaux où le Fœtus nage, abreuvés de ces mêmes Eaux. La Cornée a toûjours été pouſſée de dehors en dedans, ce qui l'a empêchée de prendre ſa convexité naturelle qui eſt en dehors; les Vaiſſeaux où ſe doit filtrer l'Humeur Aqueuſe étant trop preſſés, n'ont guere permis cette filtration, &c.

M. Petit a porté ſa curioſité juſqu'aux Animaux nouveau-nés; tels que les Chiens, les Chats, les Lapins, les Veaux, les Cochons. Il y a bien de l'apparence qu'ils ne voyent pas plus que les Enfans, ſoit ceux d'entre eux qui voyent immédiatement après leur naiſſance, ſoit ceux qui ont quelque tems les yeux fermés. Ils ſont tous dans le même cas d'avoir la Cornée trop épaiſſe & peu convexe, & peu d'Humeur Aqueuſe. Et lors même que la Cornée paroît aſſés brillante & aſſés polie, ſon épaiſſeur qui ne doit pas ſubſiſter, marque toûjours qu'elle eſt froncée, quoiqu'imperceptiblement pour nous. Les rayons de lumiere ſavent bien ſentir les moindres inégalités d'une ſurface.

Dans le cours de cette recherche M. Petit fit une obſervation ſinguliere, fondée ſur un fait qui lui parut d'abord étrange & inexplicable. En diſſéquant des Yeux de ces Animaux, de Veau par exemple, il trouvoit ordinairement leur Criſtallin opaque & glaucomatique, hormis dans quelque étendue vers le bord de ſa circonférence. Mais s'il regardoit les Yeux de ces mêmes Animaux vivans, il ne voyoit point dans leur Prunelle la blancheur qui eſt le Criſtallin glaucomatique.

que. Le Glaucoma ſe formoit-il donc dès que l'Animal étoit mort ? Cela étoit ſans apparence & ſans exemple. Mais enfin M. Petit s'apperçut qu'un Criſtallin glaucomatique ceſſoit de l'être pour avoir été quelque tems dans ſa main, qu'il le redevenoit étant mis dans un lieu plus froid, & cela alternativement tant qu'on vouloit, & il fut aiſé de conclurre que la chaleur étoit néceſſaire pour entretenir la tranſparence du Criſtallin de ces jeunes Animaux, & qu'ils n'avoient garde de la perdre lorſqu'ils vivoient, bien entendu qu'il ne s'y mêlât pas quelque autre cauſe. Mais cela même eſt remarquable, qu'une aſſés légére différence de chaleur produiſe deux effets auſſi ſenſiblement contraires que la tranſparence & l'opacité. Avec quelle extrême précaution, avec quelle timidité ne doit-on pas ſe conduire dans les recherches de Phyſique, où chaque pas eſt une occaſion de chûte pour l'Eſprit humain !

SUR LES MOUVEMENS DES LEVRES.

LEs mouvemens des Levres, quoique ſi expoſés aux yeux, n'ont pas encore été aſſés expliqués par les Anatomiſtes, & Mrs Maloët & Senac en ont entrepris une explication plus particuliere. Il y en a deux principaux ; le premier par lequel les Levres s'avan-

vancent en dehors le plus qu'il ſe peut en faiſant une eſpece de tuyau cilindrique & tenant la bouche fermée, ce qu'on apelle *faire la moue*; le ſecond, qui n'eſt ſenſiblement que ce même mouvement plus fort, de ſorte que le tuyau n'eſt plus cilindrique en devant, mais s'évaſe en forme de Trompe à pavillon, parce que le bord de la Levre ſupérieure ſe retrouſſe en en-haut, & celui de l'inférieure en en-bas, ce qui fait que la bouche demeure entre-ouverte.

M. Maloët prétend que le premier mouvement s'exécute par le Muſcle *Orbiculaire*, qui ſuit le contour des Levres, de la même maniere à peu près qu'un Cordon paſſé dans l'ouverture d'une Bourſe. Il ſe contracte dans toute ſon étendue, par toutes ſes fibres, & par-là ſerre & ferme la bouche, comme le Cordon de la Bourſe lorſqu'il eſt tiré, & par conſéquent diminué de longueur, la ſerre & la ferme.

Dans le ſecond mouvement, M. Maloët concevant le Muſcle Orbiculaire diviſé en deux parties, l'une *antérieure* ou moins éloignée du bord des Levres, l'autre *poſtérieure*, croit que de toutes les deux qui avoient également été contractées dans l'autre mouvement, il n'y a plus que la poſtérieure qui le ſoit, & que l'antérieure qui eſt dans le relâchement permet que les bords des Levres ſe retrouſſent, que la bouche s'entre-ouvre, & que le tuyau qui étoit cilindrique s'évaſe à ſon extrémité. Selon lui, les Muſcles *Buccinateurs* ſont auſſi alors dans le relâchement.

M. Senac a des idées aſſés différentes de

M.

M. Maloët. Il croit que quand toutes les fibres du Muſcle Orbiculaire ſe contractent, en demeurant dans le même plan où elles étoient, ce n'eſt que ce qu'on appelle *faire la petite bouche*, c'eſt-à-dire la fermer le plus qu'il ſe peut, & qu'alors les Buccinateurs tirent les Levres en arriere, & les appliquent ſur les Dents; mais que pour ce que nous avons appellé le premier mouvement, les fibres de l'Orbiculaire ſe contractent de maniere qu'elles ſe placent en différens plans; celles qui ſont ſur les bords des Levres rapprochent par leur raccourciſſement les coins de la bouche, & celles qui ſont plus éloignées de ces bords étant pareillement raccourcies, viennent ſe placer derriere les précédentes, les jettent en avant & les rendent ſaillantes. Toutes ces fibres s'aident les unes les autres, parce qu'elles concourent à rapprocher les coins de la bouche.

A l'égard du ſecond mouvement, il y a encore plus de différence. M. Senac ne juge pas que l'action des fibres poſtérieures de l'Orbiculaire & l'inaction des antérieures ſuffiſent pour le retrouſſement des Levres, il met en jeu de nouveaux Muſcles qui n'y avoient pas été mis. Les fibres de l'*Inciſif* deſcendent devant le plan ſupérieur de l'Orbiculaire, & en ſe racourciſſant retrouſſent la Levre ſupérieure en enhaut; les fibres du *Quarré* montent devant le plan inférieur, & retrouſſent la Levre inférieure en en-bas.

Voilà les principaux mouvemens des Levres; mais elles en peuvent avoir pluſieurs autres, dont M. Senac n'a fait qu'indiquer

en général les principes. Les *Muſcles de Cowper* peuvent donner aux Levres une ſaillie en avant; l'Inciſif & le Quarré, s'ils agiſſent ſeuls, formeront une bouche quarrée; ce qui eſt aſſés extraordinaire pour avoir été montré à la Foire St. Germain dans un Eſpagnol; les Buccinateurs appliqueront les bords des Levres en tirant les coins, & en les éloignant; les *Triangulaires* & les *Canins* rapprocheront les coins de la bouche. Combien de mouvemens, & combien de combinaiſons des uns avec les autres? On voit tous les mouvemens qu'une Machine exécute; on a la Machine ſous les yeux & entre les mains, on en deſaſſemble les pieces tant que l'on veut, & on a encore bien de la peine à s'aſſûrer de la maniere dont cette Machine exécute ces mouvemens, tout au plus s'aſſûre-t-on quelquefois de quelques-uns.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UNE Païſanne du Village de Montorot près d'Illiers fut accouchée d'un Garçon vivant par une Sage-femme, qui ne put la délivrer de l'Arriere-faix, & l'abandonna 8 jours après l'accouchement ſans avoir fait la ligature au Cordon Ombilical qui ſortoit de

de la Matrice. L'Accouchée, qui perdoit tout son sang, fut bientôt à la derniere extrémité, & on appella M. Guerin, Chirurgien d'Illiers, qui à peine lui trouva encore quelque signe de vie. Cependant en la touchant il reconnut avec certitude qu'elle avoit un second Enfant dans la Matrice, & il hazarda de le tirer par les pieds. Il le tira vivant, & c'étoit un Garçon; il délivra la Mere de son Arriere-faix, qui étant commun avec celui du premier, n'avoit pû sortir que les deux Enfans ne fussent sortis; & toute cette opération fut si heureuse, que la Mere fut sauvée, & remise en état d'accoucher de nouveau, & que les deux Enfans ont parfaitement bien vécu. Quelles ressources de la Nature, & pourroit-on les espérer dans des corps plus accoûtumés à la molleſſe! M. Geoffroy a communiqué à l'Académie ce fait, qu'il tenoit de M. Guerin.

II.

Les pieds & les mains ont certainement des rapports de construction, des ressemblances bien marquées; cependant on ne seroit point surpris que si quelqu'une de ces causes accidentelles qui produisent tant d'irrégularités de construction dans les Fœtus, en produisoit quelqu'une aux pieds, elle ne la produisît point aux mains; au contraire il seroit étonnant qu'elle le fît, & d'autant plus étonnant qu'elle le feroit plus parfaitement: car quel rapport des pieds aux mains à cet égard, & comment imagineroit-on que cette cause ac-

accidentelle, qui ſeroit ou une compreſſion, ou un défaut de circulation, &c. dût agir préciſément de la même maniere ſur les uns & ſur les autres? C'eſt pourtant ce qui eſt arrivé à Beſançon, ſelon un bon nombre de témoignages très authentiques. La Femme d'un Vigneron, nommé Jean François Maigrot, après avoir eu un premier Enfant bien conformé, accoucha au mois de Mai 1726 d'une fille qui avoit les cinq doigts de chaque main & de chaque pied parfaitement joints en un ſeul corps, & faiſant le même volume & la même figure que des doigts ſéparés à l'ordinaire, qui ſe tiendroient joints. Toute la différence entre les doigts des mains, & ceux des pieds également confondus, étoit que les premiers étoient couverts d'un ſeul ongle, dont la grandeur étoit à peu près celle de cinq, & que les autres avoient leurs ongles ſéparés, poſés comme ils devoient l'être naturellement.

Comme il ſeroit fort fâcheux que cet Enfant n'eût que des mains inutiles, on a ſongé à lui en ſéparer les doigts par des inciſions, & quatre mois après ſa naiſſance M. Bernier, Chirurgien Major de la Citadelle, en a fait l'opération aſſés heureuſement. Il a même trouvé quelquefois les phalanges de deux doigts voiſins confondues, & par conſéquent les doigts plus difficiles à ſéparer. Ces mains ainſi raccommodées par art, ont de l'air d'une patte de Chat, les doigts ſont courbés, un peu élevés vers le milieu, & l'ongle qu'on a eu l'adreſſe de ménager à chacun d'eux, ſe termine en une pointe fort aiguë.

Il

Il eſt difficile de dire ſi ces doigts, qui auront tous à leurs parties latérales, & ſelon toute leur longueur, de fortes cicatrices, ſeront d'un uſage bien facile; leur flexion & leur extenſion ſeront gênées par ces cicatrices comme par des cordes roides, à moins cependant que la ſoupleſſe de parties auſſi jeunes, l'uſage de Topiques émolliens ſouvent appliqués, & la longue habitude, ne prévîennent cet inconvénient. On en peut imaginer encore quelques autres, dont l'événement ſeul peut décider.

On s'eſt aſſûré que la Mere n'avoit été frappée d'aucun ſpectacle, ni d'aucune idée qui ait pû donner lieu à cette conformation irréguliere. C'eſt-là un excès d'attention, que ceux qui l'ont eûe n'ont peut-être pas jugée fort néceſſaire, non plus que beaucoup d'autres habiles Phyſiciens.

III.

Nous avons rapporté en 1701 * une Obſervation de feu M. Littre ſur le Foye d'un Homme tué en parfaite ſanté, où les Glandes, naturellement inviſibles par leur petiteſſe, ſe découvroient aiſément ſans Microſcope. M. Maloët a confimé cette Obſervation, mais par le Foye d'un Homme dont la premiere & la principale maladie avoit dû être une obſtruction dans ce Viſcere. Auſſi les Glandes de ce dernier Foye étoient-elles plus groſſes que celles du premier, elles avoient ſou-

* p. 64.

ſouvent juſqu'à deux lignes de diametre, & quelquefois trois. Elles étoient d'un jaune pâle, parce qu'elles étoient communément aſſés groſſes pour laiſſer paroître une partie de la couleur de la Bile, qui s'y étoit amaſſée & épaiſſie. Ainſi il n'y a preſque pas lieu de douter que les Glandes inviſibles, dont le Foye eſt tout ſemé, ne ſoient deſtinées à la filtration de la Bile. Si la grandeur extraordinaire, quoique moindre, des Glandes du Foye dans le Sujet de M. Littre, n'étoit pas une conformation naturelle, c'étoit le commencement d'une obſtruction dans le Foye, que cet homme eût eûe, s'il eût vécu plus longtems.

IV.

Ce même Sujet de M. Maloët avoit une autre particularité remarquable; le Péritoine épais d'environ une ligne en quelques endroits, dur, & preſque cartilagineux, & cela à peu près dans toute ſon étendue, adhérent aux Inteſtins & à toutes les parties qu'il touchoit. Mais M. Maloët a vû dans un autre Sujet une adhérence du Péritoine beaucoup plus ſinguliere. Il s'étoit attaché à la partie convexe du Foye, & ce Viſcere étoit tellement rapproché du Diaphragme & des Fauſſes-Côtes, que les quatre premieres de ces Côtes s'étoient enfoncées dans le Foye, & y avoient tracé chacune un ſillon, qui repréſentoit parfaitement leur direction, & aſſés exactement leur longueur & leur largeur. Cet accident cauſoit au Malade, dans cette région, une douleur qui ne ſe diſſipoit jamais ota-

totalement, mais que M. Maloët ſoulageoit ſeulement par de fréquentes Saignées, par des Tiſanes, par des Emulſions, par l'abſtinence du Vin, qui procuroient quelque relâchement dans l'adhérence du Péritoine aux parties qu'il incommodoit.

V.

Un Portefaix, âgé de 30 ans, en faiſant un effort pour ſoulever un fardeau, fut ſurpris d'une douleur dans le bas-Ventre, qui ne l'a jamais depuis entierement quitté. Il ne laiſſa pas de travailler encore pendant plus d'un an dans les intervalles où ſa douleur étoit ſupportable, mais enfin elle ceſſa de l'être. Il lui ſurvint au bas-Ventre une dureté éminente & douloureuſe qui ſembloit menacer d'un Abſcès. Elle devenoit toûjours plus profonde, mais elle étoit errante, tantôt paroiſſant occuper toute la capacité, tantôt cantonnée d'un côté, tantôt de l'autre. A la fin elle ſe fixa dans la région Iliaque gauche; le Malade avoit le ventre pareſſeux, il vomiſſoit quelquefois ſans beaucoup de ſuite, les Alimens, les Purgatifs & les Lavemens paſſoient aſſés bien. Cependant la Fievre lente vint à s'allumer, qui avec les grandes douleurs & les longues inſomnies, cauſa la mort. Nous ſupprimons le détail des Remedes qu'employa M. du Puy, Médecin du Roi à Rochefort, qui traita le Malade; il ſera aiſé aux habiles Médecins de les imaginer: nous en voulons venir à la cauſe ſinguliere de la maladie. Elle ne pouvoit ſe manifeſter

que par l'ouverture du Cadavre, que fit M. du Puy.

L'Inteſtin Colon étoit d'une groſſeur démeſurée. Il rentroit en lui-même de haut en-bas de la longueur de 4 doigts, un peu au-deſſus de la courbure par laquelle il va joindre le *Rectum*, & il rentroit de même de bas en-haut de la longueur de 6 doigts au-deſſous de l'endroit où il ſe recourbe pour deſcendre dans l'Hypochondre gauche; & entre les deux endrois marqués par ces deux différens replis, ſe trouvoit dans la cavité de cet Inteſtin un Corps étranger, retenu & ſerré par ces replis dans ſes deux extrémités, & flotant dans le reſte de ſon étendue: il avoit environ 10 doigts de long, & 5 de circonférence dans ſa partie la plus large, car ſa figure étoit à peu près cilindrique. Ce Corps étranger n'en étoit pourtant pas proprement un, c'étoit la Membrane interne du Colon, qui s'étant détachée de l'autre, comme ſi un poids l'eût tirée, étoit deſcendue dans l'inteſtin en s'allongeant toûjours au-delà de ſon extenſion naturelle, & ſelon toutes les apparences en prenant auſſi une nourriture vicieuſe. M. du Puy trouva à l'extrémité inférieure de cette énorme Appendice trois Glandes groſſes comme de petits Marrons, & d'une conſiſtance très ferme; c'étoient là les poids qui, ſelon la conjecture de M. du Puy, avoient tiré la Membrane interne du Colon en en-bas; ils avoient toûjours groſſi, & augmenté de force. On voit aſſés comment un grand effort du Portefaix avoit pû être la premiere cauſe de tout ce deſordre, & comment la longue continuation d'un travail dur & forcé avoit toûjours augmenté le mal.

mal. Les Vaiſſeaux dérangés, comprimés, tiraillés de différentes façons, ont altéré les liqueurs qu'ils portoient ; de-là les inflammations, les Abſcès, la fievre. Les Inteſtins grêles ne déchargeoient pas les matieres avec facilité dans le Colon engorgé en grande partie, & par-là ils ſe gonfloient trop, & formoient une tumeur qui ſe portoit tantôt d'un côté, tantôt d'un autre, ſelon l'endroit de leurs circonvolutions où étoit poſé l'amas des matieres. Il y avoit auſſi une autre tumeur cauſée par l'Appendice qui ſe formoit dans la cavité du Colon, & qui n'y étoit point encore arrêtée par ſes deux extrémités, mais elle l'a été enfin, quand cet Inteſtin à force d'être agité & irrité eſt venu la ſaiſir & ſe coller à elle par ſes deux bouts. Il laiſſoit toûjours un paſſage, quoique moins libre, aux alimens & aux remedes.

C'eſt une choſe connue, que les Inteſtins, & ſur-tout les Grêles, peuvent rentrer en eux-mêmes par un repli fait de haut en-bas ou de bas en-haut : mais M. du Puy avoue qu'il n'avoit jamais ni vû, ni lû qu'une portion des parois d'un Inteſtin rentrât en dedans de ſon canal, & y fît une longue Appendice intérieure. Non-ſeulement les maux qui viennent d'un dérangement extraordinaire des Solides ſont preſque abſolument incurables, mais il eſt difficile d'avoir des ſignes auxquels on les connoiſſe, ſur-tout ſi ces dérangemens ſont rares comme celui-ci. Il eſt pourtant toûjours bon de ſavoir qu'ils ſont poſſibles.

V I.

En 1716 la fille d'un Bourgeois de Vienne en Dauphiné, âgée de 12 ans, tomba de 6 pieds de haut sur une pierre de taille, & se cassa la mâchoire inférieure, entre l'angle & le menton du côté gauche. Elle sentit d'abord une très-vive douleur, qui fut suivie d'une contusion considérable. En remuant un peu les deux pieces de la fracture en sens contraire, la malade entendoit une crépitation dans l'endroit le plus douloureux. On lui appliqua pour tout remede pendant 40 jours des Compresses d'Eau de vie : les douleurs augmenterent, toûjours accompagnées d'une difformité à l'endroit de la fracture, & au bout d'un an on s'apperçut qu'il s'y formoit une petite tumeur. Alors on appella un Chirurgien qui appliqua sur cette tumeur les pierres à Cautere, & il en sortit environ trois onces d'une matiere un peu noire avec nombre d'esquilles de différente grosseur, après quoi on mit tout en usage pour empêcher qu'il ne restât une fistule, mais on ne put y réussir. Il y survint en différens tems plusieurs excroissances de chair qu'on faisoit tomber avec une ligature, & de-là on jugeoit que la tumeur étoit carcinomateuse, & produisoit des *fungus*. Cependant l'Exostose grossissoit toûjours, & en 1726 elle vint au point que la malade avoit de la peine à prendre des alimens solides. Ses règles se supprimerent, il se forma un ulcere chancreux avec puanteur à la circonférence de l'endroit carié ; la partie tomba en Sphacele le 1 Mai 1727 : de ce jour la malade ne prit

plus

plus que de la Limonade pour tout aliment, & elle mourut le 16, âgée de 24 ans.

M. Cremoux, Chirurgien Major d'un Régiment de Dragons, a envoyé de Vienne cette Relation à M. Morand, & en même tems l'Exoſtoſe même, que M. Morand a trouvée du poids de 13½ onces, bien ſéparée de toute partie molle. L'Os de la Mâchoire d'une perſonne de même âge dans l'état naturel ne peſe que 1 ½ once.

Il y avoit dans l'endroit de la Carie une cavité conſidérable, dont le fond étoit noir & vermoulu, & dans quelques endroits de l'Exoſtoſe une eſpece de tiſſu ſpongieux, entre-ouvert par des cellules aſſés écartées. Il eſt aſſés clair que cette Exoſtoſe monſtrueuſe a été cauſée par l'épanchement du ſuc oſſeux, par les Vaiſſeaux diviſés à l'endroit de la fracture, & par la mauvaiſe qualité du ſuc, qui avoit fort dégénéré de ſa douceur naturelle.

VII.

Il a été dit dans l'Hiſtoire de 1723*, que *M. Morand avoit obſervé dans l'Hydrophthalmie, ou Hydropiſie de l'Oeil, qui allonge & dilate la Sclérotique du côté du Nerf Optique, qu'en expoſant à la lumiere l'Oeil détaché de l'Orbite, il eſt très tranſparent dans toute l'étendue de l'axe qui le traverſe depuis la partie antérieure & ſaillante de la Cornée juſqu'au delà de la partie poſtérieure & dilatée de la Sclérotique.* Mais M. Morand a obſervé depuis cette tranſparence dans des Yeux qui

* p. 45.

qui n'avoient point d'Hydropiſie, & il s'eſt apperçû qu'elle étoit plus grande dans des Yeux plus âgés. Cela s'accorde avec une obſervation faite en 1726 * par M. Petit le Médecin, que *la Choroïde tout à fait brune dans les Enfans, s'éclaircit enſuite toûjours & conſidérablement juſqu'à une vieilleſſe avancée.* On conçoit ſans peine, que cette Membrane devenue plus claire rend tout le globe de l'Oeil détaché plus tranſparent. Ainſi il faut modifier l'obſervation de M. Morand par celle de M. Petit: des Yeux Hydropiques âgés ſeront les plus tranſparens de tous; il pourra y en avoir d'également tranſparens, les uns par l'Hydropiſie, les autres par l'âge, &c.

VIII.

Nous avons parlé en 1724 † d'un Fœtus monſtrueux double, qu'on pouvoit ſe repréſenter en concevant deux Fœtus réguliers *couchés ſur le dos à côté l'un de l'autre, dont on auroit emporté tout le côté droit de l'un, & tout le côté gauche de l'autre, de ſorte que leurs Epines vinſſent à ſe toucher.* M. Bouthier, Médecin à Périgueux, a envoyé à M. Maloët la Relation bien circonſtanciée d'un autre Monſtre qu'il avoit diſſéqué, double à contre-ſens. C'étoient deux Fœtus adoſſés, confondus enſemble par le dos, & par le derriere des deux têtes. Par la maniere dont le premier Monſtre étoit double, les deux Fœtus dont on le ſuppoſe formé, avoient perdu chacun la moitié de

* V. l'Hiſt. p. 32. † p. 28. & ſuiv.

de leur charpente ou Squelette; dans celui-ci au contraire les deux Fœtus par leur position n'auroient rien perdu de leur charpente. En voici les particularités les plus remarquables.

Les deux Têtes ayant leurs faces oppoſées, très bien formées, & d'ailleurs ſi reſſemblantes l'une à l'autre qu'il étoit très difficile d'y appercevoir de la différence, formoient une figure ovale applatie, dont le petit diametre étoit dans le plan du milieu des deux faces. Par l'applatiſſement les Os Occipitaux ſe trouvoient vers les extrémités du grand diametre de l'Ovale, & tenoient la place ordinaire des Pariétaux. Les deux Epines ne laiſſoient pas de naître des Occipitaux à l'ordinaire.

Le Tronc compoſé de deux Troncs entiers étoit gros à proportion, & ſembloit quarré. Quatre Bras, Cuiſſes, Jambes, bien formés, s'y attachoient régulierement.

Tout l'intérieur étoit pareillement régulier dans les deux Corps à cela près, & c'eſt une exception très conſidérable, qu'aucun des deux n'avoit ni parties de la génération internes, ni apparence extérieure de Sexe, ni Anus.

Une même Cloiſon membraneuſe très forte ſéparoit dans les Corps, tant les parties de la Poitrine que celles du bas-Ventre, de ſorte qu'on ne pouvoit douter auquel des deux elles appartenoient.

Une Cloiſon membraneuſe de même force ſéparoit auſſi les deux Cerveaux, mais de maniere à laiſſer tout-à-fait incertain à laquelle des deux faces appartenoit chaque Cerveau, car pour diſtinguer les Cerveaux le plan de la

membrane auroit dû être parallele aux deux faces, & au contraire il paſſoit par le milieu des deux. Sa poſition étoit contraire à celle du plan de la Cloiſon des deux Poitrines & des deux Ventres.

Le Monſtre étoit venu à 11 mois, & paroiſſoit n'être mort que 4 ou 5 heures avant ſa naiſſance. La Mere, qui étoit une pauvre femme, étoit accouchée ſans aucun ſecours.

Nous avons dit en 1724, que ſi les Monſtres étoient dans l'intention directe de la Nature, & par conſéquent deſtinés à vivre, ils ſeroient ſans Sexe, parce qu'on ne voit pas qu'ils ſoient deſtinés à perpetuer leur eſpece. Il ne tiendroit pas à cela que le Monſtre de Périgueux ne fût dans l'intention directe de la Nature; il étoit ſans Sexe, mais il étoit auſſi ſans Anus, & par là il ne pouvoit vivre. D'ailleurs il porte des marques encore plus ſenſibles & en plus grand nombre de l'union de deux Oeufs, que le Monſtre de 1724; & celles qui ſeront les moins favorables à ce Syſtême, y pourront être ramenées ſans des efforts trop violens. Il paroît du moins que la préſomption eſt aſſés grande de ce côté-là, & ſe fortifie toûjours.

IX.

M. Maloët a fait voir à l'Académie que le petit Lobe du Foye d'un Homme âgé de plus de 40 ans, étant plus mince & plus étroit qu'à l'ordinaire, s'étoit prolongé juſqu'à la Rate, qui quoique fort augmentée de volume avoit conſervé ſa ſituation naturelle, &

en

en recouvroit la partie supérieure dans l'étendue de 5 ou 6 travers de doigt. En cet endroit, où les deux membranes externes des deux Visceres étoient immédiatement appliquées l'une sur l'autre, ou quelquefois des filets fort courts continus aux deux membranes, les attachoient ensemble plus étroitement. Comme le Foye est naturellement dans l'Hypochondre droit, & la Rate dans le gauche, cette disposition singuliere pourroit faire qu'une maladie qui n'attaqueroit que le Foye, telle que la Jauniſſe, causeroit du côté gauche une douleur qu'elle ne devoit point causer, & c'est ce que M. Maloët assûre avoir vû arriver dans des Jauniſſes; on ne soupçonnoit point par où la Rate y pouvoit être intéressée.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Les Observations de M. de Maupertuis sur une espece de Salamandres.

† Les Observations de M. Sloane sur des Cornes d'une grandeur extraordinaire.

‡ Et celles de M. de Reaumur sur le Porc-épic.

* V. les M. p. 38. † V. les M. p. 151.
‡ V. les M. p. 538.

CHIMIE.

SUR LE VERRE DES BOUTEILLES; OU SUR LA DISSOLUBILITÉ DE PLUSIEURS VERRES. *

IL faut se rappeller ici ce qui a été dit dans l'Hist. de 1724 † sur des Bouteilles de Verre, où le Vin se gâtoit, sans que l'on en sût la raison. M. Geoffroy le cadet la trouva par des expériences qui lui apprirent que le verre de ces Bouteilles se dissolvoit par des Acides. Ceux du Vin sont donc aussi d'une nature propre à ronger ce Verre, & ils en emportent des particules qui gâtent la liqueur. Ainsi on sait sûrement qu'un Verre dissoluble par des Acides n'est pas bon à faire des Bouteilles, où l'on veut mettre du Vin.

Nous avons dit que M. Geoffroy avoit de ces mauvaises Bouteilles, mais non pas les matieres dont on les avoit faites dans la Verrerie d'où elles étoient venues. Il ne put que découvrir une marque du vice du Verre, sans découvrir d'où ce vice provenoit. M. du Fay.

* V. les M. p. 45. † p. 57. & suiv.

Fay a eu depuis & les matieres employées dans cette Verrerie, & une inſtruction ſur les doſes, & par là il a été en état de rechercher l'origine du mal. On met 7 parties de cendres leſſivées, & ſéchées dans les Arches du Four, 1 partie de cendres du même Four au défaut de cendres fortes, ou non leſſivées, 1 partie & ½ de ſable ſéché.

M. du Fay, en employant les matieres de la Verrerie dont on ſe plaignoit, & dans la même doſe, fit auſſi de mauvais Verre, & conclut de-là que les circonſtances particulieres & locales, telles que le degré de feu, la conſtruction du Four, n'y avoient point de part. Il a vû de même que le Sable de la Verrerie n'y en avoit aucune, puiſque d'autre Sable mis à ſa place ne faiſoit pas mieux. En vain prenoit-il auſſi, au lieu des cendres de la Verrerie, des cendres leſſivées du bois flotté ou non flotté, qu'il brûloit à ſon uſage ordinaire; il trouvoit ſeulement que le Verre étoit moins mauvais, quand elles étoient mêlées en certaines doſes avec les cendres du Four de la Verrerie, ou quand elles étoient de bois non flotté. On ſouſentendra bien, vû le ſujet dont il s'agit, que le Verre eſt d'autant plus mauvais, qu'il ſe diſſout plus facilement & plus promptement dans les liqueurs Acides, & qu'il en eſt plus altéré. Mais on y peut joindre auſſi le plus de difficulté que les matieres dont il eſt formé auront à ſe mettre en fuſion, une moindre tranſparence, & même une couleur moins agréable.

Enfin M. du Fay auroit toûjours fait du

Verre plus ou moins mauvais, s'il ne s'étoit aviſé de prendre des cendres de branches vertes bien ſéchées. Elles lui ont donné un Verre indiſſoluble aux Acides, & cela, quoiqu'employées en un certain nombre de doſes différentes avec les cendres du Four de la Verrerie ; pour le Sable, il ne paroît pas qu'il y eût guere de choix. Au delà de ces doſes où le Verre étoit bon, il le devenoit toûjours moins à meſure qu'il y avoit moins de cendres de branches.

Il eſt fort naturel de penſer, comme fait M. du Fay, que plus une matiere eſt Alkaline, plus les Acides agiſſent aiſément ſur elle. L'Eau, où le bois flotté a ſéjourné longtems, en a diſſous les Sels moyens, ou concrets, c'eſt à dire, qu'elle a enlevé les Acides de ces Sels, & n'en a laiſſé que la matrice alkaline & terreuſe. Ce que l'Eau a fait ſur le bois flotté, le tems l'a fait ſur le bois non flotté, ou neuf, que l'on brûle ordinairement, parce que ce bois eſt preſque tiré du tronc ou des groſſes branches d'Arbres morts, ou fort vieux, dont les Sels les plus ſubtils & les plus chargés d'Acides ſe ſont évaporés. Il eſt viſible que les jeunes branches ne ſont pas dans ce cas-là.

Comme on ne peut pas brûler une auſſi grande quantité de jeunes branches qu'il faudroit pour le grand nombre de Bouteilles qui ſe font, il ſemble que les bonnes devroient être beaucoup plus rares qu'elles ne le ſont effectivement ; mais il y a apparence que les Arbres de certaines eſpeces, ou les mêmes Arbres en différens pais, ſoûtiennent mieux

la

ſa vieilleſſe, quant à l'évaporation de leurs acides, & que les bonnes Bouteilles ſont faites de cendres de ces bois-là, ſans que l'on ait eu pourtant cette attention.

SUR LE FROID QUI RESULTE ordinairement du mélange des Huiles Eſſentielles avec l'Eſprit de Vin. *

LEs liqueurs qu'on appelle chaudes ou froides par rapport à certaines proprietés, & ſur-tout à l'impreſſion qu'elles font ſur notre langue, ou dans nos veines, n'en ſont pour cela ni plus ni moins chaudes ou froides extérieurement; & pourvû qu'elles ayent été aſſés expoſées à l'air, elles y prennent toutes un degré de chaud ou de froid, que le Thermometre fait voir parfaitement le même. Il ne s'agit ici que de ce chaud ou de ce froid extérieur, dont le Thermometre eſt juge. Ce ſujet abonde en phénomenes ſinguliers, que les habiles Phyſiciens n'euſſent pas prévûs.

Euſſent-ils deviné, par exemple, que des Diſſolutions qui ſe feroient avec une fermentation ſenſible, même avec bruit, même en pouſſant des vapeurs chaudes, euſſent pu cependant être froides? On l'a vû dans l'Hiſtoire de 1700. †

On n'eût pas cru au contraire que l'Eau ver-

* V. les M. p. 162. † p. 67. & ſuiv.

verſée ſur de l'Eſprit de Vin bien rectifié en augmentât la chaleur. M. Geoffroy le Cadet a fait voir qu'elle l'augmente, & beaucoup, & promptement, & d'autant plus que la doſe de l'Eau eſt plus forte par rapport à celle de l'Eſprit de Vin. *

Maintenant M. Geoffroy préſente cette merveille par une autre face. Tandis que l'Eau qui devroit diminuer la chaleur de l'Eſprit de Vin l'augmente, les Huiles eſſentielles la diminuent, quoiqu'elles la duſſent augmenter, puiſqu'elles ne ſont preſque compoſées que de Soufres très-inflammables & très-diſpoſés à prendre feu. Il paroît par les expériences de M. Geoffroy, que le moindre effet de quelques Huiles eſſentielles ſur l'Eſprit de Vin eſt de n'en pas diminuer la chaleur. Telles ſont l'Huile eſſentielle de Lavande, & celle de Geroſle. Il eſt à remarquer que l'Eau, qui augmente tant la chaleur de l'Eſprit de Vin, ne produit aucun effet ſur les Huiles eſſentielles.

Nous pouvons, ſans entrer dans le détail des expériences, donner une idée générale des principes phyſiques, qui apparemment ont lieu dans ces phénomenes. Le mouvement qu'il s'agit ici d'augmenter ou de diminuer, eſt celui de liquidité, celui par lequel toutes les petites parties intégrantes d'un liquide détachées les unes des autres ſont mûes en tout ſens. On ſuppoſe que c'eſt une matiere ſubtile, qui coule entre elles, & les agite, & que par elle-même elle a toûjours la même vîteſſe. Le mouvement de ces molécules du liquide ſera augmenté, ſi elles deviennent plus mo-

* V. les M. de 1713. p. 69. & ſuiv.

mobiles; elles ne le peuvent devenir que par être plus fines & plus déliées, & ſi au contraire elles deviennent plus groſſieres & plus maſſives, le même mouvement ſera diminué. On peut ajoûter encore que dans un liquide, dont les parties ſeront hétérogenes, ainſi qu'elles le ſont preſque toûjours, le mouvement de liquidité, dont le Thermometre doit ſentir le degré de chaleur, ſera plus augmenté, ſi les molécules qui deviennent plus ſubtiles ſont celles qui ſont les plus propres par leur nature à faire ſentir de la chaleur au Thermometre; il arrivera le contraire dans le cas oppoſé. Si on mêle enſemble deux liqueurs, & qu'elles agiſſent l'une ſur l'autre, comme il arrive ſouvent; ou les molécules de l'une ſeront attenuées & plus diviſées par celles de l'autre, auquel cas le mouvement de liquidité de la premiere augmentera, & le Thermometre montera; ou les molécules de l'une ſe joindront à celles de l'autre, & les rendront plus groſſieres, auquel cas le mouvement de liquidité diminuera, & le Thermometre deſcendra. Il faudra de plus avoir égard à la nature des molécules qui auront été altérées par l'action des deux liqueurs. Si elles n'ont pas d'action l'une ſur l'autre, ſoit parce qu'elles ne ſont pas de nature à en avoir, ſoit parce qu'elles ne ſe mêlent pas aſſés intimement enſemble, le mouvement de liquidité ne reçoit nul changement, & le Thermometre eſt immobile.

L'Eau ne fait nul effet ſur les Huiles eſſentielles, parce que ce ſont des Huiles, & que l'Eau & l'Huile ne ſe mêlent pas. Mais l'Eau

l'Eau augmente la chaleur de l'Eſprit de Vin, parce que d'un côté elle ſe mêle très intimement avec la grande quantité de flegme toute ſemblable à elle, qu'il contient; & que d'un autre côté elle étend & développe les Soufres qui nagent dans ce flegme.

Les Huiles eſſentielles contiennent avec leurs Soufres beaucoup de parties Salines; or tout le monde ſait que les Sels refroidiſſent l'Eau, ou, ce qui eſt le même, en diminuent le mouvement de liquidité. Il faut donc que le mêlange des Sels des Huiles eſſentielles avec le flegme ou l'Eau de l'Eſprit de Vin, diminue la chaleur de l'Eſprit de Vin. Le degré de cette diminution dépend du plus ou moins de Sels des Huiles eſſentielles.

Avec ces principes généraux, on peut expliquer les Phénomenes, & même en prévoir quelques-uns. Cependant il pourroit ſe trouver telles combinaiſons ſingulieres & délicates, qu'il ſeroit difficile de ramener aux principes ſuppoſés, quoiqu'elles en fuſſent réellement des ſuites. Cet inconvénient n'eſt que trop commun en Phyſique.

SUR UN SEL NATUREL DE DAUPHINÉ. *

EN parlant d'un Sel naturel qui ſe trouve en Eſpagne †, & que M. Boulduc le fils

a

* V. les M. p. 527. † V. l'Hiſt. de 1724. p. 71. & ſuiv.

Dauphiné. Il avoit abandonné ſa baſe, & avoit enlevé le Mercure à l'Eſprit de Nitre.

On ſait auſſi que l'Acide Vitriolique ne peut qu'avec la baſe terreuſe du Sel Marin former un Sel ſemblable par ſes proprietés exterieures à celui de Glauber. Il eſt donc bien prouvé que les deux principes qui compoſent le Sel de Glauber & le Sel de Dauphiné, ſont les mêmes.

M. Boulduc, ainſi que nous l'avons dit en 1726 *, avoit auſſi trouvé du Sel de Glauber dans les nouvelles Eaux de Paſſy; il croit auſſi qu'il y en a dans le Sel d'Ebſom, dont nous avons parlé en 1718 †, ſoit que ce Sel de Glauber ſoit porté par les Eaux minerales d'Ebſom, comme par celles de Paſſy, ſoit qu'il ſoit purement foſſile, comme celui d'Eſpagne & de Dauphiné, car un Sel naturel peut nous venir de ces deux différentes manieres.

De plus, M. Boulduc cite pluſieurs Chimiſtes qui ont parlé de Sels naturels, qu'il juge devoir être les mêmes que celui de Glauber. Ainſi voilà la merveille encore plus diminuée que nous ne l'avons dit d'abord; voilà un Remede fort accrédité dans la Médecine, qui n'a plus beſoin d'être préparé avec une induſtrie toûjours pénible, & ſujette à erreur.

* P. 42. & ſuiv. † P. 47. & ſuiv.

OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

ON trouve quelquefois de l'Or, qui a divers caracteres d'impureté ou d'imperfection. Il ne ſe met jamais en fuſion claire, ſa ſurface eſt livide; ſi on le verſe dans une Lingotiere, il en demeure dans le Creuſet une partie qui n'eſt pas aſſés coulante; enfin il eſt aigre, caſſant, & ne ſe peut preſque pas travailler. On croit communément qu'il tient quelque portion d'Emeril, qui eſt une matiere pierreuſe, dure, & très hétérogene à l'Or. En effet on rencontre aſſés ſouvent de l'Emeril dans les Mines d'Or: mais ſans examiner s'il s'en eſt mêlé véritablement dans l'Or dont il s'agit ici, M. du Fay a donné un moyen de le purifier, & de le rendre auſſi doux qu'il doit l'être naturellement. Ce moyen lui venoit d'un Artiſte, qui a travaillé longtems avec lui en Chimie.

Tout le monde ſait que tout métal, excepté l'Argent, mêlé avec l'Or, s'en ſépareroit par la *Coupelle*; l'Argent ne s'en ſépare que par le *Départ*. Ici il faut d'autres moyens, ce qui paroît prouver que ce mauvais Or tient effectivement quelque matiere, telle que de l'Emeril.

Il faut prendre parties égales de cet Or & de Biſmuth, les fondre enſemble dans un Creuſet, & verſer dans un Culot ce qui pourra

ra ſortir coulant, peſer enſuite ce mêlange fondu pour juger de la quantité reſtée dans le Creuſet, la mêler avec une égale quantité de Biſmuth, refondre & reverſer comme la premiere fois, & répéter encore l'opération, juſqu'à ce qu'enfin toute la matiere ſoit ſortie du Creuſet bien coulante. Cet Or ainſi ſaoulé de Biſmuth, on le mettra dans une grande & épaiſſe Coupelle bien ſoûtenue d'une autre faite de terre à Creuſet, dans laquelle elle aura été formée & bien battue. On coupellera le mêlange ſans y rien mettre autre choſe, & quand il ſera figé, on trouvera l'Or encore impur, & couvert d'une peau livide; on mettra alors ſur chaque marc d'Or 2 ou 3 Onces de Plomb, & on continuera de coupeller juſqu'à ce que tout le Plomb ſoit évaporé ou imbibé dans la Coupelle. Après cette ſeconde opération, l'Or n'eſt point encore auſſi beau qu'il le doit être, quoiqu'il ſoit déja moins livide, & moins aigre. Pour achever de le purifier, il faut le mettre dans un Creuſet large que l'on placera dans une Forge, de ſorte que le vent du Soufflet darde la flamme ſur le Métal; on le tiendra quelque tems en fuſion, & on ceſſera de ſouffler quand l'Or commencera à s'éclaircir; on y jettera enſuite à pluſieurs repriſes un peu de Sublimé corroſif, & ſur la fin un peu de Borax. On reconnoît que l'operation eſt entierement finie, lorſque le métal devient tranquille, qu'il ne fume plus, & que ſa ſurface eſt brillante. On le peut alors jetter en lingot, & quand on le travaillera, on le trouvera fort doux.

Si

Si ce mauvais Or tenoit auſſi de l'Argent, il faudroit le traiter davantage ſelon cette vûe, parce que l'Argent mêlé avec l'Or eſt le ſeul métal qui ne s'en ſépare pas par la Coupelle. Après que l'Or aura eté coupellé la premiere fois avec le Biſmuth, on mettroit deux parties d'Argent ſur une d'Or, afin que l'Argent en plus grande quantité tirât mieux l'Argent de l'Or, on le coupelleroit avec le Plomb, comme il a été dit, & il ne ſeroit pas neceſſaire de mettre tant de Sublimé corroſif. On feroit enfin le Départ de l'Argent à l'ordinaire.

II.

On a vû dans l'Hiſt. de 1704 *, une Obſervation de feu M. Homberg ſur une eſpece de Végétation, ou Arbriſſeau d'Argent. De l'Argent ayant été mis à la Coupelle avec trois fois autant de Plomb, il s'étoit élevé de deſſus la ſurface de l'Argent, lorſqu'elle ſe congeloit dans le feu, un petit jet qui l'avoit percée, & avoit formé cet Arbriſſeau. M. Homberg en avoit aiſément trouvé la cauſe. L'Argent étoit encore en fuſion, excepté à ſa ſurface refroidie par l'Air extérieur, & cette matiere bouillante, trop gênée dans ſon mouvement par une croûte dure, l'avoit ouverte. M. Morel, Docteur en Médecine, & employé à la Monnoye pour l'Affinage des Métaux, a ſuivi cette idée, & a fait à l'Académie le récit de ſes expériences.

Il

* p. 49.

Il approche de la ſurface de l'Argent un linge mouillé, afin de la refroidir plus promptement, & que la matiere en fuſion étant encore alors plus échauffée, faſſe plus d'effort, & jailliſſe en plus grande quantité, & plus haut. En même tems & dans la même vûe il trempe dans l'eau froide le fond de la Coupelle, ce qui fait qu'elle ſe reſſerre bruſquement, & ajoûte un nouvel effort à celui de la matiere qui doit jaillir. Par ce moyen la croûte ſuperficielle ſe perce en beaucoup plus d'endroits, & il ſort une infinité de Jets, qui par les différens arrangemens qu'ils prennent en ſe congelant à l'Air, repréſentent aſſés bien des têtes de Chou-fleurs.

L'Argent mêlé avec le Plomb fait de plus belles végétations que le Plomb ſeul. Sa ſurface ſe perce trop vîte, & en trop d'endroits à la fois; d'ailleurs il ſe refroidit trop aiſément, & ſes jets ſont congelés dans l'Air avant que de s'être aſſés élevés.

Il paroît par-là qu'un mêlange d'Argent & de Plomb doit tenir le milieu requis pour les belles végétations, & celui qui a le mieux réuſſi à M. Morel eſt d'une ou de deux parties de Plomb ſur une d'Argent. Si on mettoit trois ou quatre parties de Plomb, les végétations ſe feroient encore, mais avec le défaut d'être trop plombées, ou de n'être qu'argentées.

Plus on employe de matiere, plus les végétations ſont belles.

Le Cuivre ne végéte pas facilement; pour peu que ſa ſurface ſoit congelée, elle eſt trop dure pour ſe laiſſer percer par la matiere liquide,

quide, & cette matiere agit plutôt dans le ſens oppoſé, c'eſt-à-dire ſur le fond de la Coupelle qu'elle brile. Par cette raiſon l'Argent de bas alloi, dont l'alliage eſt ordinairement de Cuivre, ne végéte pas bien.

Si l'on eſſaye de faire des végétations d'Or à la maniere que M. Morel a trouvée pour celles d'Argent, il s'éleve avec bruit de la ſurface de l'Or quantité de petits grains ronds, qui ſont quelquefois jettés à plus de 10 pouces de la Coupelle. On voit bien que cette impétuoſité de mouvement doit empêcher la végétation, mais pourquoi eſt-elle particuliere à l'Or? c'eſt ce que M. Morel n'a pas entrepris d'expliquer, il laiſſe ce Phénomene à ceux qui voudront ſuivre cette matiere. Ils profiteront toûjours des experiences qu'il a faites, ſoit qu'ils ayent deſſein de perfectionner les végétations métalliques, ſoit qu'ils veuillent les prévenir parce qu'elles ſeroient contraires à de certaines vûes.

III.

La Potaſſe eſt une matiere toute ſaline & alkaline, qu'on employe pour le Savon, pour les Teintures, pour le Verre, pour l'Email de la Fayence, dans la Médecine même. On n'en connoît guere la fabrique, & M. du Fay qui l'a obſervée aux environs de Sare-Louis, car il s'en fait beaucoup dans les grandes Forêts qui ſont depuis la Moſelle juſqu'au Rhin, en a donné une relation.

On choiſit de gros & de vieux Arbres, le Hêtre eſt le meilleur; on les coupe en tron-

çons

çons de 10 ou 12 pieds de long, on les arrange l'un sur l'autre, & on y met le feu. On ramasse les Cendres dont on fait une lessive très forte, on prend ensuite des morceaux du même bois pourris & spongieux que l'on fait tremper dans la lessive, & que l'on n'en retire que quand ils en sont bien imbibés, & après lesquels on en remet d'autres pareils jusqu'à ce que toute la lessive soit épuisée & enlevée. On fait dans la terre un trou de 3 pieds en quarré sur lequel on met quelques barres de Fer pour soûtenir des morceaux de bois sec, & par-dessus on arrange les morceaux de Hêtre imbibés de lessive. On met le feu au bois sec, & lorsqu'il est bien allumé, on voit tomber dans le trou une pluye de Potasse fondue, & on remet de nouveau bois imbibé jusqu'à ce que le trou soit rempli de Potasse. Lorsqu'il l'est, & avant que la Potasse soit refroidie, on en nettoye la superficie le mieux qu'on peut en l'écumant avec un Rateau de Fer. Il y reste toûjours beaucoup de Charbon, & d'autres impuretés, ce qui fait qu'on ne s'en sert que pour le Savon gras. Quand elle est refroidie, elle forme un seul Pain que l'on brise pour le mettre dans des Tonneaux, de peur que l'Air n'humecte cette matiere fort avide d'humidité. On l'appelle Potasse *en terre*, il est aisé de voir pourquoi; & on ne la vend que 16 liv. le Qnintal.

Il y a une autre sorte de Potasse plus pure & meilleure, qui se vend 19 liv. On la commence comme l'autre. La forte lessive de cendres étant faite, on repasse de l'eau deux

ou

ou trois fois, juſqu'à ce qu'on ne ſente plus l'eau graſſe ſous les doigts. On met alors ces leſſives dans une Chaudiere de fer contenant un demi-muid, & montée ſur un fourneau. On la fait bouillir, & à meſure qu'elle s'évapore, on y remet de nouvelle leſſive, juſqu'à ce qu'on la voye s'épaiſſir conſidérablement, & monter comme de la mouſſe. Alors on diminue le feu par degrés, après quoi on trouve au fond de la Chaudiere un ſel très-dur, qu'on en tire en le caſſant avec un Ciſeau, ou un Maillet. On le porte enſuite dans un fourneau diſpoſé de maniere que la flamme du feu qu'on fait des deux côtés ſe répande dans une eſpece d'Arche qui eſt au milieu, & aille calciner la Potaſſe. Elle l'eſt ſuffiſamment, quand elle eſt bien blanche. Elle garde pourtant toûjours un peu de la couleur qu'elle avoit avant la calcination, qui lui vient, à ce que diſent les Ouvriers, des différens bois qu'on employe. Ils ont remarqué que les Arbres qui ſont au haut des montagnes font la Potaſſe d'un bleu pâle; que ceux qui ſont dans les endroits marécageux la font rouge, & en donnent une moindre quantité; & que les autres la font blanche, mais n'en donnent pas tant que ceux du haut des montagnes. Après le Hêtre, il n'y a guere que le Charme qui ſoit propre à cette opération, les autres eſpeces payeroient à peine le travail. La Potaſſe calcinée s'appelle Potaſſe *en chaudron*, ou *ſalin*.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Un ſecond Mémoire de M. Lémery ſur la Précipitation des Sels, qui eſt une ſuite d'un Mémoire donné en 1724.

† L'Ecrit de M. de Reaumur ſur la Porcelaine.

‡ Un troiſieme Mémoire de M. Lémery ſur le même ſujet que le ſecond ci-deſſus.

BOTANIQUE.

SUR LE CORAIL. §

IL faut que la nature du Corail ſoit bien douteuſe, & bien difficile à définir. Les Anciens l'ont cru Pierre ſans héſiter; les Modernes, du moins la plûpart, le croyent Plante; & en dernier lieu M. de Reaumur le croit en partie Pierre, & en partie Plante: tandis qu'un autre Phyſicien, curieux & habile Obſervateur, & qui a beaucoup étudié les productions de la Mer, le met preſque au rang des Animaux, en conjecturant qu'il eſt l'ouvrage de quelques Inſectes Marins.

Nous

* V. les M. p. 56. † V. les M. p. 261.
‡ V. les M. p. 301. § V. les M. p. 378.

Nous avons dit en 1710 * qu'il paroît que tout ce qu'il y a d'organique dans le Corail par rapport à la végétation, consiſte dans son Ecorce, & dans la ſuperficie de la vraye ſubſtance Coralline, immédiatement couverte de cette Ecorce. M. de Reaumur adopte & fortifie cette idée, que nous n'avions fait qu'effleurer légérement. Il prend pour une Plante l'Ecorce groſſiere & ſenſible du Corail, très-diſtincte de ce que nous appellons Corail, & de plus une autre Ecorce beaucop plus fine, & que les yeux ne diſtinguent point de la vraye ſubſtance Coralline qu'elle revêt; & tout le reſte du Corail, preſque toute la ſubſtance Coralline, n'eſt qu'une Pierre ſans organiſation. Il y a beaucoup de Plantes, qui pour végéter ont beſoin d'être ſoûtenues: celle-ci a le même beſoin; mais au lieu que les autres vont chercher des appuis hors d'elles, des Corps étrangers déja tout formés, celle-ci ſe fait elle-même peu à peu au dedans d'elle un appui qu'elle embraſſe, & qu'elle enveloppe. Il ſemble que l'extrême variété des Combinaiſons demande quelque Plante de cette derniere eſpece. Quand on a vû un grand nombre d'Animaux dont les Os étoient couverts de leurs Chairs, des Phyſiciens euſſent pû conjecturer legitimement qu'il y en avoit d'autres dont les Chairs étoient couvertes de leurs Os.

Les Sucs, qui doivent nourrir toute la ſubſtance végétale du Corail, portent avec eux un Sable très-fin, dont ſe forme la ſubſtance minérale ou pierreuſe, de même préciſément que les Sucs qui nourriſſent une Huitre, portent avec eux les petites particules pierreuſes dont ſe for-

* p. 98.

mera ſa Coquille. Dans l'un & l'autre cas, tout ce qu'il y a de pierreux ſe dépoſe où il faut, s'amaſſe, & ne retourne point avec les Sucs véritablement nourriciers dans les voyes de la Circulation animale, ou végétale, s'il y en a une végétale. La ſubſtance végétale & la pierreuſe du Corail croiſſent en même tems ſelon toutes les dimenſions, auſſi bien que l'Huitre & ſa Coquille.

Le Sable fin, dont M. de Reaumur prétend que ſe forme la ſubſtance pierreuſe, qui eſt le vrai Corail, n'eſt point une ſuppoſition. Il l'a vû, & même en poudre rouge, quand il a eu du Corail avec ſon Ecorce, car on ne le voit guere ici que dépouillé; & quand il a broyé cette Ecorce, il l'a ſenti encore plus ſûrement ſous la dent.

Enfin ce petit ſyſtême ſemble être mis hors de doute par une obſervation ſinguliere de Boccone, qui a vû un Corail, bien couvert de ſon Ecorce, dont tout le milieu ſelon ſa longueur, & ſi l'on veut l'axe du Cilindre, étoit une petite branche de bois, longue de quelques pouces. L'Ecorce du Corail avoit végété autour de cette branche, mais à quelque diſtance d'elle en rond, & avoit depoſé le ſable fin, la vraye ſubſtance Coralline, dans tout l'intervalle qui étoit entre elle & la branche. Sans la branche, elle auroit rempli de Corail tout ce vuide.

Les fleurs du Corail découvertes, ainſi que nous l'avons dit en 1710, par M. le Comte Marſigli, conviennent parfaitement à l'idée de M. de Reaumur; elles ne ſortent que de l'Ecorce, & la ſubſtance intérieure ne prend point de part à leur production. Le Phyſicien, dont nous

nous avons parlé d'abord, a étendu cette belle observation. Il a trouvé des fleurs de même espece aux Madrepores, & à d'autres productions pierreuses de la Mer.

Mais selon sa pensée, ces fleurs ne sont pas véritablement des fleurs. De ce qu'on a pris pour des Plantes marines des Tuyaux, tels que ceux de l'*Orgue de Mer*, qu'on a trouvé depuis qui étoient l'ouvrage & l'habitation de certains Vers ou Insectes, il soupçonne qu'on peut s'être trompé de même sur les autres Plantes pierreuses, sur les Coraux, les Pores, les Madrepores, & même sur les Lithophytons, quoique par leur mollesse & leur flexibilité ils paroissent être d'une autre Classe. Il juge que tous ces Corps peuvent être faits par des Vers, qui y habitent, comme les Gâteaux de Cire par les Abeilles, & que ce qu'on appelle les Fleurs de ces prétendues Plantes, qui ne sortent & n'éclosent que quand elles sont dans l'Eau, & se referment ou disparoissent dès qu'elles en sont dehors, sont de petits Vers qui se montrent en partie ou se cachent, selon que l'Elément où ils sont leur plaît ou leur deplaît. En effet ce jeu-là se passe dans toutes les Saisons de l'année, ce qui ne convient pas tant à des Fleurs. Il est vrai cependant que les Plantes marines environnées d'un Elément beaucoup moins variable que l'Air, quant aux degrés de chaleur, doivent être aussi beaucoup moins dépendantes des Saisons pour fleurir.

Nous ne suivrons point M. de Reaumur dans les réponses qu'il fait aux principales raisons dont on a appuyé ce nouveau Système. Son Auteur ne paroît pas s'être lui-même tout à fait

contenté ſur la maniere dont les petits Vers feroient leurs Bâtimens.

SUR UNE VEGETATION PARTICULIERE

QUI VIENT SUR LE *TAN*. *

APRÈS que le *Tan*, qui eſt de l'Ecorce de jeunes Chênes bien battue, & miſe en poudre, a été longtems en macération dans des foſſes pleines d'eau avec des Cuirs de Bœuf, dépouillés auparavant de leur poil par de la Chaux, les Cuirs étant ſuffiſamment *tannés*, on retire toute la matiere qui y a ſervi, on la met en de gros tas pour en faire des mottes à brûler, & c'eſt ce qu'on appelle de la *Tannée*. Dans les tems chauds il ſe forme ſur cette Tannée pluſieurs touffes d'une eſpece de gazon d'un beau jaune mat, elles peuvent avoir juſqu'à 10 ou 12 pouces de diametre, & 6 à 8 lignes d'épaiſſeur. Les Tanneurs accoûtumés à en voir n'en ſont nullement ſurpris, ils les appellent *Fleurs de Tannée*; mais M. Marchant qui n'en avoit jamais vû, ni entendu parler dans aucun Auteur d'Hiſtoire Naturelle, les regarda avec attention, lorſqu'il en vit par hazard chés un Tanneur.

Il ſuivit cette végétation ſinguliere depuis ſa naiſſance juſqu'à ſa fin. Quand elle naît, la

* V. les M. p. 474.

la Tannée d'où elle ſort eſt auſſi chaude que ſi on y avoit verſé de l'eau tiede. On ne voit d'abord qu'une eſpece d'écume, qui enſuite ſe condenſe, & quelque tems après n'eſt plus qu'une croute ſéche, épaiſſe de deux lignes, tout cela d'autant plus vîte qu'il fait plus chaud ; la végétation peut ne durer que 2 jours. On trouve au bout de quelques jours ſous la croute ſéche une pouſſiere noire très fine, qui reſſemble à celle qu'on voit dans le Lycoperdon, ou *Veſſe de Loup*. Il eſt plus que vraiſemblable que la Tannée eſt la matrice de cette végétation. Les Acides végétaux du Tan, les Alkali de la Chaux, les Sels & les Soufres des Cuirs, entrent certainement dans la Tannée, & elles ſont bien propres à y fermenter, ſur-tout quand elle eſt expoſée à un air chaud ; cette fermentation excite la végétation : cependant on ne découvre point de filamens, ni rien qui puiſſe paſſer pour en être les racines dans la Tannée, on ne voit d'ailleurs ni feuilles, ni fleurs, ni graines. Mais l'Eponge dépourvûe, du moins ſenſiblement, de toutes ces parties, ne laiſſe pas d'être reconnue pour Plante, & il ſe trouve que la végétation de la Tannée par ſa ſurface platte & fine, par ſon port, & par ſa ſtructure intérieure, à beaucop plus de rapport à l'Eponge qu'à aucune autre Plante connue. Ainſi M. Marchant la range ſous le genre de l'Eponge, du moins par proviſion, & ſur ce pied-là lui donne un nom à la maniere, & ſelon le ſtile de la Nomenclature Botanique. Cette Nomenclature, quoique déja ſi vaſte, groſſira encore beaucoup,

coup, non-ſeulement par des Plantes bien ſenſiblement Plantes, mais encore par d'autres qu'on n'aura pas encore juſqu'à preſent reconnues pour telles, faute de les avoir ou vûes, ou aſſés examinées. La fecondité de la Nature ſera difficilement épuiſée par les Obſervations, ſi elle l'eſt jamais.

M. Marchant a lû la Deſcription de la *Spiræa Opuli Folio.* Inſt. Rei Herb. Et de l'*Anapodophyllon Canadenſe Morini.* Inſt. Rei Herb.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

L'Hiſtoire qu'a faite M. de Juſſieu, d'un Recueil de Peintures de Plantes & d'Animaux de la Bibliotheque du Roi. *

* V. les M. p. 1[illegible].

ARITH-

ARITHMETIQUE.

SUR QUELQUES PROPRIETÉS NOUVELLES DES NOMBRES.

LES Proprietés des Nombres ſont inépuiſables, & il ne faut pas ſe flater de les pouvoir découvrir toutes ; mais il ne faut pas auſſi négliger celles qu'on peut appercevoir. Quelquefois elles ſont d'un ſecours imprévû dans de hautes ſpéculations, ou facilitent de grands Calculs ; & tout au moins, c'eſt toûjours un ſpectacle agréable à l'Eſprit.

M. de Beaufort a découvert cette Proprieté ſinguliere. Un Nombre, qui ſera une puiſſance quelconque, étant poſé, ſi le double de l'Expoſant de la puiſſance plus 1 eſt un nombre premier, ce nombre premier ſera un Diviſeur exact du nombre poſé, augmenté ou diminué de 1. Des Exemples vont faire entendre cette Propoſition, & en même tems la néceſſité d'une exception qu'il y faut apporter.

La Propoſition a lieu juſque ſur les 1res Puiſſances, qui ne ſont que les Nombres mêmes non élevés. Ainſi le double de l'Expoſant de la 1re Puiſſance, qui eſt 1 étant 2, & 2 plus 1 étant 3, nombre premier, tout

nombre augmenté ou diminué de 1 eſt diviſible par 3. 25 par exemple diminué de 1, & 26 augmenté de 1, c'eſt-à-dire 24 & 27, ſont diviſibles par 3. L'exception néceſſaire ſaute aux yeux; il ne faut point que le nombre poſé ſoit ni 3, ni un multiple de 3, car alors il ſeroit diviſible par 3 ſans être augmenté ni diminué de 1.

Il ne ſeroit point du tout néceſſaire de paſſer par cette conſidération des Expoſans, & des Nombres premiers, pour trouver ſimplement que tout nombre qui n'eſt ni 3, ni multiple de 3, eſt diviſible par 3, lorſqu'il eſt augmenté ou diminué de 1, car toute la ſuite naturelle des Nombres étant diviſée de trois en trois, on voit d'un coup d'œil que tout nombre qui n'eſt ni 3 ni un multiple de 3, eſt ou comme 25 d'une unité au-deſſus, ou comme 26 d'une unité au-deſſous d'un multiple de 3. Mais en s'en tenant là, on n'auroit pas découvert la Proprieté générale.

Les nombres quarrés ayant 2 pour Expoſant, & 4 plus 1 étant 5 nombre premier, tous les quarrés augmentés ou diminué de 1, ſont diviſibles par 5, à l'exception des quarrés multiples de 5, auxquels viſiblement cette augmentation ou diminution ne convient pas. Ainſi en prenant la ſuite des quarrés 4, 9, 16, 36, 49, &c. on voit que 5, 10, 15, 35, 50, &c. ſont diviſibles par 5.

De même les nombres cubiques, 8, 27, 64, 125, &c. qui augmentés ou diminués de 1 ſont 7, 28, 63, 126, &c. ſont diviſibles par 7, parce que 2 fois 3 plus 1 eſt 7, nombre premier.

La

La proprieté n'a point lieu ſur la 4me puiſſance, puiſque 2 fois 4 plus 1, eſt 9, qui n'eſt pas nombre premier. Mais elle recommence à la 5me puiſſance, car deux fois 5 plus 1 eſt 11, nombre premier, & tous les nombres qui ne ſont pas multiples de 11 élevés à la 5me puiſſance, & augmentés ou diminués de 1, ſont diviſibles par 11. Ainſi 32, 5me puiſſance de 2, augmenté de 1, eſt 33, diviſible par 11; 243, 5me puiſſance de 3, diminué de 1, eſt 242 diviſible par 11.

La proprieté continue pour la 6me puiſſance, dont les nombres ſeront diviſibles par 13. Elle ceſſe pour la 7me, parce que 15 n'eſt pas nombre premier. Elle reprend à la 8me puiſſance, &c.

Toutes les puiſſances, dont l'expoſant eſt pair, ſont des quarrés, & par conſéquent tous les nombres élevés à ces puiſſances ſeront diviſibles par 5 en qualité de quarrés, j'entends qu'ils ſeront augmentés ou diminués de 1. Ces nombres élevés à toute autre puiſſance paire que 2, ſeront de plus quelque autre puiſſance que le quarré; par exemple, la puiſſance dont l'expoſant eſt deux fois 3, eſt auſſi un cube, & ces mêmes nombres en qualité de cubes, ſeront auſſi diviſibles par 7. Ainſi 729 qui eſt 3 élevé à la puiſſance deux fois 3 ou le quarré de 27 & le cube de 9, eſt diviſible par 5 & par 7. Et parce que 729 eſt auſſi la 6me puiſſance de 3, & que la 6me puiſſance eſt, comme nous l'avons vû, dans le cas de la proprieté dont il s'agit, ce nombre ſera diviſible par 5, par 7, & par 13. Il ſuit de-là que quand l'expoſant d'une puiſſance

eſt un nombre formé du produit de pluſieurs facteurs, comme chacun de ſes facteurs, & les différens produits qu'on en peut faire ſelon les regles des Combinaiſons, & le produit total ou l'expoſant même, expriment tous quelque puiſſance, le nombre élevé à la puiſſance totale a la proprieté autant de fois qu'il y a de ces facteurs, & de ces produits particuliers à qui elle appartient, & qu'il l'a encore une fois ſi elle appartient à l'expoſant total. Chaque fois produira un nombre par lequel il ſera diviſible. Ainſi 16 qui eſt un quarré, & une 4me puiſſance, n'a la proprieté qu'une fois, & eſt diviſible par 5 en qualité de quarré; mais en qualité de 4me puiſſance, il n'a point la proprieté ni de nombre diviſeur. Toute puiſſance, dont l'expoſant eſt un nombre premier, ne peut avoir la proprieté qu'une fois, ſi elle l'a, car nous avons vû que la 7me puiſſance, par exemple, ne l'a pas.

En ſuivant aſſés loin tous les nombres diviſeurs des puiſſances qui ont la proprieté, nous obſervons que ces diviſeurs ſont tous les nombres premiers pris de ſuite à commencer par 3. 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, &c. Si l'on a devant ſoi une Table de ces nombres, comme celle qui eſt dans les Leçons de Mathematiques de M. l'Abbé de Molieres, dont nous avons parlé en 1726 *, il ſuit de tout ce qui a été dit, une Méthode très-aiſée de découvrir tout d'un coup à quelles puiſſances appar-

* p. 60.

partient la proprieté. Il ne faut que prendre un nombre premier quelconque, par exemple 41, en retrancher 1, & ſa moitié 20 eſt l'expoſant de la puiſſance, qui a 41 pour diviſeur. En même tems on voit que l'expoſant 20 étant formé des facteurs, 2, 2, 5, un nombre élevé à la 20me puiſſance, eſt un quarré, une 4me, une 5me, une 10me & une 20me puiſſance, qu'il n'a point la proprieté en qualité de 4me ni de 10me puiſſance, & qu'il ne l'a que dans les trois autres, & que par conſéquent il eſt diviſible par 5, par 11, & par 41. Nous ne parlons point de la proprieté d'être diviſible par 3 en qualité de 1re puiſſance, cela eſt commun à tous les nombres, & doit être toûjours ſous-entendu. On trouvera de même que le nombre premier 29 appartient à la puiſſance 14, qui n'étant formée que des facteurs 2 & 7, ne ſera diviſible que par 5 en qualité de quarré, par 29 en qualité de 14me puiſſance, & non en qualité de 7me puiſſance.

Il eſt ſouvent difficile, peut-être même impoſſible, de trouver des démonſtrations générales & analytiques de ces ſortes de proprietés des nombres, & M. de Beaufort n'en a pas donné de celle ci. On eſt obligé de ſe contenter d'inductions aſſés longues; il y a tout lieu de croire que ce qui ſe ſoûtient toûjours ſans altération pendant un long cours, ſe ſoûtiendra également juſqu'au bout. La preuve fort ſimple & fort courte, qui a été donnée de la diviſibilité de tout nombre, ou de toute 1re puiſſance par 3, pourra être appliquée ſucceſſivement aux autres puiſſances,

en y apportant les modifications néceſſaires ; & par cette route on fera, comme M. de Beaufort, des inductions ſuffiſantes de puiſſance en puiſſance.

Quand on a de grands nombres, dont on veut ſavoir ſi une certaine racine, par exemple la 5me, eſt rationnelle, ou irrationnelle, on peut par la Théorie de M. de Beaufort, s'épargner la peine d'une longue & pénible extraction de racine 5me ; car ſi le nombre propoſé, augmenté ou diminué de 1, n'eſt pas diviſible par 11, certainement il n'eſt pas une puiſſance 5me, & ſa racine 5me eſt irrationnelle. On voit du premier coup d'œil ſi un nombre eſt diviſible par 5, car alors ſon dernier chiffre eſt 5 ou 0, & l'on voit de même ſi, augmenté ou diminué de 1, ſon dernier chiffre ſeroit 5 ou 0. Or à moins que de cela il n'eſt point quarré, & l'on voit de ce ſeul coup d'œil ſi ſa racine 2de eſt irrationnelle. Il faut prendre garde qu'on doit ſeulement juger que ſa racine 2de eſt irrationnelle, ou qu'il n'eſt pas quarré, mais non pas qu'il ſoit quarré, dès que par l'addition ou le retranchement de 1, on lui trouve 5 pour diviſeur. Tous les nombres quarrés ont cette proprieté, mais il s'en faut bien que tous ceux qui l'ont ſoient quarrés. C'eſt la même choſe pour les autres puiſſances.

Voici encore une proprieté de nombres, non pas abſolument découverte, comme la précédente, par M. de Beaufort, mais pouſſée beaucoup plus loin qu'elle n'avoit été. On ne ſauroit calculer le moins du monde, ſans s'apperçevoir que ſi on éleve à des puiſſan-

ſances quelconques des nombres, dont le dernier chiffre ſoit 0, ou 1, ou 5, ou 6, il vient des nombres terminés par le même chiffre que la racine, ou le nombre ſur lequel on a opéré pour l'élever. Quelques Auteurs ſe ſont apperçus de plus, que tous les nombres élevés au quarré, & par conſéquent à toute puiſſance paire, ne ſe terminent que par les chiffres qu'on vient de marquer, ou encore par 4 & 9, & jamais par 2, par 3, par 7, ni par 8. C'eſt là ce qui a donné lieu à M. de Beaufort de rendre la proprieté générale, & de faire une petite Théorie des derniers chiffres qui termineront les puiſſances quelconques des nombres.

Il a démontré d'abord, car ici ce ne ſont plus des inductions, qu'en prenant deux nombres également éloignés de 0 & de 10, leurs quarrés doivent ſe terminer par le même chiffre. On le voit en effet dans 1 & 81, quarrés de 1 & de 9, dans 4 & 64, quarrés de 2 & de 8, dans 9 & 49, dans 16 & 36. 5 étant préciſément au milieu de l'intervalle entre 0 & 10, ſon quarré ne peut être comparé de cette maniere à un autre correſpondant; ſeulement il donne un nouveau chiffre 5, par lequel un quarré ſe termine.

Que deux nombres ſoient pris, non entre 0 & 10, mais entre 10 & 20, entre 20 & 30, &c. avec la même condition d'être également éloignés des extrêmes, M. de Beaufort démontre que ce ſera encore la même choſe. Ainſi les quarrés de 11 & de 19, de 12 & de 18, &c. ceux de 21 & de 29, &c. ſe termine-

neront par le même chiffre. Il ſeroit inutile de répéter que le quarré repréſente toutes les puiſſances paires, puiſque toute puiſſance paire eſt un quarré.

Quant aux puiſſances impaires, la regle générale trouvée & démontrée par M. de Beaufort, eſt que deux nombres étant pris également éloignés des extrêmes 0 & 10, & élevés à une puiſſance impaire quelconque, ils ſe terminent par deux chiffres qui pris enſemble font 10, de ſorte que ſi l'on a l'un, on a l'autre. Ainſi le cube de 2 étant 8, & terminé par 8, le cube de 8 ſe terminera par 2, parce que 8 & 2 font 10, & en effet ce cube de 8 eſt 512. 27, cube de 3, & 343, cube de 7, ſe terminent par 7 & 3, qui font 10. Il en va de même des cubes de deux nombres également éloignés de 10 & de 20, &c. & en général de deux nombres quelconques ainſi conditionnés, élevés à une puiſſance impaire.

Il n'y a point de chiffre par lequel quelque puiſſance impaire ne puiſſe ſe terminer.

Tout cela poſé, il eſt aſſés facile de voir par quels chiffres ſe termineront des nombres quelconques élevés à des puiſſances quelconques. Il ſuffit de conſidérer par quel chiffre ſera terminé ce nombre à élever, car 11, 12, 13, &c. 21, 22, 23, &c. ſont de la même condition à cet égard que leurs chiffres terminans, 1, 2, 3, &c. Les puiſſances quelconques de 11, 12, 13, &c. de 21, 22, 23, &c. ſe termineront par les mêmes chiffres que celles de 1, 2, 3, &c. Il ſuffit donc de conſidérer quels chiffres termine-

neront les puiſſances quelconques de 0, 1, 2, 3, &c. 10. Et même il eſt inutile de ſonger à celles de 0, & de 5, qui ne peuvent ſe terminer que par 0 & par 5.

Si les nombres ſont élevés au quarré, tous ceux qui ſont terminés par 1, & tous ceux qui le ſont par 9 ſon correſpondant, ne peuvent après l'élévation ſe terminer que par 1, car le nombre ſimple 1 étant quarré eſt 1, ou ſe termine par 1, & il règle en même tems ſon correſpondant 9.

Pour la même puiſſance, tous les nombres terminés par 2, ou par 8, ne peuvent ſe terminer que par 4, étant quarrés, puiſque le quarré de 2 eſt 4, ou ſe termine par 4. De même tous les nombres terminés par 3, ou par 7, auront un quarré terminé par 9. Enfin tous les nombres terminés par 4, ou par 6, auront un quarré terminé par 6, car le quarré de 4 eſt 16.

Il faut remarquer ici que quoique la 4me puiſſance ſoit auſſi un quarré, les nombres élevés à cette puiſſance ne ſe terminent pas par autant de chiffres différens que ceux qui ſont élevés au ſimple quarré. Ceux qui étoient terminés par 1 & par 9, ſe terminent après l'élevation par 1; ceux qui étoient terminés par 2, ou par 8, ſe terminent par 6, parce que la 4me puiſſance de 2 eſt 16; ceux qui étoient terminés par 3, ou par 7, ſe terminent par 1, parce que la 4me puiſſance de 3 eſt 81; enfin ceux qui étoient terminés par 4, ou par 6, ſe terminent par 6, parce que la 4me puiſſance de 4 eſt 256. Ainſi des quatre chiffres, 1, 4, 6, 9, car nous ne comptons

tons point 0 & 5, par leſquels ſe peuvent terminer les nombres élevés aux puiſſances paires, la puiſſance 4me & par conſéquent toute puiſſance dont l'expoſant eſt diviſible par 4, en retranche deux, qui ſont 4 & 9.

Pour les puiſſances impaires, tous les nombres terminés par 1, ne peuvent, étant cubés, ſe terminer que par 1, & leurs correſpondans terminés par 9, ne peuvent, étant cubés, ſe terminer que par 9, car ſelon la Théorie de M. de Beaufort, le nombre ſimple 1 cubé, étant 1, & terminé par 1, dont le complément à 10 eſt 9, le nombre ſimple 9 ſon correſpondant étant cubé, doit être tel que le complément de ſon dernier chiffre à 10 ſoit 1, & par conſéquent ce dernier chiffre ſera 9. De même les nombres terminés par 2, étant cubés, ſeront terminés par 8, & leurs correſpondans terminés par 8, le ſeront alors par 2. Les nombres terminés par 3, étant cubés, ſeront terminés par 7, & leurs correſpondans terminés par 7, le ſeront par 3. Enfin les nombres terminés par 4, étant cubés, ſeront terminés par 4, & leurs correſpondans terminés par 6, le ſeront encore par 6.

On raiſonnera de même ſur les autres puiſſances impaires, & il ſera même aiſé de faire une Table des derniers chiffres de toutes les puiſſances, au moyen de laquelle tout ſe préſentera au premier coup d'œil, & pourra même faire encore naître de nouvelles réflexions.

On s'apperçoit ſans doute que ces chiffres déterminés, qui finiſſent les puiſſances des Nom-

Nombres, ſont une proprieté attachée à ce que la progreſſion qu'on a choiſie arbitrairement pour le retour périodique des chiffres, eſt la progreſſion décuple. Dans une autre progreſſion qui ſeroit de neuf en neuf, au lieu que celle-ci eſt de dix en dix, ce ſeroient d'autres chiffres qui auroient la proprieté. Les démonſtrations fondamentales dont M. de Beaufort a eu beſoin pour ſa Théorie, ont été générales, & pour une progreſſion quelconque. On pourroit par curioſité en tirer les proprietés de telle autre progreſſion qu'on voudroit, mais ce ſeroit une curioſité aſſés inutile, & il vaut mieux que les travaux de l'eſprit ayent quelque objet plus réel. La proprieté dont il s'agit, priſe dans la progreſſion décuple, peut avoir ſon uſage pour faire reconnoître ſi des nombres, ſur-tout de grands nombres, ſont certaines puiſſances; au lieu que la même proprieté dans toute autre progreſſion ne s'appliqueroit à rien, du moins tant que la pratique ancienne, & ſi bien établie, ſubſiſtera.

Tandis qu'on en étoit à l'Académie ſur les proprietés des puiſſances des Nombres, M. Pitot en propoſa une qui pouvoit avoir aſſés d'uſage, & des conſéquences curieuſes.

Toute puiſſance de tout nombre eſt exactement diviſible par 4, ou le devient par l'addition ou le retranchement de 1. Cette alternative demande que l'on entre dans la diſtinction des nombres & des puiſſances.

Toutes les puiſſances des nombres pairs ſont diviſibles par 4. Car tout nombre pair eſt 2 multiplié par quelqu'un des nombres na-

naturels 1, 2, 3, &c. Or ce produit étant quarré, 4 en eſt néceſſairement un facteur, s'il eſt cubé, c'eſt 8 qui eſt ce facteur, & 8 eſt deux fois 4, s'il eſt élevé à la 4me puiſſance, c'eſt 16, à la 5me 32, &c.

Toutes les puiſſances paires des nombres impairs, diminuées de 1, ſont diviſibles par 4. Car tout impair eſt un certain pair plus 1, & ſi on quarre 3 ou 2 plus 1, ou 4 plus 1, &c. on a 4 plus 4 plus 1, ou 16 plus 8 plus 1, &c. & l'on voit que dans ces grandeurs tout eſt diviſible par 4, pourvû qu'on retranche 1.

Pour les puiſſances impaires des impairs, il y a un cas où il faut encore retrancher 1, & un autre où il faut l'ajoûter.

Les impairs, où il ne faut pas compter 1 qui n'a point de puiſſances, ſont 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. En ne prenant qu'alternativement tous les termes de cette Suite infinie, on en fait deux, dont la 1re eſt 3, 7, 11, &c. & la 2de, 5, 9, 13, &c. Les puiſſances impaires de tous les termes de la 1re, augmentées de 1, & de tous les termes de la 2de, diminuées de 1, ſont diviſibles par 4. Ainſi 27 cube de 3, 243, 5me puiſſance de 3, &c. 343 cube de 7, 16807, 5me puiſſance de 7, étant augmentés de 1, ſont diviſibles par 4. Au contraire il faut retrancher 1 de 125 cube de 5, de 3125, 5me puiſſance de 5, &c. de 729 cube de 9, de 59049, 5me puiſſance de 9, &c.

Il ſuit de-là que l'addition de 1 n'eſt que pour les puiſſances impaires des impairs de la 1re Suite, & que le retranchement de 1 eſt pour les puiſ-

puiſſances tant paires qu'impaires des impairs de la 2de Suite, puiſque nous avons vû qu'il eſt néceſſaire pour les puiſſances paires de tout impair.

Ces deux Suites ſont viſiblement des progreſſions arithmétiques, & la différence de l'une & de l'autre eſt 4. M. Pitot démontre leur différente proprieté, en obſervant ſimplement leur formation ou génération par cette différence 4.

Mais comme il a vû que ces deux Suites n'ont 4 pour diviſeur exact des puiſſances paires ou impaires de tous leurs termes, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, que parce que ce ſont des progreſſions arithmétiques formées ſur la différence 4, il a jugé avec raiſon que d'autres progreſſions pareilles formées ſur toute autre différence, par exemple, ſur 5, ſur 6, &c. auroient la même proprieté, c'eſt-à-dire, que les puiſſances de tous leurs termes, augmentées ou diminuées de 1, ſeroient diviſibles par 5, par 6, &c. En effet en prenant 5 pour différence, on a pour 1re Suite ſelon la formation de M. Pitot, que l'on retrouvera aiſément, 4, 9, 14, 19, &c. & pour 2de Suite 6, 11, 16, 21, &c. les puiſſances impaires de la 1re Suite augmentées de 1, & les puiſſances tant paires qu'impaires de la 2de, diminuées de 1, ſont diviſibles par 5. Ainſi un nombre quelconque étant donné, que l'on voudra qui ſoit diviſeur des puiſſances quelconques de tous les termes de deux Suites infinies, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, on formera aiſément ces deux Suites, & c'eſt-là un Problême nouveau

ſur

ſur les Nombres, qui peut-être aura lieu dans quelques hautes ſpéculations.

Du moins en attendant cet uſage, on a ici de nouveaux moyens de reconnoître ſi des Nombres propoſés ſont des puiſſances parfaites, ou, ce qui eſt le même, ont des racines rationnelles, & quelles pourront être ces racines; car on voit d'un coup d'œil ſi un nombre eſt diviſible par 4, ou s'il le deviendra par l'addition ou le retranchement de 1.

Si un nombre n'eſt pas diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance paire d'un nombre pair; & ſi diminué de 1 il n'eſt point encore diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance paire d'aucun nombre impair, & par conſequent il n'a aucune racine paire rationnelle.

Si par l'addition de 1 il ne devient point diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance impaire d'aucun des termes de la Suite 3, 7, 11, &c.

Si par le retranchement de 1, il ne devient pas diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance impaire d'aucun des termes de la Suite 5, 9, 13, &c.

GEO-

GEOMETRIE.

SUR LE ROULEMENT DES POLYGONES REGULIERS. *

TOUT le monde ſait que la Cycloïde eſt formée par le roulement d'un Cercle ſur une ligne droite, c'eſt-à-dire, par l'application ſucceſſive de tous ſes points à tous ceux de cette ligne. Les Géometres ont démontré que l'eſpace contenu entre la Cycloïde & la droite ou baſe ſur laquelle le Cercle a roulé, étoit triple de celui du Cercle.

Si l'on imagine la Suite des Polygones réguliers commençant par le Triangle équilatéral, par le Quarré, le Pentagone, & continuée à l'infini par des Polygones, dont les côtés toûjours égaux dans chacun, croîtront en nombre, & décroîtront de grandeur, le dernier terme de cette Suite infinie ſera un Cercle; & delà il ſuit que ſi ces Polygones rectilignes rouloient ſur une baſe droite, comme le Cercle y roule pour la génération de la Cycloïde, on trouveroit dans les eſpaces formés par le roulement de ces Polygones, un rapport aux eſpaces des Polygones générateurs, qui ſeroit ou le même que celui de la Cycloïde au Cercle, c'eſt-

* V. les M. p. 217.

c'eſt-à-dire, un rapport triple, ou du moins ce rapport modifié de façon qu'il deviendroit triple dans l'infini. M. de Maupertuis, qui a eu cette penſée, où l'analogie le conduiſoit, en a éprouvé la vérité.

Un Triangle équilatéral étant appliqué par un de ſes côtés ſur une baſe droite, ſi enſuite on le meut, enſorte qu'une des extrémités de ce côté qui étoit appliqué ſe releve, & décrive un arc de cercle ſur l'autre extrémité immobile, juſqu'à ce que le côté ſuivant s'applique ſur la baſe, & que ce 2d côté faſſe le même mouvement, juſqu'à l'application du 3me ſur la baſe, après quoi le roulement du Triangle ſera fini, on verra clairement que l'angle ou ſommet du triangle, qu'on aura pris pour point décrivant, aura décrit deux arcs de cercle de 120 degrés chacun ſur deux centres différens & ſur deux rayons égaux. Si du point où ces deux arcs ſe rencontrent, on leur tire deux cordes juſqu'à la baſe où ils ſe terminent, l'eſpace compris entre ces deux cordes & la baſe, ſera triple du Triangle équilatéral; c'eſt une choſe qui ſautera aux yeux. Il faut bien remarquer que cet eſpace triple du Triangle générateur, n'eſt pas celui qui eſt enfermé par les deux arcs circulaires que le Triangle a réellement décrits, mais ſeulement celui qui l'eſt par leurs cordes, qu'il n'a pas décrites.

Ce ſera la même choſe pour un Quarré roulant de la même maniere. Un de ſes angles pris pour point décrivant, décrira trois arcs circulaires ſur trois différens centres, & il ſera viſible à l'œil même que l'eſpace renfermé par

les

les cordes de ces trois arcs & par la baſe, ſera triple du Quarré.

Il n'en faudroit peut-être pas davantage pour prouver que le rapport triple de l'eſpace Cycloïdal à celui du Cercle générateur eſt une proprieté commune à tous les Polygones réguliers roulans ſur une baſe droite, car ſi elle appartient aux deux premiers Polygones, & au dernier de la Suite infinie, il eſt très vrai-ſemblable qu'elle eſt par-tout. Il eſt vrai qu'elle pourroit d'abord paroître un peu différente dans ces premiers Polygones rectilignes & dans le Cercle. A l'égard des Polygones il faut prendre l'eſpace renfermé par les cordes des arcs circulaires décrits, & à l'égard du Cercle il faut prendre l'eſpace renfermé par les arcs mêmes que le point décrivant du Cercle aura décrits. Mais il eſt aiſé de voir que cette différence n'eſt qu'apparente. Le Triangle décrit deux arcs circulaires, le Quarré trois, le Pentagone en décrira quatre, &c. & en général le Polygone régulier décrira toûjours autant d'arcs moins un qu'il aura de côtés. Plus il décrira d'arcs, moins l'eſpace renfermé par les arcs, & celui qui le ſera par leurs cordes, ſeront différens; & enfin la différence s'évanouira entierement, quand le nombre des arcs décrits ſera infini, comme il l'eſt quand le Polygone roulant eſt un Cercle. Alors les arcs & les cordes ſe confondent.

Mais M. de Maupertuis n'a pas crû qu'il fût ſuffiſant que la proprieté connue de l'eſpace circulaire à l'égard du Cycloïdal ſe trouvât auſſi dans les deux premiers Polygo-

nes réguliers, & il eſt bien certain que cette analogie n'eſt pas du même prix, qu'une démonſtration générale & géometrique, telle qu'on la donne ici. M. de Maupertuis y fait un uſage heureux d'une belle proprieté des Cordes des Polygones donnée par feu M. le Marquis de l'Hôpital.

Si l'on fait rouler un Cercle, non plus ſur une baſe droite, mais ſur un Cercle, l'eſpace de l'Epicycloïde qui en naîtra, ſera quintuple du Cercle générateur, comme le ſavent les Géometres; & M. de Maupertuis fait voir par ſa Théorie générale, qu'il en ira de même de tous les Polygones rectilignes, & d'un nombre de côtés finis qui auront roulé ſur des Polygones égaux & ſemblables. On entend aſſés qu'à l'égard de ces Polygones finis, il faudra prendre l'eſpace déterminé par les cordes des arcs décrits.

Puiſqu'il ſe trouve une ſi conſtante analogie entre les eſpaces du Cercle & de la Cycloïde, & ceux de tous les Polygones réguliers roulans, comparés aux eſpaces décrits par leur roulement, il y a toute apparence que le contour ou la circonférence de la Cycloïde étant quadruple du diametre de ſon Cercle générateur, le contour de la figure formée par un Polygone régulier fini, qui aura roulé ſur une baſe droite, ſera pareillement quadruple de la ligne qui aura fait la fonction de diametre dans ce roulement. C'eſt auſſi ce que M. de Maupertuis démontre, mais il y a ici un peu plus de difficulté. Le contour de la figure formée par le roulement d'un Polygone rectiligne quelconque ſur un Po-

Polygone égal & ſemblable, eſt octuple de la ligne qui a été le diametre de ce roulement, préciſément comme la circonférence de l'Epicycloïde, formée par le roulement d'un Cercle ſur un Cercle égal, eſt octuple du diametre du Cercle. Il eſt peut-être remarquable qu'on ait apperçû ces proprietés dans le Polygone infini, avant que de les appercevoir dans les finis : mais il n'eſt pas extrêmement rare que l'infini nous mene à des connoiſſances du fini, que l'on n'auroit pas eües autrement; & en général toutes les vérités ont preſque toûjours plus de branches qu'on ne penſe.

SUR LES POLYGONES REGULIERS CIRCONSCRITS ET INSCRITS. *

SI on circonſcrit & ſi on inſcrit à un même Cercle deux Polygones réguliers de même nom, & par conſéquent ſemblables, deux Triangles équilateraux, deux Quarrés, deux Pentagones, &c. il y aura une différence très ſenſible entre les deux eſpaces rectilignes compris, l'un par le Polygone circonſcrit, & l'autre par l'inſcrit. Que ſur un des côtés du circonſcrit pris pour diametre, on décrive un Cercle auquel on inſcrira un Polygone ſemblable, ou que d'un des côtés du Polygone inſcrit pris de même pour diametre,

* V. les M. p. 418.

tre, on décrive un Cercle auquel on circonſcrira le 3me Polygone ſemblable, qui ſera le même de laquelle des deux façons qu'on ait operé, & inſcrit ou circonſcrit au même Cercle; l'eſpace compris par ce 3me Polygone ſera égal à la différence des eſpaces compris par les deux 1ers. C'eſt une Propoſition nouvelle, dûe à M. du Fay, & dont la démonſtration ſe fait preſque à l'œil. Il eſt bon, pour plus de facilité, que les deux 1ers Polygones ſoient diſpoſés de ſorte que le point du milieu des côtés de l'inſcrit réponde préciſément au ſommet des angles du circonſcrit.

Le Cercle auquel on circonſcrit & l'on inſcrit deux Polygones réguliers ſemblables, eſt lui-même certainement un Polygone régulier, mais infini; ainſi, puiſqu'il eſt indifférent quels Polygones ſemblables on circonſcrive & inſcrive, on peut circonſcrire & inſcrire deux Cercles qui ſont ſemblables, & le Polygone du milieu, c'eſt-à-dire, celui par rapport auquel on fait la circonſcription & l'inſcription, ſera néceſſairement un Polygone rectiligne ou fini; & alors la proprieté trouvée par M. du Fay doit ſubſiſter, c'eſt-à-dire, que la différence des aires des deux Cercles, l'un circonſcrit, l'autre inſcrit, cette eſpece d'Anneau qu'ils laiſſeront entre eux, doit être égale à quelque autre Cercle, qui ſera le 3me Polygone ſemblable aux deux premiers. Mais où prendre le diametre de ce Cercle? il faudroit, ſelon ce que nous avons établi pour les Polygones rectilignes, que ce fût un côté du Polygone ſoit circonſcrit, ſoit inſcrit; mais ici

les

ſes deux Polygones, le circonſcrit & l'inſcrit, qui ſont deux Cercles, n'ont aucun côté fini & déterminable. Alors il faut prendre pour diametre du 3me Cercle que l'on cherche, le côté du Polygone du milieu, qui ſera toûjours rectiligne. On le verra très-clairement, ſi le Polygone du milieu eſt un Quarré. L'aire du Cercle circonſcrit ſera double de celle de l'inſcrit, & par conſéquent la différence de leurs aires égale au Cercle inſcrit; d'un autre côté le 3me Cercle, qui aura pour diametre le côté du Quarré, ſera viſiblement le même que cet inſcrit. Mais ceci n'eſt qu'un exemple, & M. du Fay démontre la propoſition en général.

Si au lieu de deux Cercles, on circonſcrit & inſcrit à ce Quarré deux autres Polygones ſemblables, comme deux Octogones, un Cercle qui aura encore pour diametre le côté du Quarré, ſera tel que ſi l'on y inſcrit un 3me Octogone, ſon aire ſera égale à la différence des aires des deux premiers. Ce n'eſt encore là qu'un exemple, qu'il faut conçevoir élevé à une entiere généralité.

M. du Fay a trouvé moyen, du moins dans les Polygones pairs, de n'être pas obligé à décrire ſur un côté de Polygone le Cercle où ſera inſcrit le Polygone ſemblable aux deux premiers, & égal à la différence de leurs aires. Il décrit d'une maniere très-ſimple ce 3me Polygone, qui ſe trouve concentrique aux deux premiers, ce qui fait une eſpece d'agrément. Nous ne ſuivrons pas cette matiere juſqu'où M. du Fay l'a pouſſée. La Géometrie, ſur-tout la Géometrie pure, paſſé

un certain point, veut être traitée tout-à-fait géométriquement.

SUR UN NOUVEAU DEVELOPEMENT DES COURBES. *

LES Géometres cherchent de toutes parts des nouveautés dignes de leur attention, & de l'état où cette sublime Science est aujourd'hui. M. Huigens avoit trouvé la belle Théorie des Dévelopées, en concevant les Courbes couvertes par leur convexité d'un fil ou égal à leur contour, ou plus long, que l'on en détachoit, de façon qu'il fût toûjours Tangent de la Courbe à chaque instant où il l'abandonnoit †. La portion de ce fil devenue ligne droite, étoit à chaque instant le Rayon d'un arc circulaire infiniment petit décrit par son extrémité mobile; & la suite de tous ces arcs différemment posés les uns par rapport aux autres, formoit une nouvelle Courbe, qu'on peut appeller *Développante* par opposition à celle qui a été *Développée* du fil. Tous les Rayons qui partent de la Développée sont donc perpendiculaires à la Développante; & si réciproquement on prend une Courbe quelconque pour Développante, comme on le peut, ou, ce qui est le même, pour formée par le développement d'une

* V. les M. p. 478.

† V. l'Hist. de 1701. p. 101 & celle de 1706. p. 125.

d'une autre, & qu'on imagine des perpendiculaires tirées sur tous ses points du côté de sa convexité, ils se rencontreront deux à deux du côté de la concavité en des points qui appartiendront tous à la Dévelopée, & formeront le contour.

Nous avons vû en 1709*, que M. de Reaumur avoit étendu cette idée, en faisant tomber sur tous les points de la convexité d'une Courbe quelconque prise pour Développante, des droites qui y fissent toutes non un angle droit, comme dans la Théorie de M. Huigens, mais tout autre angle quelconque. Du concours de ces lignes au dedans de la Développante, naissoient de nouvelles sortes de Dévelopées, que nous avons nommées *imparfaites*.

Dans l'une & l'autre Théorie, les Rayons de la Dévelopée en sont toûjours les Tangentes; maintenant M. de Maupertuis sort absolument de cette idée. Il dévelope une Courbe de façon que le fil qui l'abandonne lui soit toûjours perpendiculaire, au lieu de la toucher. La condition que le Rayon soit Tangente, fait qu'on ne peut développer une Courbe que du côté de sa convexité; car les Tangentes ne sont que de ce côté-là: mais on tire aussi-bien une perpendiculaire à la Courbe du côté de la concavité que de celui de la convexité, & par conséquent le développement de M. de Maupertuis se fait des deux côtés également, & on peut concevoir deux fils couchés sur la Courbe, ou plutôt une

* P. 51. & suiv.

une ſeule perpendiculaire qui la coupe à chaque point, & qui par ſes deux extrémités décrit & au dehors & au dedans de la Dévelopée une Dévelopante. La longueur de cette perpendiculaire, ou Rayon, eſt, comme dans le Dévelopement de M. Huigens, égale à l'arc de la Courbe dévelopée juſque-là, à moins que la longueur du fil, ainſi qu'il arrive, & doit arriver ſouvent, n'ait excédé la Courbe, & en ce cas il faut que ce ſoit d'une quantité connue. La Courbe ayant été envelopée ou couverte de deux fils égaux, la longueur de la perpendiculaire ou Rayon entre la Dévelopée, & l'une ou l'autre Dévelopante, eſt viſiblement égale.

Toute Courbe a une Dévelopée à la maniere de M. Huigens, & par conſéquent elle a à chacun de ſes points un Rayon de la Dévelopée, qui lui eſt perpendiculaire, & dont les Géometres connoiſſent l'expreſſion générale. Donc la Courbe, qui ſe dévelope à la maniere de M. de Maupertuis, ſe dévelopant par un fil toûjours perpendiculaire, ce fil eſt dans la même poſition que le Rayon de la Dévelopée de M. Huigens, & il doit faire partie de ce Rayon, ou ce Rayon faire partie de lui. Comme la longueur de tout Rayon de la Dévelopée eſt connue, ſi l'on tire ce Rayon à un point quelconque de la Courbe qu'on dévelope ſelon le nouveau dévelopement, il ira du côté de ſa concavité rencontrer la Dévelopante, qui eſt de ce côté-là, & prolongé du côté de la convexité, il rencontrera l'autre Dévelopante à la même diſtance, ainſi qu'il vient d'être dit.

Il

Il ſe forme donc deux eſpaces *mixtilignes* compris entre 1°. l'Axe commun aux trois Courbes, la Dévelopée & les deux Développantes, 2° le Rayon ordinaire de la Dévelopée, 3° la Courbe qu'on dévelope perpendiculairement, 4° l'une ou l'autre Développante. De ces deux eſpaces, l'un eſt donc vers la convexité de la Dévelopée, l'autre vers la concavité.

Des quatre lignes qui les enferment, ils en ont toûjours trois communes ou égales, & ils ne différent que par la 4me ſeule, qui eſt l'une ou l'autre Développante. Or la Développante qui eſt du côté de la convexité de la Dévelopée eſt plus grande que l'autre; car que l'on conçoive outre le Rayon ordinaire de la Dévelopée, qui eſt une des lignes entre leſquelles l'eſpace eſt compris, un autre Rayon infiniment proche, ces deux Rayons ne peuvent concourir que du côté de la concavité de la Dévelopée, & ils ſe ſerrent toûjours en approchant de ce point où ils concourent. Or c'eſt par leurs parties priſes à diſtances égales de part & d'autre de la Dévelopée, qu'ils décrivent les deux Développantes: ils décrivent donc par des parties plus ſerrées la Développante qui eſt du côté de la concavité de la Dévelopée, & donnent moins d'étendue aux côtés infiniment petits de cette Développante, ce qui la rend moindre dans ſon tout, & l'autre au contraire plus grande. Ce raiſonnement n'eſt pas démonſtratif, parce que dans un intervalle plus ſerré la poſition d'une ligne peut être telle qu'elle en deviendra ſi grande qu'on voudra, & il

faudroit prouver encore que les petits côtés de la Développante, qui eſt vers la concavité, ne deviennent pas par ce principe plus grands que ceux de l'autre Développante, ni égaux : mais la preuve n'en ſeroit pas aſſés aiſée ; on peut ſe contenter du fait conſtant par le calcul, que la Développante vers la convexité eſt la plus grande, & l'on ſaura de plus que ce que nous avons dit des deux Rayons infiniment proches eſt un des principes de cette proprieté. De ce que cette Développante eſt la plus grande, il ſuit que l'eſpace auquel elle appartient, eſt auſſi le plus grand.

M. de Maupertuis ayant trouvé l'expreſſion algébrique de l'Elément infiniment petit de ces deux eſpaces, voit aiſément ſi on en peut trouver l'*Intégrale*, c'eſt-à-dire la grandeur finie qui ſera l'un ou l'autre eſpace, auquel cas on auroit la quadrature d'un ou de deux eſpaces terminés en partie par des Courbes, ce qui eſt toûjours précieux aux Géometres. Mais ni l'une ni l'autre expreſſion de l'Elément de ces eſpaces ne peut être *intégrée* abſolument, non pas même en ſuppoſant que l'arc quelconque de la Courbe développée qui entre néceſſairement dans cette expreſſion, fût *rectifiable*, ou égal à une droite déterminée, comme il l'eſt quelquefois. Par conſéquent, aucun des deux eſpaces n'eſt quarrable.

Mais ce qu'ils ne ſont pas, pris ſéparément, ils le ſont pris enſemble, pourvû que l'arc de la Courbe développée ſoit rectifiable. Chaque expreſſion des Elémens des deux eſpaces avoit certaines grandeurs qui l'empêchoient

choient de pouvoir être intégrée; quand on ajoûte les deux expreſſions l'une à l'autre, ces grandeurs qui de part & d'autre empêchoient l'intégration, ſe détruiſent, & diſparoiſſent. Ce ſont là des eſpeces d'accidens de Calcul, qui peuvent ſurprendre quand on les énonce en général, & ne le peuvent plus quand on les voit. M. de Maupertuis a recherché le vrai principe de celui-ci; car ſi on veut de la lumiere, il ne faut pas ſe contenter de prendre ce que le Calcul donne, il faut ſavoir pourquoi il le donne.

Que la Courbe qu'on développe perpendiculairement, ſoit géométrique, ou méchanique, tout ce que nous avons dit eſt indépendant de cette différence de nature, quoique ſi eſſentielle.

Comme on ſait dans la Théorie de M. Huigens, quelle Courbe développante ſera produite par le dévelopement d'une autre quelconque, M. de Maupertuis a voulu déterminer auſſi par une Formule générale, quelles ſeroient les deux Développantes produites par une Courbe quelconque développée à ſa maniere. Il réſulte de ſa Formule, que quand la Développée eſt géométrique, ſi de plus elle eſt rectifiable, les Développantes ſont géometriques, mais méchaniques ſi la Développée n'eſt pas rectifiable; & à plus forte raiſon, quand elle eſt méchanique non rectifiable, les Développantes ſont méchaniques.

On ne peut remarquer ſans une eſpece d'admiration, que la proprieté trouvée à la Spirale logarithmique par feu M. Jacques Bernoulli, ſe retrouve encore ici. Nous a-

vous dit en 1705 * que cette Courbe tournée de tous les sens dont M. Bernoulli avoit pû s'aviser pour lui en faire produire d'autres, ou pour faire qu'elle fût produite par d'autres, étoit toûjours produite par des Spirales logarithmiques, ou en produisoit. Dévelopée à la maniere nouvelle & singuliere de M. de Maupertuis, ses deux Dévelopantes sont encore des Spirales logarithmiques; tant elle s'opiniâtre, pour ainsi dire, à n'être jamais qu'elle-même, tant elle est d'une nature indomptable.

SUR UNE NOUVELLE GONIOMETRIE. †

IL faut se rappeller ici ce qui a été dit en 1725 ‡ sur la Goniométrie de M. de Lagny. Les 3 côtés d'un Triangle rectangle quelconque étant connus, il en considere le plus petit angle aigu, & s'il est plus grand que 15 degrés, il le réduit à être moindre, parce que c'est là un avantage dans sa Méthode; après cela il trouve par une formule générale quel est l'Arc de Cercle qui mesure cet angle réduit, & de-là s'ensuit necessairement la connoissance de ce petit angle aigu tel qu'il étoit avant sa réduction, & celle du grand angle aigu. Il ne s'agit plus ici que de la formule générale qui donne un Arc de cercle cherché, ou la mesure d'un angle.

Cet-

* p. 182. & suiv. † V. les M. p. 171.
‡ p. 72. & suiv.

Cette formule générale eſt une Suite infinie décroiſſante, qui exprime la valeur d'un Arc circulaire quelconque, moindre que 90, par ſon Rayon, & par ſa Tangente uniquement. Sa ſomme eſt égale à l'Arc, qui par conſéquent ſeroit égal à une ligne droite ou rectifiée, ſi on pouvoit déterminer cette ſomme; mais on ne le peut, & la Suite, à meſure qu'on en prend plus de termes, ne fait qu'approcher toûjours davantage de la valeur de l'Arc, ſans y pouvoir arriver.

Comme en cherchant la valeur d'un Arc ou Angle qu'on ne peut avoir dans une entiere préciſion, il ſuffit, ſelon les différens objets qu'on ſe propoſe, d'avoir cette valeur juſqu'à un certain point, car en Aſtronomie, par exemple, on n'a guere beſoin de paſſer les Secondes; il ſera donc avantageux de ſavoir à quel terme de la Suite de M. de Lagny il faut s'arrêter, afin que la ſomme de tous les précédens donne l'Arc, tel qu'on ſe contente de l'avoir. Pour cela, M. de Lagny fait deux choſes, qu'il eſt à propos d'expliquer.

1°. Toute cette Suite qui a eſſentiellement une infinité de termes, il la réduit à être repréſentée par un ſeul, parce qu'il laiſſe dans cette expreſſion nouvelle une grandeur indéterminée, qui eſt le *quantieme* de chaque terme dans la Suite. Ainſi en donnant une valeur à ce quantieme indéterminé, on a tout d'un coup le 1er terme de la Suite, le 2d, le 3me, &c. le dernier ou infinitieme.

Et ſur cet infinitieme, il ne ſera pas inutile de remarquer que c'eſt un infiniment petit

d'un ordre prodigieuſement bas, ce qui prouve encore mieux que nous n'avions fait en 1725, que cette ſuite a l'avantage d'être extrêmement convergente; car ayant commencé par des termes finis, elle ne peut aboutir à un infiniment petit ſi bas, ſans avoir paſſé par une infinité d'infiniment petits de différens ordres moins bas, qui n'augmenteront point ſa ſomme finie.

2°. Le point où l'on veut s'en tenir ſur la valeur de l'Arc étant fixé, par exemple, ſi l'on veut ne pas paſſer les Secondes, ou les Tierces, ou les Quartes, &c. M. de Lagny donne une expreſſion générale & indéterminée de la grandeur qu'il faut ajoûter au terme de la ſuite où l'on s'arrêtera pour avoir par la ſomme de tous les précédens, l'Arc auſſi précis qu'on le demande. Cette derniere expreſſion contient le quantieme indéterminé du terme néceſſaire de la ſuite, de ſorte que l'on a tout d'un coup le nombre des termes de la ſuite qu'il faudra ſommer, & la grandeur qu'il y faudra ajoûter, pour être auſſi près qu'on l'a voulu de la juſte valeur de l'Arc. Il n'y a point à cela de bornes, comme aux Tables les plus étendues, qui ne prennent même les Secondes que de 10 en 10. Ici le champ eſt ouvert pour toutes les parties de degré ſi petites qu'on voudra, & des Minutes millionniemes ſe trouveroient auſſi bien que celles qu'on appelle Secondes. On ne peut jamais avoir beſoin d'aller juſque-là, mais il ſemble qu'on ſoit bien aiſe de le pouvoir; du moins l'Art en eſt plus parfait, & plus digne de la vaſte étendue ac-

cor-

cordée à notre intelligence en fait de grandeurs & de rapports.

SELON *l'uſage établi dans cette Hiſtoire, c'eſt ici le lieu de rendre compte au Public d'un Ouvrage de Géometrie, qui a paru cette année. Mais parce qu'il ne convenoit nullement à l'Hiſtorien d'en parler, comme il auroit pû faire de tout autre, on mettra ici les deux Extraits que M. l'Abbé Terraſſon en avoit faits pour le Journal des Savans. Ainſi c'eſt toûjours un Membre de l'Académie qui parle ici. Ces deux Extraits ſont imprimés dans les mois de Juillet & d'Octobre de* 1728, *tels à peu-près qu'on les va voir.*

CEt Ouvrage de M. de Fontenelle, que l'Académie a bien voulu qualifier de *Suite de ſes Mémoires*, eſt intitulé; *Elémens de la Géometrie de l'Infini.* Mais par ce titre modeſte, il faut plutôt entendre les Elémens ou les premiers principes de la choſe, que les Elémens de la doctrine, ou les premieres leçons données à des Commençans. Le Livre ne peut être bien conçû, & à plus forte raiſon bien goûté, que par ceux qui ont éprouvé eux-mêmes en combien de manieres on eſt conduit à l'Infini par les recherches de la Géometrie, & par la réſolution des Problêmes qu'elle préſente. Il s'agit peu dans cet Ouvrage de prouver l'exiſtence de l'Infini à un homme neuf dans les Mathématiques. Mais l'Auteur s'applique beaucop à découvrir

voir d'où peuvent venir, ſous la plume des Géometres, les Infinis affectés d'autant de valeurs différentes, & ayant entre eux les mêmes rapports que les Finis. Bien loin que les anciens Géometres ſe ſoient portés d'eux-mêmes à admettre l'Infini, ils ont réſiſté longtems à celui que leur offroient à chaque pas les nombres & les lignes incommenſurables. M. de Fontenelle dans ſa Préface fait une hiſtoire abrégée de l'aveu & de l'emploi toûjours plus déclaré que les Anciens mêmes ont fait de l'Infini. Nous appellons aveu de l'Infini la propoſition, par exemple, dans laquelle ils ont dit que l'eſpace aſymptotique de l'hyperbole n'a point de meſure finie, ni dans ſa longueur, ni dans ſa valeur. C'eſt par une vûe forcée de l'eſprit donné à tous les hommes, & ſeulement plus atteutif & plus exercé dans les Géometres, qu'ils ont reconnu que le Fini & l'Infini naiſſoient auſſi néceſſairement l'un que l'autre des hypotheſes géométriques les plus ſimples. Nous appellons emploi de l'Infini, l'uſage qu'Archimede a fait du Cercle conſidéré comme Polygone infini, pour démontrer que ſon aire eſt égale à la circonférence multipliée par la moitié du rayon, ou la route qu'il a priſe pour arriver à la quadrature de la Parabole.

C'eſt à cet emploi de l'Infini, non plus hazardé ou déguiſé comme autrefois, mais pris pour baſe, réduit en règles, transformé en calcul, que la Géometrie moderne doit ſes progrès immenſes, ſa ſublimité merveilleuſe, & ſon extrême facilité. Mais ce n'eſt pas tout d'un coup que la méthode géométrique des

Mo-

Modernes mêmes eſt montée à cette perfection. A la renaiſſance des Lettres on étudia les anciens Géometres, & l'on s'en tint longtems à entendre leurs démonſtrations, & à croire qu'il étoit impoſſible d'aller plus loin qu'eux. Bonaventure Cavalerius, Religieux Italien de l'Ordre des Jéſuites, eſt le premier qui dans ſa Géometrie des Indiviſibles, imprimée à Bologne en 1635, ait fondé volontairement & par choix tout ſyſtême géometrique ſur les idées de l'Infini. Dans cet Ouvrage, Cavalerius conſidere les plans comme formez par des ſommes infinies de lignes qu'il appelle quantités indiviſibles, & les ſolides par des ſommes infinies de plans, qui comme plans ſont indiviſibles. Il eſt vrai qu'il couvre lui-même l'idée de l'Infini du terme adouci d'Indéfini. Il eſt vrai auſſi que le commun des Géometres s'oppoſa à ſon ſyſtême malgré cet adouciſſement: mais de grands Géometres l'adopterent dans toute ſon étendue. M. de Fontenelle ſuit l'avancement de la ſcience de l'Infini, & l'accroiſſement de ſa réputation depuis cette époque, & à meſure qu'il a paſſé par les mains des Deſcartes, des Wallis, des Fermats, des Paſcals & des Barrows. Mais l'Infini n'étoit encore qu'en idée abſtraite dans l'eſprit de ces grands hommes, & ils étoient réduits à ne l'employer que de tête, à peu près comme un homme qui aſſembleroit des nombres ſans chiffres, ou comme les Anciens découvroient les propriétés de leurs courbes ſans calcul. Enfin M. Newton trouva le premier, & M. Leibnits publia le premier l'Algorithme, ou les expreſſions de l'Infini dans toutes ſes variétés,

riétés, nouveau calcul soumis aux loix ordinaires de l'Algébre.

Tout étoit donc achevé en quelque sorte pour l'usage, entendant même ici par l'usage, la résolution des Problêmes de la plus haute Géométrie. Mais les Inventeurs du Calcul, & ceux qui l'ont employé avec le plus de succès & de gloire, comme Mrs. Bernoulli, plusieurs autres Etrangers, & parmi nous, M. le Marquis de l'Hôpital & M. Varignon, ont donné peu de Théorie. Aucun d'eux du moins n'a présenté au public une Théorie generale de l'Infini. C'est ce vaste objet que M. de Fontenelle nous propose. Il est bon même de dire ici que l'infiniment grand ayant toûjours été d'un moindre usage dans la Géometrie que l'infiniment petit son opposé, les Géometres ont laissé à notre Auteur cette premiere partie toute neuve, non seulement en elle-même, mais dans la comparaison qu'il en fait avec les infiniment petits.

L'ouvrage entier est divisé en deux parties. La premiere a pour titre: *Système general de l'Infini*; & la seconde: *Différentes Applications ou Rémarques*. La premiere partie est elle-même divisée en douze Sections. Mais nous en ferons de notre chef une autre division, fondée aussi sur la nature des matieres, & qui rendra les deux parties de cet Extrait plus égales. Dans les sept premieres Sections, qui feront l'objet de notre premiere Partie, M. de Fontenelle examine l'Infini dans les Suites ou dans les Progressions des Nombres. Et dans les cinq dernieres, que nous joindrons à la seconde Partie de l'Auteur, & qui rempliront ensemble la seconde Partie de

de cet Extrait, il examine l'Infini dans les lignes droites ou courbes.

I.

De l'Infini dans les Suites, ou dans les Progressions des Nombres.

La premiere Section traite de la Grandeur & de ses Rapports, des Proportions & des Progressions. Quoique ce sujet, sur-tout à s'en tenir au Fini, paroisse d'abord ne rien promettre que de connu, on sent déja que l'Auteur veut élever sur ces fondemens un édifice plus haut que les édifices ordinaires. On y trouve des distinctions d'idées qui n'avoient pas encore été faites, & qui annoncent non seulement la grandeur, mais la justesse du système. On fait partir ordinairement de zero la suite naturelle des nombres, & l'on dit 0, 1, 2, 3, 4, &c. On peut aussi partir de 1. Ainsi zero & 1 peuvent être termes. Mais zero ne pouvant jamais être considéré que comme terme, 1 doit être encore plutôt considéré comme élément, puisque les nombres à l'infini ne sont formés que de l'unité répétée. La distance de zero à un nombre, est le modele de tous les rapports arithmétiques; & le rapport de 1 à un autre nombre, est le modele de tous les rapports géométriques. L'Auteur fait voir comment tous les rapports sont représentés par deux lettres seules, jointes à une troisieme par addition dans les proportions arithmétiques, & par multiplication dans les proportions géométriques. Il établit en cela l'essence des unes & des autres, &

il

il en tire la proprieté, qui réſulte de la comparaiſon des Extrêmes & des Moyens: proprieté que l'on a priſe communément juſqu'ici pour l'eſſence même.

L'Auteur venant aux Progreſſions, préſente en expreſſions générales & en exemples particuliers le parallele des deux ſuites, l'Arithmétique & la Géometrique, enfermées l'une & l'autre entre les mêmes extrêmes pris à volonté. Il explique à fond leurs différences; préparatif néceſſaire pour ſuivre leur cours, & pour avoir leurs ſommes, quand les deux extrêmes ſeront infiniment diſtans l'un de l'autre. Ainſi le but de cette premiere Section eſt encore plus important que les choſes qu'elle renferme. On la doit conſidérer comme contenant les loix que l'Auteur s'impoſe à lui-même, ou auxquelles il prétend aſſujettir l'Infini qu'il va traiter; & c'eſt ainſi qu'il écarte de l'eſprit de ſon Lecteur toute idée de ſpéculation vague, & qu'il donne à ſon ſujet le caractere d'une Science.

Il entre donc dès la ſeconde Section dans l'examen de la Grandeur infiniment grande. L'eſſence de la grandeur eſt d'être ſuſceptible, de plus ou de moins, & cette proprieté ne l'abandonnant jamais, elle en eſt ſuſceptible juſqu'à l'infini. L'eſprit peut avoir quelque peine à s'accoûtumer à l'infinité des Nombres, mais il lui eſt abſolument impoſſible de leur concevoir des bornes; & cette impoſſibilité ſuffit ſeule pour fonder la vérité des raiſonnemens ſur l'Infini. Nous diſons ici de nous-mêmes, qu'il eſt fort indifférent que l'idée

l'idée de l'Infini ſoit poſitive ou négative, comprehenſive ou intellectuelle, mathématique ou métaphyſique: mais que dans cette indifférence les Géometres ont choiſi de traiter l'Infini ſuivant une idée poſitive, compréhenſive & mathématique. Sur ce pied-là M. de Fontenelle dit très-bien, que les nombres infinis exiſtent de la même exiſtence que les nombres finis. Les uns & les autres ont les mêmes proprietés entant que nombres, & l'on fait ſur tous les mêmes opérations de l'Arithmétique. Mais voici la proprieté particuliere qu'ils ont comme infinis. Le nombre fini pouſſé juſqu'à l'infini, devient incapable d'augmentations finies; & la ſeule expérience des Calculs a appris à tous les Géometres, que l'Infini, plus 1, plus 2, plus 3, &c. n'eſt que l'Infini. Mais l'Infini reçoit des augmentations de ſon ordre, ou croît par des Infinis; & les calculs ſe trouvent juſtes, en admettant 2 infinis, 3 infinis, 4 infinis, &c. En avançant toûjours, on arrive à l'Infini de l'Infini; ou à l'Infini du ſecond ordre. Celui-ci n'eſt plus augmenté par les Infinis du premier, & ne reçoit d'augmentations, comme le premier, que par les Infinis de ſon ordre, & ainſi de ſuite juſqu'à l'ordre infinitieme. La raiſon de cet effet ſe trouve dans la nature de la choſe. La grandeur eſt ſuſceptible d'augmentation juſqu'à l'Infini, mais elle ne peut être augmentée que par ce qui eſt grandeur. Or les nombres d'ordre inférieur ne ſont pas grandeur par rapport à l'ordre ſupérieur. C'eſt pour cela que les Finis mêmes ne ſont pas augmentés par les infini-

ment

ment petits du premier ordre, ni ceux-ci par ceux du ſecond, & ainſi des autres. La même Analogie ſe ſoûtient par-tout, & eſt toûjours juſtifiée par l'application des calculs à des vérités mathématiques connues d'ailleurs.

Comme l'Infini, multiplié par un nombre fini, par exemple 3, ne change point d'ordre, quoiqu'il devienne trois fois plus grand : ainſi l'Infini diviſé par 3, demeure infini quoiqu'il devienne trois fois plus petit, ou le tiers de l'Infini. Mais comme l'Infini multiplié par l'Infini change d'ordre en deſſus, & devient infini du ſecond, du troiſieme, du quatrieme ordre, ſelon la grandeur ou l'ordre du multiplicateur ; ainſi l'Infini diviſé par l'Infini change d'ordre en deſſous, & devient fini ou infiniment petit du premier, du ſecond, du troiſieme ordre, &c. ſelon la grandeur ou l'ordre du diviſeur. Ces vérités ſont connues de tous les Calculateurs de l'Infini. Mais M. de Fontenelle poſe enſuite des principes ſuperieurs au calcul même, & qui ſont dans la Géometrie de l'Infini ce que ſont les axiomes dans la Géometrie commune.

Une proprieté qui a pris naiſſance dans le Fini, & qui s'y conſerve auſſi long-tems qu'on l'y peut ſuivre, reçoit dans l'Infini tout l'accompliſſement dont elle eſt capable. Dans le Fini, par exemple, plus un nombre eſt grand, plus il eſt petit par rapport à ſon quarré ; donc dans l'Infini il ſera infiniment petit par rapport à ſon quarré ; ou, ce qui eſt la même choſe, il ſera d'un ordre inférieur, & diſparoîtra devant lui. Par la raiſon

ſon des contraires, une proprieté qui va décroiſſant dans le Fini, s'anéantit ſûrement dans l'Infini. Ainſi parce que dans la ſuite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, &c. les rapports géometriques d'un nombre à l'autre décroiſſent toûjours, & que $\frac{2}{1}$, par exemple, eſt plus petit que $\frac{1}{1}$, & celui-ci plus petit que $\frac{2}{2}$, il eſt ſûr que la ſuite infinie des nombres ſe terminera par un rapport d'égalité, ou par deux Infinis égaux. On trouve ici quelques autres principes de cette eſpece: tout l'ouvrage même eſt ſemé de ces ſortes de vûes qui affermiſſent extrêmement l'eſprit du Lecteur, & qui liant à merveille ce qu'il ſait avec ce qu'il apprend, lui font peu à peu trouver en lui-même des choſes qu'il ne croyoit exiſter nulle-part.

Le premier exemple que l'Auteur donne de l'uſage que peut avoir la Théorie de l'Infini, eſt la détermination de la ſomme entiere des nombres naturels. On ſent bien en général que cette ſomme eſt un Infini, mais on voit par l'application de la formule déja établie pour la ſomme finie quelconque des Finis de cette ſuite, que cette ſomme ſe revêtant des conditions de l'Infini, eſt préciſément la moitié de l'Infini du ſecond ordre.

L'Auteur paſſant aux progreſſions, ſoit arithmetiques, ſoit géometriques, formées entre 1 & l'Infini, conclut très-bien de ſes principes, que ſi le nombre de ces termes moyens introduits dans la progreſſion eſt fini, chaque terme dans l'arithmétique aura une différence infinie, & dans la géometrique un rapport infini au précedent. Cette conſidera-

tion

tion à l'égard de la progreſſion géometrique, eſt le fondement de la doctrine des ordres radicaux, ou des racines de l'Infini, dans toutes les varietés de leurs expoſans. Quelques Géometres avoient deja ſenti le beſoin de ces ordres radicaux dans les équations des courbes, lorſque l'une ou l'autre des deux inconnues de différentes dimenſions eſt portée juſqu'à l'Infini. La Théorie de ces ordres eſt ici expliquée à fond. Les racines d'un expoſant fini, quoique du même ordre potentiel que l'Infini dont elles ſont racines, ſont infiniment moindres que lui, & diſparoiſſent devant lui. Bien davantage, ces racines formant dans l'intervalle de 1 à l'infini une progreſſion géometrique finie par le nombre de ſes termes, & ne différant entre elles que de quelques ordres radicaux, on même d'un ſeul ordre radical, ſont néanmoins infiniment plus grandes les unes que les autres, & diſparoiſſent ſucceſſivement les unes devant les autres. Il n'en eſt pas de même, quand le rapport géometrique de 1 à l'infini a été divi.é en un nombre infini de parties ou de termes dans la progreſſion. Aucun n'eſt infiniment grand par rapport à celui qui le précede, & du côte de l'origine ils ſont réellement finis. Cette derniere proprieté convient auſſi à la progreſſion arithmétique infiniment diviſée: & de-là naît une curioſité nouvelle dans les calculs. Une longue ſuite de nombres finis preſentés ſous une forme infinie. Cette forme ſe réduit aux nombres naturels dans la progreſſion arithmétique, & il eſt impoſſible de les y réduire dans la géometrique. Mais

on démontre que dans cette derniere progreſſion le ſecond terme plus grand que 1, eſt plus petit que 2, le troiſieme plus petit que 3, le quatrieme plus petit que 4, & ainſi de ſuite.

Il s'agit dans la troiſieme Section de la ſuite infinie des nombres naturels élevée à ſes puiſſances, & comparée à la progreſſion géometrique correſpondante. Cette Section eſt le véritable fondement de tout l'ouvrage. Elle ne peut être compriſe elle-même que par une étude très attentive ; elle enferme des ſuppoſitions que la ſeule accoûtumance à l'objet peut faire paroître d'abord recevables, enſuite neceſſaires, & enfin vrayes. Nous allons rapporter les deux principales. La ſuite naturelle des nombres, à commencer par 1, va juſqu'à l'infini, dernier terme du premier ordre. On ſera ſans doute ſurpris de trouver dans cette ſuite, ſi expoſée aux yeux de tout le monde, des proprietés auxquelles il y a bien de l'apparence que perſonne n'avoit encore penſé. Le dernier terme de cette ſuite eſt infini par l'hypotheſe & par la nature de la choſe. Mais le précédent, qui n'en différe que de l'unité, eſt infini lui-même, puiſqu'il n'eſt moindre que d'une grandeur qui n'eſt pas grandeur par rapport à lui. Nous dirons la même choſe de l'antépénultieme & de tous ſes ſemblables en reculant, juſqu'à ce que nous ayons une quantité infinie d'unités qui mette une différence pleinement infinie entre le plus haut des Infinis & le plus haut des Finis. Il y a donc déja une infinité d'Infinis dans la ſuite des nombres naturels,

ſuite arithmétique que l'Auteur appelle *A*. De plus nous avons vû que l'Infini diviſé par un nombre fini, ou ce qui eſt la même choſe, toute aliquote finie de l'Infini, par exemple, ſa 10me, ſa 100me, ſa 1000me partie, eſt un Infini. Ainſi diviſant la ſuite infinie des nombres naturels par le plus grand nombre fini poſſible, il n'y aura que la premiere des parties de cette diviſion qui contienne les Finis. Par-là on apperçoit aiſément le nombre prodigieux d'Infinis contenus dans toutes les autres, & il ne reſte que la difficulté de comprendre comment les Finis mêmes peuvent être encore en nombre infini. On ne laiſſera pas de le ſentir indépendamment des preuves plus longues que l'Auteur en donne; en penſant que le premier des Infinis, que nous déterminons pour un moment, ne ſurpaſſant le dernier des Finis que de 1, ne peut être un nombre infini lui-même que par un nombre infini de Finis qui l'auront précédé.

Le nombre infini des Finis, partie la moins conſidérable de la ſuite *A* étant poſé: l'Auteur fait une diſtinction remarquable entre les Infinis ſuivans, & c'eſt-là ce que nous appellons ſa premiere ſuppoſition, qu'il employe en pluſieurs autres endroits. Il diſtingue les Infinis croiſſans ou variables, de l'Infini fixe qui termine la ſuite, & il invente même pour eux tous un caractere nouveau. Nous avons beſoin, pour faire entendre ſa penſée dans un Extrait, d'emprunter une comparaiſon bien éloignée par elle-même, mais ſuffiſamment exacte dans ſon rapport. Que l'on prenne pour un moment le nombre mille pour l'Infini fixe, le nombre cent pour le plus grand

grand des Infinis croissans & variables, & le nombre dix pour le plus petit d'entre eux. Tous les *Finis* sont représentés par les nombres compris entre 1 & 10. Je divise 1000 par 100, ce qui est la plus grande division que j'en puisse faire sans tomber dans le Fini. Je commence par prendre une centieme de mille qui me donne déja un Infini, mais le plus petit qui existe. Je continue par deux centiemes, trois centiemes, jusqu'à dix centiemes, qu'on doit regarder comme le premier Infini croissant. Au delà je trouve 20 centiemes, second Infini croissant; & allant toûjours, j'arrive enfin à cent centiemes de mille, c'est-à-dire, à mille complet, ou à l'Infini fixe. Au reste cet Infini fixe n'est ici que l'Infini du premier genre; & l'on verra par les hypotheses suivantes, que les nombres revêtus même de la condition d'Infinis, ne peuvent jamais s'arrêter. En effet si un nombre infini par rapport à nous, n'est qu'un nombre au delà de toute compréhension ou de toute détermination humaine, il n'est pas pour cela le dernier des nombres possibles; & rien n'empêche qu'on ne le double, qu'on ne le quarre, en un mot qu'on ne fasse sur lui toutes les opérations que l'on fait sur les grandeurs inconnues ou indéterminées de l'Algebre. Et par rapport à l'Infini fixe, quand ce premier Infini ne seroit pas un nombre unique ou individuel, il seroit toûjours assés fixe comme Infini, pour soûtenir les rapports que l'on appuye actuellement sur lui dans la plûpart des suppositions ou des considérations mathématiques. Ces vûes qu'on pourroit étendre davantage, paroissent suffire pour réduire toûjours aux termes seuls, dont

les Géometres ſont obligés de ſe ſervir, les contradictions qui leur ſont quelquefois reprochées par des hommes étrangers à la Géometrie.

La ſuite *A*, ainſi établie, l'Auteur paſſe à l'examen de *A* élevée à 2, ou d'une ſuite où tous les termes de la premiere ſont élevés à leur quarré. Elle finira donc par l'Infini élevé à la ſeconde puiſſance, ou par le quarré de l'Infini. Cette ſuite a autant de termes que la prémiere; mais elle ſaute un nombre toûjours croiſſant des termes de la premiere: car lorſque la premiere eſt à 4, celle-ci eſt à 16, quarré de 4, & 16 dans la premiere eſt encore bien éloigné. Cette conſidération conduit M. de Fontenelle à ſa ſeconde ſuppoſition, bien plus extraordinaire que celle que nous avons déja expoſée.

Il eſt conſtant que dans la ſuite des quarrés on arrive aux Infinis bien plutôt que dans la ſuite des nombres. Ainſi en concevant ces deux ſuites placées l'une ſur l'autre: & ſuppoſant que dans la ſuite des quarrés on tient le premier quarré infini, ce premier quarré étant prodigieuſement plus loin dans la ſuite des nombres, il y a néceſſairement dans celle-ci un nombre innombrable de Finis, au deſſus deſquels ſont leurs quarrés encore plus infinis que le premier, puiſqu'ils vont toûjours en croiſſant. Voilà le paradoxe: Des nombres finis dont le quarré eſt infini. L'Auteur paroît avoir été effrayé lui-même de cette conſéquence. Il va juſqu'à dire qu'elle a penſé lui faire abandonner tout ce ſyſtême de l'Infini, & il promet encore très-ſincerement de renoncer à cette idée, ſi on lui fait voir que ſans elle on peut faire un ſyſtême

lié

ſé de l'Infini dans la Géometrie, ou qu'il y ait quelque autre idée à lui ſubſtituer, qui faſſe le même effet ſans avoir la même difficulté ou une équivalente.

Cet aveu eſt accompagné d'ailleurs de toutes les raiſons qui peuvent adoucir une propoſition, qui devient un principe pour toute la ſuite de l'Ouvrage. Les Géometres n'ont opéré juſqu'à préſent que ſur les Finis qui ſont à l'origine, ou au commencement des ſuites, ou ſur les Infinis complets ou fixes qui les terminent; ainſi on n'a encore bien ſaiſi que les deux extrémités. Mais les plus grandes merveilles de l'Infini arrivant dans le paſſage de l'un à l'autre, il n'eſt pas étonnant que celui qui examine le premier ce paſſage, y trouve dequoi ſurprendre ſes Lecteurs, comme il a été ſurpris lui-même. Les Finis en mouvement, ou comme diſent nos habiles voiſins, *en fluxion*, pour devenir infiniment grands ou infiniment petits, ſont d'une nature moyenne qui a ſes propriétés particulieres. En un mot, il ne paroît pas qu'on puiſſe refuſer à l'Auteur le droit d'établir une nouvelle Claſſe pour ces Finis, qu'il appelle *indéterminables*, & qui n'étant pas encore aſſés grands pour être infinis par eux-mêmes, ſont déja aſſés grands pour devenir infinis par l'élévation à leur quarré.

M. de Fontenelle ne s'en tient pas à la ſuite A, portée à ſa ſeconde puiſſance. Il la fait paſſer par tous les expoſans entiers & fractionaires, quelques-uns en expreſſions particulieres, & tous enfin en expreſſions générales. Ce détail le mene juſqu'au nombre de dix-huit ſuites, toutes approfondies & évaluées. Elles le ſont

en effet d'une maniere si conforme aux principes qu'il a posés, & pour dire quelque chose de plus, à leur nature propre, qu'il n'y a point de Lecteur intelligent qui prenant les deux ou trois premieres pour modele des recherches qui sont à faire, ne trouvât dans les autres précisément tout ce que l'Auteur y trouve: marque infaillible de la justesse & de la certitude de ses premieres vûes.

La comparaison de la suite *A* avec une suite géometrique introduite entre 1 & l'Infini, & que l'Auteur appelle *G*, est le dernier objet de la troisieme Section. Toutes les différences de la suite *A* sont égales & finies, puisqu'elles sont toutes l'unité, & leur somme est infinie. Il se trouve par la formule générale des calculs, que la somme des différences de la suite *G* est aussi infinie. Mais au lieu qu'il est essentiel à une suite arithmétique que toutes ses différences soient égales, il est essentiel à une suite géométrique que toutes ses différences soient inégales, & même les plus inégales dans leur total qu'il s'en puisse trouver en aucune suite imaginable non géométrique. Par-là la suite *A*, & la suite *G*, sont de toutes les suites les plus opposées entre elles: c'est un principe dont l'Auteur fait un grand usage dans tout son Livre. Il faut donc que ces deux suites convenant dans le nombre infini de leurs différences; d'ailleurs toutes les différences de *A* étant l'unité, toutes les différences de *G* soient les unes plus petites & les autres plus grandes que l'unité; & que toutes les différences de *A* étant égales, dans *G* au contraire il y en ait de finies vers l'origine, & d'infinies vers l'extrémité; de telle sorte

te pourtant que le nombre des finies eſt infini, & que le nombre des infinies eſt fini. Enfin au lieu que la ſomme de *A* eſt un Infini du ſecond ordre, celle de *G* n'eſt qu'un Infini du premier; mais au lieu que la ſomme de *A* n'eſt que la moitié préciſe de l'Infini du ſecond ordre, celle de *G* eſt l'Infini du premier multiplié par un très-grand nombre fini, mais inconnu.

L'Auteur dans la quatrieme Section vient à la grandeur infiniment petite. L'infiniment petit eſt une partie du Fini réſultante d'une diviſion pouſſée juſqu'à l'Infini. Ainſi l'infiniment petit eſt eſſentiellement une fraction dont le numerateur eſt uni, & le dénominateur infini. L'infiniment petit n'eſt en quelque ſorte que l'inverſe de l'infiniment grand. Les mêmes nombres & les mêmes caracteres ſervent pour l'un & pour l'autre, & l'on ne trouve pas plus de bornes à l'un qu'à l'autre. Une analogie parfaite regne toûjours entre leurs proprietés contraires. Comme l'Auteur continue d'examiner les grandeurs dans les ſuites; pour comprendre l'objet principal de cette Section, il ne s'agit que de ſe repréſenter toutes les ſuites de la précédente, changées en fractions, dont le numerateur perpetuel eſt l'unité, & dont les dénominateurs ſont les termes conſécutifs de chacune de ces ſuites. Par-là les infiniment grands de différens ordres dans les premieres, deviennent des infiniment petits des mêmes ordres dans les ſecondes. Mais les Finis demeurent dans leur ordre, quoique diminués dans la proportion, par exemple, de 3 à 1. Les ſom-

mes de ces ſuites fractionaires ſont bien différentes de celles des ſuites auxquelles on les compare : celles-ci deviennent plus grandes à proportion qu'elles ont moins de termes finis & plus d'infinis ; les fractionaires au contraire ne conſervent dans leurs ſommes quelque valeur ſenſible, que par les Finis de leurs correſpondantes ; & ces ſommes ſont par conſéquent d'autant moins conſidérables, que les ſommes des correſpondantes l'étoient davantage.

Il arrive de-là qu'une ſuite ſi élevée dès le ſecond terme, & ſi croiſſante juſqu'au dernier, qu'elle n'aura eu pour ſomme que ce dernier terme dans la Section précédente, pourra être ſi abaiſſée & ſi décroiſſante dans celle-ci, qu'elle n'aura pour ſomme que ſon premier terme ou l'unité. Enfin par rapport à l'uſage de la ſommation des ſuites qui ſe préſente ſouvent dans la Géometrie, il eſt toûjours certain que la ſomme totale d'une ſuite fractionaire ſera infinie, ſi les Finis de la ſuite d'entiers correſpondante ſont en nombre infini ; & qu'au contraire cette ſomme totale ſera finie, ſi les Finis de la ſuite correſpondante ne ſont qu'en nombre fini.

Nous n'omettrons pas ici un exemple de cette eſpece, qui démontre, *à poſteriori*, l'exiſtence des Finis indéterminables. On ſait par des Méthodes connues d'ailleurs, que la ſuite fractionaire $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, &c. a une ſomme infinie, & qu'au contraire cette même ſuite étant quarrée $\frac{1}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}$, &c. n'a qu'une ſomme finie. Il y a donc néceſſairement des nombres finis devenus infinis dans leurs

quar-

quarrés, qui demeurant finis dans la ſuite fractionaire des nombres, donnent une ſomme *infinie*, & qui devenant infiniment petits dans la ſuite fractionaire des quarrés, réduiſent leur ſomme à n'être que finie. Cette même expérience de Calcul démontre encore qu'il y a un nombre infini de nombres finis, puiſque la ſuite fractionaire des nombres ne peut être infinie dans ſa ſomme que par le nombre infini de ſes Finis; & l'on voit enfin que les Finis indéterminables ſe trouvent dans le paſſage du Fini à l'infiniment petit, comme dans le paſſage du même Fini à l'infiniment grand.

Nous ne nous étendrons pas davantage ſur la quatrieme Section, quelque nombre d'autres curioſités qu'elle renferme; telles que ſont des ſuites infinies qui n'ont pour valeur qu'un nombre donné 2, 3, ou tel autre qu'on voudra; ou la détermination des Elémens immédiats des Infinis de tout ordre, c'eſt-à-dire, la grandeur préciſe qui, priſe une infinité de fois, donne cet ordre. L'emploi de l'Infini n'a d'abord été imaginé que pour chercher des valeurs finies: & dans cet ouvrage même où l'Auteur ne paroît avoir d'autre objet que l'Infini, on trouvera par-tout beaucoup à gagner pour la Géometrie commune, par la préciſion des idées & par l'adreſſe des Calculs.

La cinquieme Section eſt deſtinée à l'examen des incommenſurables. On a ſû de tout tems que l'incommenſurabilité tient à l'Infini, puiſqu'un incommenſurable cherché entre deux fractions pouſſées à quelques nom-

bres que ce puiſſe être, ne ſe trouve jamais, quoiqu'on ſache qu'il eſt entre l'une & l'autre. Mais M. de Fontenelle fait voir que tout incommenſurable a ſa place dans une progreſſion arithmétique infinie, compriſe entre l'unité & le nombre dont on cherche la racine. Cette ſuite eſt : Un. Un, plus une infinitieme. Un, plus deux infinitiemes. Un, plus trois infinitiemes, &c. L'Infini pris pour conſtant ou fixe, ſert donc de dénominateur à la ſeconde partie de chaque terme dont les nombres naturels ſont les numérateurs ſucceſſifs. Or nous ſavons par la doctrine expliquée dans la troiſieme Section, que ces nombres naturels ſont d'abord des Finis déterminables, enſuite des Finis indéterminables, après quoi viennent les Infinis croiſſans ou variables, ſelon toutes leurs grandeurs, & enfin l'Infini fixe. Tant que ces numerateurs, toûjours diviſés par l'Infini, ne ſont eux-mêmes que Finis déterminables, ou indéterminables, ils n'ajoûtent à l'unité qui les précede que des différences infiniment petites ; & ces premiers termes ne peuvent contenir par conſéquent que les racines dont l'expoſant eſt infini. Mais dès qu'on en eſt aux Infinis croiſſans, l'unité ſe trouve augmentée dans chaque terme d'une grandeur finie, quoiqu'inexprimable ; & c'eſt parmi les grandeurs de cette eſpece que réſident toutes les racines finies du nombre donné. Cette Théorie eſt démontrée par la nature de la choſe bien entendue, & même par le calcul.

Mais comme l'on ſait fort bien que la racine ſeconde & la racine troiſieme de 3, par ex-

exemple, quoique l'une & l'autre entre 1 & 2, ſont à une diſtance finie, & non infiniment petite, l'une de l'autre; & qu'au contraire les termes de la ſuite infinie introduite entre 1 & 3 ne croiſſent de l'un à l'autre que d'une différence infiniment petite; on comprend aiſément que les termes de cette ſuite infinie étant tous des inexprimables, ne ſont pas tous pour cela des incommenſurables, & qu'ainſi les incommenſurables ne ſont qu'une très petite partie du nombre infini des inexprimables.

Il ſuit de cette doctrine & d'autres principes certains, que toute ſuite arithmétique qui n'aura pas un nombre infini de termes entre 1 & le nombre dont on cherche la racine incommenſurable, ne fournira aucun terme qui ſoit cette racine juſte. Elle fournira ſeulement des termes entre leſquels cette racine ſera compriſe; & plus on introduira de termes, plus on rétrécira les limités qui enfermeront cette racine. L'Auteur tire de cette Théorie une méthode nouvelle & ingénieuſe pour trouver deux nombres commenſurables, dont l'un ſoit plus petit & l'autre plus grand que la racine incommenſurable de moins que d'une différence donnée, & cela ſans faire differentes approximations comme à l'ordinaire.

L'Auteur parle dans ſa ſixieme Section des grandeurs poſitives & négatives, réelles & imaginaires. Il remarque d'abord que l'idée de ſouſtraction attachée communément au ſigne — dans l'Algébre, eſt l'idée qui convient le moins eſſentiellement aux grandeurs affectées de ce ſigne. Les Algébriſtes ont

paru ſe borner à cette idée, qui ſuffit pour la conduite des calculs. Mais il ſemble que les Géometres ayent mieux connu le véritable eſprit de la choſe, puiſque dans la conſtruction de leurs Problêmes réſolus, le ſigne — leur fait placer à gauche, ce que le ſigne + leur a fait placer à droite. En effet, ſelon M. de Fontenelle, le poſitif & le négatif indiquent principalement une certaine oppoſition entre des grandeurs qui peuvent d'ailleurs être égales ou inégales entre elles. Ainſi prenant pour poſitifs les degrés de l'élevation du Soleil au-deſſus de l'horizon, les degrés ſemblables de ſon abaiſſement au-deſſous de l'horizon ſeront négatifs, & le point zero de l'horizon ſera le paſſage des uns aux autres. Prenant de même pour poſitifs les degrés de la partie orientale du Ciel juſqu'au Zenith, les degrés ſemblables de la partie occidentale ſeront négatifs; mais en ce cas on aura pour terme moyen ou pour le point du paſſage, 90 au Zenith, après lequel on compteroit en reculant — 89 — 88, &c. Ce nombre 90, ici arbitraire, repréſente tout autre; & les Géometres ont auſſi eu cette idée, puiſqu'ils ont reconnu que l'on paſſoit du poſitif au négatif par l'Infini auſſi-bien que par zero. Enfin l'exemple d'un expoſant négatif qui produit une fraction, prouve que le ſigne — n'indique pas du moins principalement une ſouſtraction.

Cela poſé, l'Auteur conſidere en toute grandeur ſon être numérique, par lequel elle eſt une telle grandeur, & ſon être ſpécifique par lequel elle a une certaine oppoſition avec

une

une autre grandeur égale ou inégale à elle. Nous désignerons désormais avec lui cet être spécifique dans les grandeurs négatives, par l'opposition d'une dette à un fonds. Ainsi appellant un fonds a, & une dette $-a$, on trouvera conforme à la nature de cette idée tout ce qui arrive dans les additions & soustractions algébriques. Ajoûter un fonds à un fonds, c'est augmenter le positif. Ajoûter une dette à une dette, c'est augmenter le négatif. Ajoûter une dette à un fonds, c'est diminuer le positif. Ajoûter un fonds à une dette, c'est diminuer le négatif. D'un fonds ôter une dette, c'est augmenter le positif. D'une dette ôter un fonds, c'est augmenter le négatif: exemples, & en même tems raisons, de la conservation ou du changement des signes dans ces premieres opérations.

La distinction de l'être spécifique & de l'être numérique est un peu plus difficile, & néanmoins plus nécessaire à l'égard des multiplications & des divisions. Appellant a un fonds, & b un nombre, 3, par exemple, ab signifie 3 fonds; & $-a$ étant une dette, & b le même nombre 3, $-ab$, signifiera trois dettes. Mais l'idée de l'être spécifique ne paroît plus dans ab, qui peut être regardé comme un produit de nombres purs; au lieu que cette idée particulierement attachée au négatif, subsiste dans $-ab$ qui conserve le signe $-$.

Multiplier un fonds par un fonds, ou une dette par une dette, est une chose absurde. C'est pourquoi cette supposition forcée s'évanouit dans le calcul, & aa venant en plus

dans l'un & dans l'autre cas, ne préſente que l'idée de nombre. Il en eſt de même de la diviſion. Si je diviſe une dette par un nombre qui me donne, par exemple, le tiers de la dette, l'être ſpécifique demeure dans le quotient négatif: mais diviſant une dette par une dette, choſe abſurde, le quotient devient un pur nombre poſitif.

Voilà l'origine des imaginaires: ce ſont les racines quarrées, ou les racines paires toûjours réductibles à quelque racine quarrée, d'une grandeur affectée du ſigne —. Ou pour exprimer la choſe d'une maniere qui tienne de plus près à la doctrine que nous expoſons; une imaginaire eſt la racine quarrée d'une grandeur qui réellement n'eſt point un quarré. En effet, tout quarré eſt le produit d'une grandeur multipliée exactement par elle-même. Or — *aa* qui conſerve la marque de l'être ſpécifique, ne peut être qu'une dette — *a* multipliée par un nombre *a*, ce qui ne fait point une grandeur multipliée exactement par elle-même, & dont par conſéquent on puiſſe avoir la racine proprement dite. Mais — *aa* imaginaire comme quarré eſt un plan ou un produit réel d'une dette par un nombre: c'eſt pour cela même que multipliant la racine de — *aa* par elle-même, ce qui n'eſt à la lettre qu'ôter le ſigne radical & écarter l'idée de quarré, je retrouve la grandeur réelle — *aa*.

Nous ne nous étendrons pas davantage ſur ce ſujet: il nous ſuffira d'obſerver qu'il eſt démontré par l'exemple des imaginaires, que le calcul n'eſt immanquable dans ſes loix, que parce qu'il a un fondement réel; puiſ-

que

que la moindre ſuppoſition fauſſe, diſons mieux, puiſque le côté faux d'une ſuppoſition qui a un côté vrai, ſe manifeſte ſéparément du côté vrai par le réſultat du calcul même. Ainſi pour nous rapprocher de notre ſujet principal, il eſt impoſſible, aux yeux du moins de tout Géometre, que la ſuppoſition de l'Infini ſoit fauſſe dans aucun des cas où elle donne un rapport vrai.

Quoique la ſeptieme Section, qui terminera cette premiere partie de notre Extrait, ſoit la plus longue de tout l'ouvrage, nous tâcherons d'en rendre compte en peu de mots. Nous avons déja eu lieu de parler des ſommes de quelques ſuites; c'étoit une concluſion attachée à la conſidération de leurs propriétés particulieres. Mais dans cette Section l'Auteur conſidere principalement l'ordre & la grandeur des ſommes, & examine quelles ſortes de ſuites doivent les avoir données.

Nous apporterons pour premier modele d'une ſomme de ſuites, l'exemple aiſé de la ſuite infinie des unités qui ne croiſſent point, & qui a l'Infini pour ſomme. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. ſont des fractions décroiſſantes moindres chacune que l'unité; mais comme elles ſeront en nombre infini, elles auront auſſi pour ſomme un Infini, moindre à la vérité que celui des unités, mais du même ordre. Cet ordre eſt immédiatement ſupérieur à celui des termes qui ſont tous finis, mais en nombre infini. La ſuite naturelle des nombres commence par des Finis, & n'a pour différence d'un terme à l'autre que l'unité conſtante. Cependant elle arrive à l'Infini, bien avant même

même ſes derniers termes, parce que le nombre de ces unités qui lui ſervent de différences eſt infini: Exemple dont on peut conclure, que toute ſomme qui aura un Infini pour ſomme de ſes différences, aura un Infini pour le moins dans ſon dernier terme. En ce cas, la ſomme de la ſuite principale pourra être de l'ordre immédiatement ſupérieur à celui du dernier terme, & ne pourra jamais être d'un ordre plus élevé; elle pourra auſſi n'être que de l'ordre du dernier terme, & ne pourra jamais deſcendre plus bas.

Outre l'ordre des ſommes, on peut auſſi conſiderer leur grandeur. Une ſuite toute formée d'Infinis égaux, auroit pour ſomme l'Infini tout entier du ſecond ordre. La ſuite naturelle des nombres qui commence par des Finis, & qui eſt croiſſante, n'a pour ſomme que la moitié de cet Infini; ainſi ces deux ſuites ſont égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Une ſuite géométrique formée de tous les ordres d'Infinis, & qui iroit juſqu'à l'Infini de l'ordre infinitieme, n'auroit pour ſomme que ce dernier terme, qui feroit diſparoître tous les autres. Mais la ſuite naturelle des nombres, dont chaque terme ſeroit élevé à une puiſſance infinie, auroit pour ſomme le même Infini que la précédente, multiplié par un très grand nombre fini inconnu. Ainſi ces deux ſommes ſeroient encore égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Nous ne faiſons cet expoſé, que pour faire concevoir le prix d'une ſpéculation également ſublime & exacte, qui, entre ces termes

rè-

règlés d'ordre & de grandeur, place des infinités de ſuites dans les degrés ſucceſſifs qui leur conviennent: arrangement toûjours tiré de la nature de leurs différences décroiſſantes en général pour les grandes ſommes, & croiſſantes pour les moindres; parce que les différences décroiſſantes donnent vers la fin des ſuites, un plus grand nombre de grands termes, & qu'au contraire les croiſſantes en donnent un moindre. On ſe doutera bien que l'Auteur pouſſe ſa Théorie juſqu'aux ſuites fractionaires, dont il détermine les ſommes. Elles ſont ſouvent finies, mais elles peuvent être infinies du premier ordre, ſans aller jamais plus haut.

L'Auteur examine enfin une ſuite qui ſeroit compoſée d'une infinité de termes introduits entre chacun des nombres de la ſuite naturelle, ce qui donneroit autant d'infinités qu'il y a de termes dans cette ſuite, & formeroit par conſéquent une ſuite infiniment infinie. On ſeroit porté à croire que l'Infini même auroit peine à fournir l'expreſſion de la ſomme d'une pareille ſuite. Cependant en prenant la ſomme de chaque infinité introduite entre tous les nombres, & formant une ſuite infinie de ces ſommes, on voit avec ſupriſe que le tout enſemble ne monte qu'à la moitié de l'Infini du troiſieme ordre. Ainſi pour amener cette Théorie à une ſimple règle d'uſage, on connoîtra toujours l'ordre de la ſomme d'une ſuite infiniment infinie, en élevant ſon premier & ſon dernier terme à l'ordre immédiatement ſupérieur à celui dont ils ſont, & en ſuppoſant que

que ce premier & ce dernier terme ainſi élevés, ſont les deux extrêmes d'une ſuite ſimplement infinie. Car on ſaura toûjours par cette Section, de quel ordre ſera la ſomme de cette derniere; & après avoir fait ſur la premiere la préparation marquée, elles ſeront infailliblement l'une & l'autre du même ordre.

La plûpart de ces ſpéculations, qui ne paroiſſent que curieuſes dans la Section où elles ſont préſentées, ſont des fondemens néceſſaires pour l'intelligence de la partie de l'Ouvrage où l'Auteur entrera dans la contemplation des courbes: Et ſi l'on ne donnoit pas à la doctrine des ſommes des ſuites toute l'attention qui lui eſt dûe, on ſe trouveroit obligé de revenir ſur ſes pas, quand il s'agira des courbes qui ne ſont que des repréſentations de ces mêmes ſuites. A l'égard, par exemple, des ſuites croiſſantes, il eſt important de connoître celles qui ſont ſommables de celles qui ne le ſont pas; car delà dépendra la quadrature poſſible ou impoſſible des courbes qui exprimeront géométriquement ou les unes ou les autres. Et à l'égard des ſuites décroiſſantes, il eſt néceſſaire de diſtinguer celles dont les ſommes ſont infinies, de celles qui ne ſont que finies, pour pouvoir juger dans les courbes aſymptotiques quelles ſont celles où les eſpaces qui portent ce nom ſeront infinis, & celles où ces eſpaces ſeront ſeulement finis. M. de Fontenelle réduit ces différentes obſervations à un moindre nombre de règles qu'on n'auroit oſer l'eſperer d'un détail auſſi vaſte que celui

celui où il s'eſt vû obligé d'entrer pour en établir les principes. Rien ſur-tout ne fait mieux voir le beſoin que l'Auteur a eu de ces préparations, que l'examen d'une ſuite infiniment infinie, qui ne paroît d'abord qu'un exercice d'eſprit. Car toutes les courbes dont l'axe eſt infini, repréſentent cette derniere eſpece de ſuites.

Nous dirons la même choſe de pluſieurs autres définitions ou diſtinctions qui terminent la Section ſeptieme, & que nous n'avons pas même deſſein d'omettre. Mais nous avons reconnu que dans un abrégé comme celui-ci, l'expoſition de ces articles particuliers ſeroit plus courte, plus claire & plus utile, en les renvoyant aux endroits où nous en devons faire l'application immédiate aux différentes proprietés des courbes qui feront la matiere de la ſeconde partie de cet Extrait, à laquelle nous allons paſſer.

II.

De l'Infini dans les Lignes droites ou courbes.

On ſait aſſés que la Géometrie, ſur-tout dans ſa partie de pure ſpéculation, conſiſte à repréſenter par des lignes, des rapports continus de nombres. Mais aucun Géometre n'a mieux fait ſentir cette repréſentation que M. de Fontenelle, qui employe toute la ſeconde moitié de ſon ouvrage à l'établir & à l'expliquer. Nous avons parlé des ſuites de nombres pouſſées juſqu'à l'Infini dans la premiere partie, nous indiquerons dans celle-ci l'effet

ſet de ces ſuites exprimées par des lignes droites ou courbes.

La huitieme Section de la premiere partie préſente d'abord un triangle dont les trois côtés ſont finis, & dont les angles demeurent toûjours les mêmes, quoique les trois côtés deviennent des infiniment grands ou des infiniment petits de tous les ordres. Enſuite, la baſe demeurant finie, les deux côtés vont monter à l'Infini du premier, du ſecond, du troiſieme ordre, &c. & comprendront par conſéquent un angle infiniment petit de l'ordre correſpondant. Ou bien, les deux côtés demeurant finis, la baſe va deſcendre à l'infiniment petit du premier, du ſecond, du troiſieme ordre, &c. auquel cas les deux côtés comprendront un angle du même ordre que la baſe. En un mot & par règle générale, l'angle du ſommet ſera toûjours de l'ordre inférieur correſpondant à la ſupériorité de l'ordre des côtés ſur la baſe.

Dès le premier ordre inférieur de l'angle du ſommet, qui a commencé par le Fini, les deux côtés deviennent paralleles, mais d'un paralleliſme non abſolu, & qui s'augmentera par tous les ordres d'infiniment petits de cet angle juſqu'à zero. Le paralléliſme de deux côtés croiſſant toûjours, les amenera par les mêmes degrés à une perpendicularité abſolue ſur la ligne qu'on avoit d'abord priſe pour baſe.

Nous venons de donner en lignes droites l'idée d'une ſuite de grandeurs croiſſantes ou décroiſſantes d'ordre. Nous donnerons de même en lignes droites l'expreſſion de la ſuite

te entiere des nombres naturels que nous avons appellée *A* dans la premiere Partie. Supposant une ligne infinie qui tiendra lieu d'axe, nous la diviserons en parties égales & finies qui représenteront les unités : & élevant perpendiculairement sur chacune de ces unités, des lignes qui croîtront de l'une à l'autre, comme 1, 2, 3, 4, &c. nous arriverons à une derniere ordonnée infinie & égale à l'axe : de sorte que concevant une hypothenuse ou diagonale tirée de l'origine de l'axe, à l'extrémité de la derniere ordonnée, cette hypothenuse passera par l'extrémité de toutes les autres. Ainsi nous aurons un triangle rectangle isoscele, dont la valeur sera par les Elémens de la Géométrie commune, la moitié de la base ou de l'Infini multipliée par la hauteur ou par l'Infini ; c'est-à-dire, la moitié de l'Infini du second ordre, qui est en effet la somme entiere des nombres naturels.

Nous disons plus : un triangle rectangle fini représente aussi, non pas à la verité l'absolu de *A*, qui est infini, mais le nombre, les rapports, & les deux différens ordres de ses termes. Il faut pour cela diviser par l'imagination la base finie en parties infiniment petites & égales, qui seront par conséquent en nombre infini. Sur les premieres de ces parties vers l'origine, je conçois des lignes infiniment petites qui croissent de l'une à l'autre comme 1, 2, 3, 4, &c. Il y aura une infinité de ces ordonnées avant la premiere, qui soit finie & sensible ; comme dans la suite *A*, il y a une infinité de nombres finis : & il y aura une autre infinité beaucoup plus grande

de d'ordonnées finies jusqu'à l'extrémité de l'axe, comme dans la suite *A* il y a une infinité d'Infinis beaucoup plus grande que l'infinité des Finis.

Tous les nombres croissans ou décroissans, selon telle raison qu'on voudra, peuvent être conçûs changés en lignes, & posés ainsi sur un axe. Mais en les concevant tous posés à distance égale, & infiniment petite les unes des autres, il n'y a que les nombres compris dans des suites arithmétiques dont les extrémités puissent former une ligne droite. Tous les autres formeront des courbes qui feront en général l'objet des Sections suivantes.

Pour prendre une idée générale des lignes courbes, ce qui fait le sujet & le titre de la neuvieme Section; il faut détacher toutes ces extrémités d'ordonnées, des ordonnées mêmes auxquelles elles appartiennent, pour en former une ligne continue, qui n'étant pas droite, aura des élémens de courbure que nous allons examiner. Représentons-nous d'abord cette ligne formée par un point qui la décrit. Si ce point ne se détournoit jamais, il feroit une ligne droite; s'il se détourne finiment après chaque pas fini, il fera un polygone fini & sensible; & tout cela n'est point une courbe. Ce point sembleroit pouvoir se détourner finiment, ou faire un angle fini, après chaque pas ou à chaque côté infiniment, petit. Mais comme dans ce cas les angles finis seroient sensibles sans que les côtés infiniment petits le fussent, on sentira bientôt l'impossibilité de

de cette ſuppoſition. Il reſte donc qu'à chaque pas infiniment petit, le point ſe détourne infiniment peu, ou faſſe un angle infiniment petit. Il arrivera de-là que tant que la courbe n'aura encore eu qu'un cours infiniment petit, on ne verra ni ſes côtés, ni ſes détours. Mais dès qu'elle aura la plus petite étendue finie, & par conſéquent un nombre déja infini & de côtés & de détours, on appercevra en même tems & la ligne & ſa courbure. En portant plus loin cette idée, on pourroit imaginer une ligne qui après chaque pas fini ne ſe détourneroit qu'infiniment peu, & qui par conſéquent, demeurant droite ou comme droite dans le Fini, ne ſeroit courbe que dans une étendue infinie. C'eſt une vûe qui aura ſon uſage dans la ſuite.

Mais à nous en tenir pour le préſent aux côtés infiniment petits ſe détournant l'un de l'autre infiniment peu; on voit qu'en prolongeant un côté ſuivant vers le précédent, il forme avec lui un angle infiniment petit, qu'on appelle *angle de Contingence*. Le cercle eſt la ſeule de toutes les courbes où cet angle ne varie jamais, & qui ait par conſéquent une courbure uniforme. Cet angle croît ou décroît dans toutes les autres, & nous verrons ailleurs juſqu'où peut aller ſa variation.

Mais cet angle demeurant le même, la courbure peut encore varier, ou en augmentant par des côtés plus courts, ou en diminuant par des côtés plus longs dans le même ordre. Chacun des côtés de la courbe par ſon inclination toûjours différente à l'axe,

dé-

déterminera toûjours la tangente qui n'eſt que ſon prolongement ; & ſera toûjours l'hypothenuſe de ce petit triangle rectangle, ſi connu aujourd'hui des Géometres, dont un des petits côtés eſt la différence de l'abſciſſe, & l'autre la différence de l'ordonnée.

La ſuppoſition de l'infiniment petit fait que l'on peut appliquer l'égalité des pas de la courbe, indifféremment, ou à ſa différence qui eſt ce petit côté, ou à la différence de l'abſciſſe, ou à la différence de l'ordonnée ; bien entendu pourtant que l'une des trois priſe à volonté pour conſtante, les deux autres varieront à chaque pas d'une différence infiniment petite du ſecond ordre.

La dépendance réciproque de toutes les lignes finies ou infiniment petites, qui entrent dans une même courbe, fait que l'on peut exprimer la loi qui la rend telle par le rapport de l'une de ces lignes à une autre. On s'en tient communément, ou autant qu'on le peut, au rapport de l'abſciſſe à l'ordonnée, d'où l'on tire l'équation de toutes les courbes géométriques. Cette équation fait voir que le rapport de l'abſciſſe à l'ordonnée varie continuellement en toute courbe, mais d'une variation toûjours règlée par la même loi. C'eſt la nature de cette loi qui fait que la courbe a un cours fini comme le cercle, ou infini comme la parabole.

Dans la dixieme Section, l'Auteur explique les variations & les changemens des courbes. Il conſidere d'abord celles qui s'élevent au deſſus de leur axe, de ſorte que leurs ordonnées croiſſent toûjours de moins

en

en moins; d'où il ſuit que leurs différences ſont décroiſſantes. La courbe arrive donc à deux ordonnées égales ou cenſées égales; & leurs différences à zero, ou du moins à un ordre d'infiniment petit inférieur à celui dont elles étoient: c'eſt ce que l'Auteur appelle arriver au paralléliſme. Si la courbe arrive à ce terme par un cours fini, la ſuite des différences eſt ſimplement infinie. Mais ſi elle n'y arrive que par un cours infini, cette ſuite eſt infiniment infinie. En effet puiſque le demi-diametre du cercle, par exemple, qui n'eſt que fini, porte une ſuite infinie d'ordonnées & de différences; l'axe de la parabole, qui contient une infinité de fois le demi-diametre d'un cercle, doit porter une ſuite infiniment infinie d'ordonnées & de différences. Or comme l'ordonnée qui répond au paralléliſme eſt elle-même la ſomme de toutes les différences précédentes; ſi cette ſomme eſt ſimplement infinie, l'ordonnée ne ſera que finie, comme celle qui eſt poſée ſur le milieu du diametre du cercle, & qui répond au paralléliſme de cette courbe. Mais ſi la ſomme des différences eſt infiniment infinie, l'ordonnée ſera infinie, comme celle qui eſt poſée à l'extrémité de l'axe infini de la parabole où ſe trouve ſon paralléliſme.

Il eſt de toute néceſſité qu'une courbe, dont les ordonnées ne croiſſent que par des différences décroiſſantes, arrive par un cours infini à une ordonnée moins grande que l'axe, dont les infiniment petits ont été pris égaux. Cette derniere ordonnée dans la parabole eſt donc moindre que l'axe, quoiqu'elle ſoit in-

finie. Mais il y a des courbes, où cette derniere ordonnée, à l'extrémité même d'un cours infini, n'eſt que finie; & ce ſont les courbes aſymptotiques. La ſuite des différences infiniment petites des ordonnées de la parabole ſe termine par un infiniment petit du ſecond ordre, ce qui ſe connoît par la nature de ſon équation différentiée, en ſuppoſant ſon axe infini. Mais ſi dans la ſuppoſition d'un axe infini, lorſque l'équation de la courbe la permet, je trouvois que la différence des ordonnées arrivât à un infiniment petit du troiſieme ordre, ou de deux ordres au-deſſous de la différence de l'abſciſſe, je conclurois ſûrement que la courbe a une aſymptote; parce qu'étant devenue parallele dès le premier infiniment petit du ſecond ordre, elle a encore une ſuite infiniment infinie d'ordonnées, dont les différences infiniment petites du ſecond ordre ſe terminent par un infiniment petit du troiſieme. Or nous ſavons par la ſeptieme Section, qu'une ſuite de cette eſpece n'a jamais qu'une ſomme finie. La derniere ordonnée, qui eſt cette ſomme, n'eſt donc que finie; & de plus elle eſt placée à l'extrémité d'une courbe d'un cours infini.

Une ſuite infiniment infinie de différences, qui eſt compoſée d'infiniment petits du premier ordre, & d'infiniment petits du ſecond, & qui cependant ne donne qu'une ſomme finie, ne doit avoir en nombre infiniment infini que les infiniment petits du ſecond ordre; car ceux du premier en nombre infiniment infini donneroient une ſomme infinie. Ceux-ci ne ſont donc qu'en nombre ſimplement infini. La courbe aſymptotique arrive donc à ſon aſymptote après

près un cours fini, à la vérité indéterminable; & elle se confond avec cette asymptote pendant un cours infini; puisqu'elle n'en est distante au plus dans toute cette étendue que d'un infiniment petit du second ordre. C'est une proposition véritablement neuve, & presqu'un paradoxe, justifié pourtant par la construction actuelle de toutes les courbes asymptotiques, où, quoiqu'on sache que la courbe ne touchera réellement l'asymptote qu'à l'Infini, on la rencontre sensiblement de très-bonne heure.

La derniere différence des ordonnées d'une courbe qui tend au parallélisme, peut descendre encore plus bas que le troisieme ordre. Mais à proportion que cette derniere différence descendra plus bas, la courbe toûjours plus asymptotique, commencera toûjours plutôt à se confondre avec son asymptote, & ne sera courbe sensiblement que dans un plus petit espace fini indéterminable.

Quand la courbe est arrivée au parallélisme par un cours infini, il la faut regarder comme terminée, & il n'y a plus rien à y considérer. Mais quand elle n'y est arrivée que par un cours fini, elle peut en avançant toûjours par rapport à l'axe, ou redescendre, ou continuer de monter. Si elle redescend, elle demeure concave; si elle monte, elle devient convexe. Mais comme le parallélisme est un terme, il faut qu'elle y subisse un changement. Dans la premiere partie de son cours les ordonnées étoient croissantes, & les différences décroissantes. Si elle redescend, les ordonnées vont devenir décroissantes, & les différences croissantes; & cette contrariété de progrès entre les

ordonnées & les différences eſt la marque infaillible de la concavité. Si la courbe continue de monter, les ordonnées continueront de croître, & les différences croîtront auſſi; conformité de progrès qui accompagne toûjours la convexité. Auſſi les ordonnées croiſſantes arrivées à un terme par un cours fini, pouvoient encore croître ou décroître; mais les différences décroiſſantes arrivées à zero ne pouvoient que croître dans la ſuite d'une courbe. Le paſſage de la concavité à la convexité s'appelle *inflexion*.

Comme les angles de la courbe tournés vers l'axe dans la concavité ſont tournés en ſens contraire dans la convexité; il faut qu'au terme de paſſage, il y ait deux côtés de la courbe dont l'angle ne ſoit tourné de part ni d'autre; c'eſt-à-dire, qu'il y ait deux côtés qui ne faſſent préciſément aucun angle, ou poſés bout à bout l'un de l'autre. On conçoit là trois ordonnées égales dans le cas du paralléliſme parfait. Mais ſi le terme n'étoit qu'un certain degré de plus grande obliquité, les trois ordonnées ſeroient ſeulement les moins inégales de tout le cours.

La partie montante ou la partie deſcendante, en partant du paralléliſme, tendent toutes deux à la perpendicularité parfaite qui ſeroit un terme naturel, ou à un certain degré d'obliquité ſur l'axe qui ſeroit un terme arbitraire donné par l'équation de la courbe. Le terme même du paſſage pouvoit être, au lieu du paralléliſme, une obliquité plus grande où ſeroit arrivée la courbe qui après l'inflexion continuera de monter; mais il ne pouvoit être qu'un par-

tal-

rallélisme parfait à l'égard de la courbe qui doit redescendre.

La même courbe arrivée au parallélisme, ou à la plus grande obliquité, peut revenir sur ses pas, & redescendre intérieurement ou extérieurement à sa premiere partie, ou bien encore monter à contre-sens de la premiere partie; c'est à dire, devenir convexe à l'axe auquel la premiere partie étoit concave: cette espece de changement s'appelle *rebroussement*. Il se fait par un petit côté de la courbe exactement posé sur celui qui le précede; ainsi les deux côtés n'en font qu'un. Cela n'empêche pas que l'on ne conçoive là comme dans l'inflexion trois ordonnées égales, ou les moins inégales de tout le cours: mais comme il y a ici un retour, la troisieme se confond avec la premiere.

L'Auteur, après avoir examiné les courbes qui arrivent au parallélisme, examine celles qui arrivent à la perpendicularité. Ces courbes sont d'abord convexes sur l'axe, & pour commencer par celles qui ont un cours infini, elles arrivent à une derniere ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe infini, comme la parabole prise en dehors; ou bien elles arrivent à cette derniere ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe fini, comme la cissoïde; les premieres n'ont point d'asymptote, & les secondes en ont. En supposant toûjours l'axe divisé en infiniment petits égaux; si la derniere différence croissante de l'ordonnée se trouve par le calcul ou un infiniment petit, ou même un fini, il n'y a point encore d'asymptote. Mais il y en aura une, si cette différence se trouve infinie. Elle sera donc supérieure de deux ordres à l'infiniment petit

de l'axe dans le cas de la perpendicularité, au lieu qu'elle lui étoit inférieure de deux ordres dans le cas du parallélisme.

Il y a un troisieme asymptotisme moyen entre les deux autres. Il consiste en ce que la courbe arrive à un autre côté oblique par un cours infini : tel est celui de l'hyperbole rapportée à son axe. Son asymptote dans ce sens est sa tangente infinie. Elle se confond avec elle après un cours fini indéterminable; aussi l'hyperbole paroît-elle bien-tôt une ligne droite infinie ; & à son extrémité le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe est fini. Le caractere général & infaillible de l'asymptotisme est donc qu'à l'extrémité d'un cours infini, le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe soit fini pour l'obliquité ; supérieur au moins de deux ordres pour la perpendicularité ; & inférieur au moins de deux ordres pour le parallélisme. C'est encore une observation dûe toute entiere à M. de Fontenelle.

Si la courbe arrive à la perpendicularité par un cours fini, & qu'elle continue encore, il est nécessaire qu'elle ait là un rebroussement ou une inflexion, qui ne different point assez de ce que nous avons exposé dans le cas du parallélisme pour nous y arrêter

L'Auteur, à la fin de cette même Section, donne une premiere idée de la courbure des courbes, qui est un des principaux objets de son ouvrage. Nous avons déja remarqué qu'en toute autre courbe que le cercle, l'angle de contingence, qui détermine la courbure,

re, varie ſans ceſſe. Cet angle eſt infiniment petit par lui-même, puiſqu'il diſtingue les pas d'une courbe. Tant qu'il demeure dans cet ordre il forme, quoique croiſſant ou décroiſſant, une courbure qu'on appelle ordinaire ou finie. Mais, comme décroiſſant, il a un terme qui eſt zero, ou du moins un infiniment petit d'un ordre inférieur à ce qu'il étoit ; & en ce cas il donne une courbure nulle. Ainſi, comme croiſſant, & tendant à donner une courbure infinie, il ſembleroit qu'il dût avoir le fini pour terme, ou devenir lui-même fini. C'eſt même l'idée que les Géometres en ont eue juſqu'à préſent, & qui ne les a point trompés dans le calcul. Mais M. de Fontenelle rectifie cette idée par rapport à la ſpéculation, & parvient dans la ſuite à rendre le calcul plus ſimple. Il ne s'agit ici que d'expoſer en quoi il fait conſiſter la courbure infinie, ou le dernier terme de la courbure croiſſante.

La courbure infinie n'arrivant jamais que dans un paſſage ou un changement de la courbe, il démontre d'abord qu'il eſt impoſſible qu'il y ait là un angle fini, qui par la loi de la croiſſance qui l'auroit amené à ce terme, pourroit être très grand, & même droit. Or il n'y a point de courbe, quelque point de paſſage qu'on lui ſuppoſe, dans le cours de laquelle on puiſſe appercevoir ni aſſigner aucun angle non plus qu'aucun côté déterminable. Cela eſt contraire à ce que l'œil, & bien plus encore à ce que l'eſprit voit dans les courbes, pour peu qu'on ait approfondi leur nature. Voici donc en quoi conſiſte

la courbure infinie. On ſe ſouvient que vers le commencement de cette ſeconde Partie, nous avons remarqué que l'angle de contingence demeurant le même, la courbure augmente par un côté qui devient plus court. Ainſi l'angle de contingence demeurant infiniment petit, la courbure deviendra infinie, ſi à un côté de la courbe infiniment petit du premier ordre, tels qu'ils le ſont tous, ſuccede immédiatement & tout d'un coup un côté infiniment petit du ſecond. La courbure croiſſante n'arrive donc pas à la courbure infinie par un angle fini qui eſt impoſſible dans une courbe. Mais ſur le point que cet angle, pour ſatisfaire à la loi de la croiſſance, alloit être fini; le côté de la courbe devenant infiniment petit du ſecond ordre, fait par rapport à la courbure infinie, la fonction qu'auroit faite un angle de contingence fini, s'il avoit pû exiſter.

De-là il ſuit que ſi la courbure infinie eſt jointe à une inflexion, il y aura deux côtés infiniment petits du ſecond ordre poſés bout à bout l'un de l'autre; & ſi elle eſt jointe à un rebrouſſement, ces deux côtés infiniment petits du ſecond ordre ſeront exactement poſés l'un ſur l'autre.

Enfin, comme cette courbure infinie n'arrive qu'en un ſeul point de paſſage ou de changement, les côtés de la courbe reprennent auſſi-tôt leur grandeur, & même leur égalité précédente; & les angles de contingence arrivés à un terme de croiſſance, décroîtront enſuite juſqu'à zero, ou juſqu'à un infiniment

pe-

petit d'un ordre inférieur, & donneront là une courbure nulle.

Dans les deux dernieres Sections de la premiere Partie, l'Auteur juſtifie par le calcul les vérités de ſpéculation que nous avons tirées des Sections précédentes. Il en trouve quelques-unes, en ſe ſervant du calcul différentiel, tel qu'on l'a employé juſqu'à préſent; c'eſt-à-dire, en déſignant tous les Infinis croiſſans ou fixes, complets ou incomplets, par un caractere uniforme; ou en ne diſtinguant les infiniment petits, qu'on a plus étudiés, que par des expoſans en nombres entiers. Il y a bien des cas où cette indication vague ſuffit, parce qu'on n'y cherche que le rapport du Fini à l'Infini ou à zero, toûjours ſuffiſamment déterminé par les diſtances les plus générales de l'un à l'autre. On a même établi des rapports finis, ou de nombre à nombre, entre des Infinis qu'on a preſque toûjours pris du même ordre, ou entre des infiniment petits de différens ordres toûjours complets. Mais M. de Fontenelle introduiſant la diſtinction des ordres potentiels & des ordres radicaux, met une plus grande exactitude dans le calcul, & répand par conſéquent une nouvelle lumiere ſur la Géometrie.

C'eſt par cette diſtinction que tout ce qu'il a avancé ſur le paralléliſme & ſur la perpendicularité des courbes aſymptotiques, ou non aſymptotiques, eſt vérifié dans la Section onzieme. Cette diſtinction n'eſt pas néceſſaire à l'égard des courbes, où l'une des deux inconnues devenant infinie, l'autre demeure fi-

nie, ou devient zero; parce que l'Infini quelconque de la premiere, ainſi que nous venons de le dire, la diſtingue ſuffiſamment de l'autre. Mais lorſque deux inconnues de différente dimenſion deviennent infinies enſemble, elles le ſont infailliblement en différent degré: & ce n'eſt qu'en démêlant cette différence, par le calcul même, quoiqu'on ne l'ait pas encore porté à cette préciſion, que l'on peut reconnoître la valeur propre ou le rapport exact de ces inconnues, dans cette ſituation extrême. Dans le cas du parallélisme des courbes, on ſait, par exemple, que la différence de la derniere ordonnée de la parabole eſt infiniment inférieure à la derniere différence de l'axe, celle-ci étant toûjours un infiniment petit conſtant. Mais on n'avoit pas encore pris garde que cette infériorité infinie peut ne conſiſter que dans l'infériorité d'un ſeul ordre radical dans le même ordre potentiel: & de plus, en ne ſe ſervant que d'Infinis vagues, cette ſupériorité ſuffit pour réduire l'infiniment petit de l'ordonnée à zero, en comparaiſon de l'infiniment petit de l'axe. Vérité de rapport général, dont les Géometres ſe ſont contentés.

D'un autre côté il arrive quelquefois, comme dans la premiere parabole cubique, que le calcul différentiel ordinaire abaiſſera l'infiniment petit de l'ordonnée de trois ordres au-deſſous de l'infiniment petit de l'axe, auquel cas la courbe devroit avoir une aſymptote, puiſqu'il ne faut qu'une infériorité de deux ordres pour cet effet: cependant la premiere parabole cubique n'en a point. Mais ſi l'on

avoit

avoit bien caractériſé les Infinis, on auroit vû que ces ordres ne ſont que des ordres radicaux; & il faut pour l'aſymptotiſme, que l'infériorité de la différence de l'ordonnée, par rapport à celle de l'axe ou de l'abſciſſe, ſoit de deux ordres potentiels.

L'Auteur diſcute avec la même attention le cas où les courbes arrivent à la perpendicularité par un cours infini; & il enſeigne par des exemples la maniere dont il faut ſe ſervir du calcul différentiel pour trouver, par les diſtinctions qu'il a établies, les rapports juſtes que l'on cherche. Mais comme il obſerve lui-même que la perpendicularité d'une courbe ſur un axe n'eſt que ſon paralléliſme ſur un autre; cette raiſon ſuffit pour nous diſpenſer de l'explication de ce ſecond cas dans un Extrait.

Cette même Section finit par l'examen des ſoutangentes. Nous nous bornerons à dire ſur ce ſujet, que l'Auteur démontre que dans la perpendicularité, arrivant au bout d'un cours infini d'une courbe, la ſoutangente eſt ſouvent infinie. Cette propoſition paroîtra ſans doute un paradoxe aux Géometres, qui ont toûjours dit que toute ſoutangente étoit nulle dans la perpendicularité. Mais, outre qu'ils ne fondent cet axiome que ſur ce qui arrive à l'origine ou à l'extrémité des courbes conſidérées dans un cours fini; d'ailleurs à l'extrémité même d'un cours infini, ils ont raiſon encore, non à l'égard de la valeur réelle de la ſoutangente qui eſt infinie, mais à l'égard de ſon rapport avec l'ordonnée, qui ſera toûjours infinie au moins d'un ordre ra-

dical supérieur à celui de la soutangente. Ainsi la confusion des Infinis n'a pas donné une erreur de rapport entre ces deux lignes : mais elle a empêché de connoître la valeur propre de chacune d'elles.

Enfin, dans la douzieme & derniere Section de sa premiere Partie, l'Auteur applique à des courbes particulieres, ce qu'il a déja dit en général de la courbure. Les Géometres avoient tiré jusqu'à présent l'évaluation des courburess, des rayon des développées, parce que l'angle que deux de ces rayons infiniment proches forment entre eux, est toûjours égal à l'angle de contingence. Mais sans employer les rayons d'une développée, étrangere par elle-même à la courbe dont on cherche les proprietés; M. de Fontenelle donne une formule toute nouvelle de la courbure, tirée immédiatement de la nature de la courbe principale. Il trouve que le sinus de l'angle de contingence, dont il s'agit uniquement dans cette recherche, est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont un des côtés est la seconde différence de l'ordonnée de cette courbe, & l'autre la seconde différence de son abscisse. Et de plus cette formule est beaucoup plus simple que celle du rayon de la développée, dont il falloit tirer encore par une seconde opération le sinus de l'angle de contingence.

Cette formule, dont la valeur varie sans cesse à l'égard des autres courbes, a une valeur toûjours constante dans le cercle. Mais il faut la savoir trouver constante; comme dans les autres courbes, il faut savoir suivre sa variation; ce qui ne se peut sans un exa-

men.

men attentif de qui leur arrive à chaque point en conſéquence de leur nature.

L'Auteur réſout ici une difficulté qui a été faite depuis longtems au ſujet du Cercle, & par laquelle même quelques-uns ont crû ébranler la certitude de la Géometrie. On démontre qu'entre le cercle & ſa tangente on ne ſauroit faire paſſer aucune ligne droite; & l'on démontre auſſi qu'entre le même cercle & ſa tangente on peut faire paſſer une infinité d'autres cercles. Il y a là une contradiction qui paroît d'autant plus formelle, qu'il s'agit non ſeulement d'une ligne, mais d'une infinité de lignes qu'on ſemble faire paſſer dans un eſpace où l'on ſoûtient qu'il n'en peut paſſer une ſeule. Cette difficulté s'évanouira par l'image ſeule qu'on voudra ſe faire d'un nombre quelconque de cercles de différentes grandeurs, mais tous polygones infinis, appuyés tous par un de leurs côtés ſur la même tangente, qui n'eſt que le prolongement de tous ces côtés de différentes grandeurs eux-mêmes, en une ſeule ligne droite. Car on verra qu'aucun de ces cercles ne paſſe dans l'autre; mais ils ſe détournent de cette tangente plus loin du premier point touchant les uns que les autres, à proportion qu'ils ſont plus grands: & ſuivant l'idée que nous avons donnée de la courbure, faiſant tous le même détour après de plus grands pas, ils ſont moins courbes les uns que les autres, à proportion de leur grandeur. Au contraire, je ne ſaurois faire paſſer une ligne droite entre la tangente & aucun de ces cercles; & la ligne qui partant du premier point touchant,

chant, coupera un ſeul d'entre eux, les coupera tous.

L'application que l'Auteur fait de la formule de la courbure à pluſieurs ſortes de courbes, & ſur-tout aux paraboles, eſt extrêmement curieuſe, par la gradation qu'il obſerve entre ces paraboles, non ſeulement d'un degré à l'autre, mais de la premiere à la derniere de chaque degré. En général, la courbure des courbes peut être croiſſante ou décroiſſante vers l'origine, & le contraire vers l'extrémité. Cette contrarieté indique qu'il y a un point où elles ont changé à cet égard la nature de leur progrès, & où par conſéquent elles ont eu un *maximum* ou un *minimum* de courbure que la formule fait trouver exactement. Mais le principal eſt de juger par la courbure de l'extrémité, ſi la courbe n'a point d'aſymptote, ou en a une. La comparaiſon de la branche perpendiculaire de la logarithmique qui n'en a point, avec la branche perpendiculaire de l'hyperbole qui en a une, fera conclure d'abord que le ſinus de l'angle de la courbure tombant à l'infiniment petit du quatrieme degré, ne marque point encore l'aſymptotiſme; au lieu que tombant à l'infiniment petit du cinquieme, il le marque infailliblement. Mais un examen plus profond donne quelque choſe de plus précis.

Le ſinus de l'angle de contingence qui exprime la courbure, étant par lui-même un infiniment petit du ſecond ordre, ce qui fait une courbure ordinaire & finie; il ſuffit qu'il s'éleve d'un ſeul ordre radical au-deſſus de ce ſecond ordre pour donner une courbure in-

infinie. Mais dès qu'il commence à deſcendre du ſecond vers le troiſieme, il donne une courbure nulle; & par conſéquent les extrémités des courbes compriſes dans cet intervalle, ſeront lignes droites dans une étendue infiniment petite. Depuis le troiſieme ordre juſqu'au quatrieme ces extrémités ſeront lignes droites dans des étendues finies, ce qui déja ne peut arriver qu'à des courbes d'un cours infini. Depuis le quatrieme juſqu'au cinquieme elles ſeront lignes droites dans des étendues infinies ſans aſymptote. Enfin au cinquieme ces extrémités ſeront lignes droites dans des étendues infinies avec aſymptote: & la courbure deſcendant plus bas, ces aſymptotes ſe confondront toûjours plutôt avec ces courbes, que nous avons appellées ailleurs par cette raiſon *toûjours plus aſymptotiques.*

Nous n'allegueront plus au ſujet de la courbure que l'exemple de la cycloïde; il ſemble fait exprès pour autoriſer l'idée de l'Auteur ſur la courbure infinie naiſſant d'un côté infiniment petit du ſecond ordre, qui ſuccede immédiatement à des côtés de la courbe infiniment petits du premier, & tous égaux. La courbure de l'extrémité de la cycloïde, ou du point où elle rencontre ſa baſe, ſe trouve infinie par la formule. Les ordonnées du demi-cercle générateur prolongées ont toûjours été celles de la cycloïde. Mais le dernier côté du demi-cercle arrivant à la baſe de la cycloïde, ſe joint parallelement à cette baſe; au lieu que le dernier côté de la cycloïde tombe perpendiculairement ſur

ſur elle. Les deux dernieres ordonnées du demi-cercle conçûes tirées des deux extrémités de ſon dernier côté, ne ſeront donc diſtantes l'une de l'autre en ce point que d'un infiniment petit du ſecond ordre, quoique juſque-là les ordonnées ayent été diſtantes d'un infiniment petit du premier. Ces deux dernieres ordonnées du demi-cercle, prolongées juſqu'à la cycloïde, enfermeront donc entre elles un dernier côté de la cycloïde infiniment petit du ſecond ordre, & perpendiculaire ſur la baſe; quoique tous les précédens ayent été du premier, & égaux entre eux. Ainſi voilà un changement d'ordre en un point unique, prouvé par la ſeule comparaiſon de la cycloïde avec ſon cercle générateur, indépendamment d'abord de toute recherche de courbure, & qui s'accorde enſuite avec la courbure infinie donnée par la formule, indépendamment de la comparaiſon des deux courbes.

La ſeconde Partie de l'ouvrage de M. de Fontenelle, à laquelle nous arrivons ici, eſt intitulée, *Différentes Applications, ou Remarques.* Les vérités que l'Auteur y dévoile, ne ſont en effet qu'une ſuite des principes qu'il a poſés. Mais ces vérités déja neuves de la nouveauté de leurs principes peu connus juſqu'à préſent, le paroîtront encore beaucoup par l'art qui les en a tirées. Cette Partie eſt diviſée en huit Sections. Dans la premiere, l'Auteur prouve l'exactitude du calcul de l'Infini, principalement à l'égard de la ſuppreſſion que l'on y fait, non ſeulement des Finis, mais des Infinis d'ordres inférieurs.

Les

Le fond de ſa preuve eſt que le vrai caractere de l'Infini eſt de faire diſparoître les grandeurs finies. Nous ne pouvons preſque ſaiſir ſa valeur propre ou ſon rapport que par-là. Ainſi lorſque je laiſſerai ſubſiſter une grandeur finie devant l'expreſſion générale d'une autre grandeur; j'aurai beau appeller celle ci infinie, elle ne le ſera point; puiſque je ne la fais pas aſſez grande par rapport à l'autre. Bien loin donc que le calcul fût plus exact par la conſervation de l'autre, je n'auroïs ſeulement pas la principale proprieté de celle que j'examine. Ce raiſonnement doit s'étendre aux Infinis ſupérieurs par rapport aux inférieurs.

Dans la deuxieme Section, l'Auteur cherche la valeur des eſpaces hyperboliques, & il la trouve par la Théorie des ſommes des ſuites, & par celle des Infinis radicaux. L'élément de tout eſpace de courbe étant, ſelon la nouvelle Géométrie, le produit de l'ordonnée par l'infiniment petit de l'axe; il ne s'agit que de trouver la valeur de cet élément, tant à l'origine de l'hyperbole de tout degré qu'à ſon extrémité, ſoit parallele, ſoit perpendiculaire. On aura alors la repréſentation du commencement & de la fin d'une ſuite infinie de nombres qui commence par un infiniment petit du premier ordre, & qui finit ou par un infiniment petit d'un ordre quelconque, ou par un Fini, ou même par un infiniment grand. Or on ſait par la ſeptieme Section, ſi la ſomme de ces ſortes de ſuites eſt finie ou infinie, dans tous les cas qui peuvent ſe préſenter; on ſaura donc ſi l'eſpa-

l'eſpace hyperbolique eſt fini ou infini. Il faut ſeulement obſerver que depuis l'origine de toute hyperbole juſqu'à ſon extrémité parallele, la ſuite eſt infiniment infinie ; & qu'ainſi il faut élever ſon premier & ſon dernier terme d'un ordre, pour pouvoir juger de la ſomme ; au lieu que depuis l'origine juſqu'à l'extrémité perpendiculaire, la ſuite eſt ſimplement infinie ; & qu'ainſi la ſomme ſe manifeſte par elle-même. Cette méthode fait voir que les deux eſpaces de l'hyperbole ordinaire ſont infinis ; au lieu que toutes les autres en ont un fini & l'autre infini. On apprend encore par-là que les deux aſymptotes de toutes les hyperboles, excepté celles de l'hyperbole ordinaire, ſont inégales de quelques ordres radicaux ou potentiels, & que l'eſpace infini eſt toûjours du côté de la plus grande aſymptote.

Il s'agit dans la troiſieme Section des rencontres de différentes courbes, ou de différentes branches d'une même courbe. L'Auteur y explique le fameux cas où le numerateur & le dénominateur de la fraction qui exprime une ſoutangente deviennent tous deux égaux à zero. La raiſon de cet effet eſt que les deux infiniment petits de la formule des ſoutangentes ſont devenus infiniment plus petits qu'ils ne le ſeroient hors du cas de la rencontre de deux branches, ainſi le calcul doit les préſenter en zero. S'il y a trois branches, une ſeconde différentiation donnera encore zero, & ainſi de ſuite. Mais cela n'arriveroit point, ſi du premier coup on portoit la formule au degré d'infiniment petit qui répond au nombre des branches. Cependant comme les infiniment petits

de

de la formule, demeurant dans le premier ordre, ont la même position, & par conséquent le même rapport entre eux qu'ils auroient dans un ordre convenable ; il ne résulte pas de-là une soutangente fausse, mais il ne résulte rien. En effet, nous avons déja insinué que les rapports généraux, conservés entre les Infinis, ne jettent point dans l'erreur; mais il n'y a que leur valeur propre qui puisse donner les grandeurs exactes que l'on cherche.

La quatriéme Section traite des figures isopérimetres. Elle tient au sujet principal du Livre, parce que les proprietés de ces sortes de figures ont leur naissance dans l'infiniment petit, & leur accomplissement dans le Fini. Mais nous ne donnerons ici que les premieres idées de cette recherche, & les dernieres conclusions où elle conduit. Les figures isopérimetres sont celles qui ont un contour de même longueur: & l'on demande selon quelle disposition des parties de ce contour elles auront la plus grande aire, ou enfermeront le plus grand espace. Un fil d'un pied de long, duquel je joins les deux bouts, & que j'étends en deux côtés d'un demi-pied chacun, forme une espece de figure, mais la moindre de toutes: c'est un infiniment petit d'espace, & un des deux extrêmes de la supposition. Faisons-en un triangle le premier des polygones; l'équilatéral sera le plus grand de tous; ce qui m'apprend déja que la figure isopérimetre tire un grand avantage de l'égalité des côtés, jointe non seulement à l'égalité, mais à la multiplicité & des angles & des côtés. Si je passe au quarré & de-là aux polygones supérieurs, toûjours plus grands les uns que

les

les autres dans le même contour; je découvre qu'en conservant toûjours l'égalité & des angles & des côtés, l'espace augmente par l'augmentation de chaque angle & par la diminution de chaque côté; jusqu'à ce qu'enfin j'arrive au cercle, la plus grande des figures isopérimetres, l'autre extrême de la supposition, qui contient un nombre infini de côtés & d'angles, ceux-là les plus petits, & ceux-ci les plus grands qu'ils puissent être, en conservant l'égalité parfaite dans le contour ou le périmetre donné.

Mais les Géometres, en comparant ensemble des courbes isopérimetres, forment ordinairement un espace mixtiligne composé de l'arc de la courbe, de son abscisse & de son ordonnée correspondante. Alors prenant les arcs égaux, ils trouvent les plus grandes aires dans les courbes dont le progrès des courbures approche le plus d'une progression arithmétique, ou qui gardent un certain rapport constant & le plus approchant de l'égalité dans les sinus de leurs courbures.

Nous ne dirons qu'un mot de la cinquieme Section, qui est elle-même fort courte. L'Auteur y examine la formation élémentaire des lignes, des plans & des solides. Il prouve que les lignes droites ou courbes ne sont pas formées par des points, qui étant sans étendue, même linéaire, ne sont capables d'aucune multiplication. Ainsi une infinité de *non-étendues* ou de zero ne donne rien. Mais une infinité de lignes infiniment petites, donnent une ligne finie. A l'égard des courbes,

bes, tous les Géometres conviennent que leurs élémens ont une position qui détermine leur inclinaison sur l'axe, & dont le prolongement fait la tangente. Or un point n'a aucune position, & l'on ne peut pas le prolonger plutôt d'un côté que d'un autre. De même les plans doivent être conçûs comme formés par d'autres plans infiniment petits. Un cercle, par exemple, est composé de petits triangles élémentaires dont la pointe est au centre, & dont les bases sont les arcs conçûs eux-mêmes comme lignes droites. Par-là on sauve toutes les chicanes tirées d'un cercle formé par des rayons plus distans les uns des autres vers la circonference que vers le centre. Enfin les solides sont formés par des solides élémentaires convenables à leurs figures; un cylindre, par exemple, est composé de prismes triangulaires qui concourent tous à l'axe. Aussi la nouvelle Géométrie donne-t-elle toûjours les élémens ou les différentielles de la même dimension que les grandeurs ou les intégrales.

Dans la sixieme Section, l'Auteur cherche la valeur des espaces asymptotiques, & des solides formés par leur révolution autour d'un axe. Nous avons déja dit que les courbes asymptotiques ne sont courbes que pendant un cours fini indéterminable, & que par conséquent elles sont paralleles à leur asymptote pendant un cours infini. Mais ce parallelisme est susceptible d'augmentation. Pour le faire concevoir; au lieu de supposer l'axe infini qui sert d'asymptote divisé en un nombre infiniment infini de parties infiniment pe-

tites, nous le ſuppoſerons diviſé en un nombre ſimplement infini de parties finies. De-là il ſuivra que les ordonnées priſes aux extrémités de ces intervalles vers l'origine de la courbe, n'auront plus que des différences finies. Le paralléliſme commence dès que ces ordonnées encore finies commencent à n'avoir aux extrémités de ces intervalles que des différences infiniment petites : & le paralléliſme augmente, lorſque ces ordonnées, devenant elles-mêmes infiniment petites, prennent des différences d'un ordre inférieur à elles, ſucceſſivement juſqu'au dernier ordre que puiſſe donner l'équation ou la nature de la courbe, & au commencement duquel on doit s'arrêter. Il faut donc ſe repréſenter la courbe depuis le point où elle devient parallele à l'aſymptote juſqu'à l'extrémité de ſon cours, comme compoſée de côtés qui après des pas finis ſe détournent infiniment peu, & par conſéquent comme une ligne qui demeure droite dans une étendue finie, & qui ne devient courbe que dans une étendue infinie.

Les courbes, toûjours plus aſymptotiques, ſont celles qui ont le plus de ces côtés toûjours plus paralleles à l'aſymptote, & toûjours plus proches d'elles. Mais ce ſont auſſi celles qui ont les eſpaces aſymptotiques les plus petits. L'ordre d'ordonnées qui précede immédiatement celui où l'on doit s'arrêter, eſt le ſeul où ces ordonnées ſoient en nombre infini. Et l'eſpace aſymtotique ne peut être infini que lorſque ces ordonnées en nombre infini ſont elles-mêmes finies. Or comme cela arrive en peu de courbes, on en

doit

doit conclure qu'entre les eſpaces aſymptotiques tous infinis en longueur, il y en a infiniment plus de finis que d'infinis dans leur valeur.

Au ſujet des ſolides formés par des eſpaces aſymptotiques, nous nous contenterons de dire qu'on peut les conſidérer ſuivant deux ſortes de révolutions. La premiere eſt celle qui fait tourner cet eſpace autour de la premiere ordonnée finie; & la ſeconde eſt celle qui le fait tourner autour de l'aſymptote infinie. Dans la premiere, le ſolide a une hauteur finie ſur une baſe infinie; & dans la ſeconde, il a une hauteur infinie ſur une baſe finie. La baſe de la premiere révolution étant un plan circulaire dont l'aſymptote infinie du premier ordre eſt le demi-diametre, & les aires circulaires étant toûjours comme les quarrés de leurs diametres, cette baſe eſt toûjours un Infini du ſecond ordre. Le cylindre ne peut jamais être moindre que le Fini, à cauſe de ſa partie du milieu, qui a toûjours une hauteur & une baſe finie. Mais le tout enſemble peut demeurer fini; & il demeurera tel, lorſque les dernieres ordonnées en nombre infinie ſur l'aſymptote ne ſeront que des infiniment petits du ſecond ordre; car c'eſt une moyenne entre elles qui ſera la hauteur du ſolide. Or un infiniment petit du ſecond ordre, multipliant un infiniment grand du même ordre, ne fait qu'un Fini. Ainſi à proportion que ces ordonnées en nombre infini s'éleveront d'ordre depuis le ſecond juſqu'au fini, elles feront des ſolides infinis plus grands; & à proportion qu'elles baiſſeront d'or-

d'ordre depuis le même terme, elles feront des solides finis plus petits. Mais dans cette premiere révolution il y a une longue suite de cas où des espaces finis donnent des solides infinis.

A l'égard de la seconde, sa hauteur, comme nous l'avons dit, est l'asymptote infinie; & la base, qui est le quarré de quelque ordonnée moyenne entre celles qui sont en nombre infini, ne peut jamais être que finie, & même une fraction. Or afin que le solide demeure infini, il faut que cette fraction, étant quarrée, ne devienne pas un infiniment petit; car un infiniment petit multipliant un Infini, ne fait qu'une grandeur finie. La courbe qui conservera infini son solide de la seconde révolution, comme la premiere & la seconde hyperbole du cinquieme degré, sera donc moins asymptotique que l'hyperbole ordinaire qui n'a son solide de la seconde révolution que fini. Enfin, l'exemple de l'hyperbole ordinaire fait voir que tout au contraire de la premiere révolution, des espaces infinis peuvent ne donner que des solides finis dans la seconde. Cette Section, bien étudiée & bien comprise, donne le dénouement de ces variétés que les grands Géometres ont admirées eux-mêmes dans ces especes de cubatures; & l'on pourra desormais prévoir par le seul examen de l'aire asymptotique d'une courbe, de quel ordre sera sa solidité.

La septieme Section a pour titre : *De la communication ou de la non-communication des rapports entre l'Infini & le Fini.* Elle est sans contre-

tredit une des plus belles & des plus utiles de tout l'ouvrage ; l'Auteur y dévelope le principe qui fait qu'on a la valeur de certains eſpaces curvilignes, ou la quadrature de certaines courbes, ſans qu'on puiſſe avoir la valeur ou la quadrature des autres. Il conçoit un axe infini, diviſé en parties finies, ſur chacune deſquelles il éleve les termes ſucceſſifs de différentes ſuites infinies de nombres qui formeront une eſpace croiſſant. Si cet eſpace a un rapport fini quelconque avec le rectangle formé par l'axe & par la derniere & la plus grande des ordonnées, rectangle infini qu'il appelle *ſuite pleine* ; ce rapport ſe conſervera dans le Fini. L'Auteur change donc les parties finies de l'axe en infiniment petits, & il abaiſſe les ordonnées à l'ordre inférieur à celui dont elles étoient, en conſervant leur rapport entre elles. Elles vont remplir maintenant un eſpace curviligne fini, qui gardera néceſſairement avec le rectangle fini correſpondant le rapport que l'eſpace curviligne infini avoit au rectangle infini : or en connoiſſant la ſomme de cette ſuite infinie d'ordonnées infiniment proches, & qui ne laiſſent aucun vuide entre elles, on connoîtra le rapport de l'eſpace qu'elles rempliſſent avec l'eſpace total du rectangle correſpondant ; & l'on aura la quadrature de la courbe, par une communication de rapport entre l'Infini & le Fini. La ſuite *A* élevée à tous les expoſans entiers ou fractionaires qu'on voudra lui donner, répond à des paraboles, eſpece de courbe quarrable dans tous ſes degrés ; parce qu'on a la ſomme de *A*, élevée à tous

ſes expoſans entiers ou fractionaires. On quarre par la même raiſon les courbes qui repréſentent tous les nombres polygones ou figurés, parce qu'on a leurs ſommes. Ces courbes ſont encore des paraboles; mais tous les polygones ſont compris dans la ſeule parabole ordinaire, en changeant ſeulement ſon origine ou ſon parametre; & tous les figurés ſont exprimés ſucceſſivement par les dernieres paraboles de chaque degré.

Mais il arrive ſouvent que le rectangle infini, dont nous venons de parler, n'aura aucun rapport fini avec l'eſpace pris par une courbe que l'on auroit tracée dans l'aire de ce rectangle. Ce cas arrive à l'égard de toutes les courbes aſymptotiques, dont l'eſpace n'eſt jamais qu'un Infini radical en comparaiſon du rectangle infini correſpondant, qui eſt un Infini complet. Or, il eſt impoſſible d'amener dans le Fini, le rapport d'un Infini complet. Ainſi il y a là une *non-communication* de rapport entre l'Infini & le Fini. Mais au défaut de ce rapport, on peut trouver, ſinon la valeur préciſe, du moins l'ordre des ſommes des ordonnées qui rempliſſent l'eſpace aſymptotique. La ſuite A, élevée à tel expoſant entier ou fractionaire qu'on voudra, mais rendue elle-même fractionaire ſous le numerateur perpetuel 1, ſera repréſentée par des hyperboles. L'hyperbole ordinaire repréſente la ſuite $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. Auſſi ſon eſpace aſymptotique eſt-il infini, parce que la ſomme de cette ſuite eſt infinie. Mais elle n'eſt qu'un Infini radical en comparaiſon de la ſuite pleine, ou de l'Infini complet des unités, repré-

préſentée par le rectangle *infini correſpondant*. Tous les polygones réduits en fraction forment l'hyperbole du troiſieme degré différemment modifiée : & tous les figurés réduits auſſi en fraction, forment les dernieres hyperboles du degré qui répond au leur.

A l'égard du cercle dont on n'a point encore la quadrature, on la trouveroit par le ſeul rapport de ſon diametre à ſa circonférence. Ce rapport eſt fini ſans doute, mais ſelon toute apparence, étant incommenſurable, il vient de l'Infini, & y tient d'une maniere qui nous eſt inconnue. L'examen de l'Infini a fait découvrir à M. de Fontenelle, quatre eſpeces d'incommeuſurables. La premiere ſeule nous eſt connue. On ne ſauroit la repréſenter en nombres, mais on la repréſente en lignes : & les trois autres ne ſe peuvent repréſenter ni de l'une ni de l'autre maniere. Si l'on démontroit que le rapport de la circonférence au diametre n'eſt ni commenſurable, ni incommenſurable de la premiere eſpece, on démontreroit par excluſion qu'il eſt de l'une des trois autres. Mais comme elles ſont également hors de priſe à l'eſprit humain, il ſera toûjours impoſſible, non ſeulement de déterminer ce rapport dans quelqu'une d'elles, mais de décider même dans laquelle des trois il peut être.

Enfin, la huitieme & derniere Section traite des forces centrales. La Théorie des mouvemens réduits au calcul n'a jamais été préſentée d'une maniere plus claire & plus ſenſible ; & cette explication donne un nouveau luſtre à la réſolution du problême qui fit

trouver à M. le Marquis de l'Hôpital la courbe d'égale preſſion. Mais indépendamment du terme qu'il eſt tems de mettre à cet Extrait ; les parties de cette derniere Section ſont tellement liées les unes aux autres, qu'il ſeroit très-difficile de trouver un milieu entre la ſeule expoſition du ſujet, telle que nous venons de la faire, & la Section toute entiere qu'il faudroit tranſcrire.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Nicole ſur la Sommation d'une infinité de Suites nouvelles, dont on n'auroit point les ſommes par les méthodes connues.

† Les Recherches de M. Saurin ſur la rectification du Barometre.

* V. les M. p. 361.
† V. les M. p. 396.

ASTRONOMIE.

SUR LE PREMIER SATELLITE DE JUPITER,

Et ſur les Tables que feu M. Caſſini en a données.

C'Est une choſe très connue, que la grande utilité des Eclipſes des Satellites de Jupiter. Ils avoient été découverts en 1610 par Galilée, mais leurs mouvemens ne furent obſervés avec un peu d'exactitude que depuis 1650; & cependant feu M. Caſſini fut en état d'en donner dès 1668 des Tables, qu'il publia encore plus parfaites en 1693, ce qui paroîtra un Chef-d'œuvre d'Aſtronomie à quiconque ſaura & la nature & le nombre des difficultés qu'il avoit eues à vaincre dans une entrepriſe ſi hardie. Ces Tables ſont conſtruites ſur des principes qui pourroient être aſſés cachés pour la plûpart de ceux qui en feroient uſage; M. Maraldi a cru qu'il ſeroit utile de les expliquer. De plus, ſi pour une plus grande ſûreté on compare encore tous les jours les Obſervations aux Tables des mouvemens celeſtes les plus anciennement connus, tels que ceux du Soleil & de la Lune, à plus forte raiſon ſera-t-il bon de comparer

* V. les M. p. 493.

parer les Obſervations des Satellites connus depuis ſi peu de tems à leurs Tables, quoique compoſées par un excellent Aſtronome. Nous allons donner d'abord une idée des principes de leur conſtruction. Il ne s'agira que du 1er Satellite, le plus utile, & pour ainſi dire, le plus employé des quatre, parce qu'étant le plus proche de Jupiter, il fait autour de lui la révolution la plus courte, & tombe plus ſouvent dans ſon ombre. Sa révolution autour de Jupiter n'eſt que de 1 jour, 18h 28′ 36″.

On cherche à déterminer le plus préciſément qu'il ſoit poſſible, le tems où arrivent les Eclipſes du Satellite vûes de la Terre. Si nous étions dans Jupiter, cette détermination ne dépendroit que du mouvement du Satellite autour de Jupiter; mais de deſſus la Terre où nous ſommes, elle dépend encore du mouvement du Satellite par rapport à la Terre, ou plutôt du mouvement par lequel Jupiter qui tourne *eſſentiellement* autour du Soleil, & par *accident* autour de la Terre, emporte ſon Satellite avec lui autour de la Terre.

A en juger par la Lune, vrai Satellite de la Terre, le Satellite de Jupiter ſe meut autour de lui dans une Ellipſe dont le centre de Jupiter eſt un foyer, & par conſéquent ſon mouvement ſera inégal. Mais cette Ellipſe, ſi elle exiſte, ne peut être pour nous qu'un Cercle concentrique à Jupiter à cauſe de notre grand éloignement, & le mouvement du Satellite autour de Jupiter ſera uniforme, toûjours égal en tems égaux. Feu M. Caſſini

a pris celà pour certain, quoique les Obſervations puſſent à la fin démentir un peu cette ſuppoſition, & faire appercevoir quelque légere inégalité. Il ne reſte donc à conſidérer que le mouvement par lequel Jupiter emporte avec lui ſon Satellite autour de la Terre, c'eſt-à-dire, le mouvement même de Jupiter par rapport à la Terre.

Ce mouvement, auſſi-bien que celui de toutes les Planetes principales, a deux inégalités, l'une qu'on appelle premiere, & qui eſt réelle, l'autre qu'on appelle ſeconde, & qui n'eſt qu'optique. La 1re vient de ce que Jupiter ſe meut réellement dans une Ellipſe autour du Soleil, & non pas dans un Cercle concentrique au Soleil; la 2de vient de ce que Jupiter eſt vû, non du Soleil, mais de la Terre, ce qui donne encore à ſon mouvement une inégalité apparente, outre la réelle qu'il avoit déja. Nous avons aſſés parlé de ces deux inégalités des Planetes dans quelques-uns des Volumes précédens.

La 1re inégalité de Jupiter ſe diſtribue dans ſon Orbe Elliptique, qui doit être parcouru en un peu moins de 12 ans. On commence la diſtribution à l'Aphélie, qui eſt le point de l'Orbe le plus éloigné du Soleil, & où le mouvement moyen, que l'on feint égal, concourt avec le vrai, qui eſt inégal. De-là juſqu'au Périhélie, où ces deux mouvemens ſe retrouvent enſemble, il faut toûjours pour avoir le vrai ajoûter au moyen, que l'on a toûjours par les Tables, ou en retrancher une certaine quantité, qu'on appelle *la 1re Equation*.

La 2de inégalité de Jupiter vient de ce que, tandis qu'il ſe meut en 12 ans ſur ſon Orbe autour du Soleil, la Terre ſe meut auſſi ſur le ſien en un an autour du même centre, & par conſéquent ces deux mouvemens ſe combinent de façon, que tantôt la Terre voit Jupiter aller plus vîte, tantôt plus lentement, par la ſeule raiſon qu'elle eſt différemment poſée à ſon égard. Cette 2de inégalité ſe compte du point où la Terre eſt ſur la même ligne droite que Jupiter & le Soleil, & eſt entre eux, ce que nous appellons une *oppoſition* de Jupiter. Alors il eſt vû de la Terre comme il le ſeroit du Soleil, c'eſt à dire, rapporté au même point du Zodiaque. La 2de inégalité eſt nulle à ce point, & ſe diſtribue enſuite à tout le demi-Cercle qui eſt juſqu'à la Conjonction ſuivante. La Terre revient à ce même point au bout d'un an, mais elle n'y retrouve pas Jupiter, qui pendant ce tems-là a fait la 12me partie de ſon cours. Il faut donc, pour le retrouver, que la Terre ſe meuve encore un mois, & il y a 13 mois entre une oppoſition de Jupiter & la ſuivante.

Feu M. Caſſini auroit pû diſtribuer dans ſes Tables du premier Satellite, ces deux inégalités de Jupiter, comme le font ordinairement les Aſtronomes; mais il y auroit eû de l'embarras de calcul, & il trouva une méthode nouvelle, plus ingénieuſe, & plus commode. A l'égard de la 1re inégalité, il s'apperçut que dans le tems d'un retour de Jupiter à ſon Aphélie, qui eſt un point mobile, & dont le mouvement eſt connu, le 1er Satel-

tellite faiſoit préciſément 2448 révolutions autour de Jupiter : or nous avons vû que c'eſt de ce point de l'Aphélie que ſe compte la 1re inégalité. Quant à la 2de, qui ſe compte d'une oppoſition de Jupiter à la ſuivante, il vit que pendant ce tems-là le Satellite faiſoit 225 révolutions & ¼. Tout cela fut le fruit d'une aſſés longue & aſſés fine recherche. Il donna au Satellite la quantité qui lui convenoit de l'une ou de l'autre inégalité de Jupiter, ſelon le nombre de la révolution qu'il faiſoit alors par rapport à l'une ou à l'autre inégalité.

Ce ſont donc ces nombres ou quantiemes des révolutions du Satellite autour de Jupiter, priſes de l'une ou de l'autre maniere, qui règlent dans les Tables de M. Caſſini, l'une ou l'autre inégalité du Satellite dans le moment dont il s'agit. Mais comme il n'étoit point dit dans ces Tables à quoi ces nombres avoient rapport, & d'où ils étoient tirés, & qu'il n'étoit pas facile de le deviner, M. Maraldi en a donné tout l'éclairciſſement néceſſaire.

Si les Tables s'en tenoient là, on n'y trouveroit que le moment des Conjonctions centrales du Satellite avec Jupiter, ſoit dans la partie ſupérieure de ſon Orbe, ſoit dans l'inférieure. Les Conjonctions dans la partie inférieure ſont inutiles, parce qu'elles ſont inviſibles, le Satellite eſt alors perdu dans la lumiere de Jupiter. Les Conjonctions de la partie ſupérieure ſont, lorſque le Satellite eſt dans l'axe de l'ombre de Jupiter, mais ce n'eſt pas là un moment où le Satellite ſoit

visible, il ne l'est que quand il tombe dans l'ombre, ou en sort : c'est-là le moment dont nous avons besoin, & dont on demande la détermination.

On l'aura bien certainement, si l'on sait de quelle durée est une Eclipse entiere, car les Tables, dont nous venons de parler, ayant donné le moment de la Conjonction centrale ou du milieu de l'Eclipse, il ne faudra pour avoir l'entrée du Satellite dans l'ombre, ou son Immersion, que retrancher du tems de la Conjonction la moitié de la durée connue de l'Eclipse entiere, ou au contraire pour avoir le moment de l'Emersion. Mais cete connoissance de la durée des Eclipses, on ne l'a pas par tout ce qui vient d'être dit, & il la faut tirer d'ailleurs.

Ce seroit une facilité pour y parvenir, que de voir dans une même Eclipse l'Immersion & l'Emersion, car le tems compris entre l'une & l'autre seroit la durée de cette Eclipse ; mais on ne voit jamais que l'Immersion ou l'Emersion, & voici d'où cela vient. Quand Jupiter est précisément en opposition, l'axe du Cone de son ombre est une continuation de la ligne droite sur laquelle sont les centres du Soleil, de la Terre & de Jupiter, rangés selon cet ordre. Si l'on conçoit les quatre Satellites de Jupiter disposés autour de lui à différentes distances, & tombans en même tems dans son ombre, on concevra aisément qu'il pourra y en avoir quelqu'un si proche de Jupiter, qu'on ne le verra point alors, parce qu'il sera caché à nos yeux par le corps de Jupiter, & quelque autre au contraire

traire assés éloigné pour être vû ; & par la position où la Terre est alors à l'égard de Jupiter & de son ombre, le Satellite qu'on aura vû entrer dans l'ombre, on l'en verra sortir aussi ; & celui qu'on n'aura pas vû y entrer, on ne l'en verra pas sortir non plus ; car cette position de la Terre est parfaitement la même par rapport à l'un & l'autre phénomene. Or quoique le 1er Satellite de Jupiter soit à peu près aussi éloigné de lui que la Lune l'est de la Terre *, il est cependant si proche de Jupiter par rapport au grand éloignement où nous en sommes, qu'il est dans le cas de ne pouvoir être vû au moment de son Immersion, ni de son Emersion dans les oppositions de Jupiter. Mais la raison qui l'empêche d'être vû, cesse avant & après ces oppositions, la position de la Terre à l'égard de Jupiter & de son ombre est changée. Avant l'opposition, la Terre qui va d'Occident vers Jupiter, voit le côté Occidental de son ombre ; & comme le Satellite dans la moitié supérieure de son Orbe va d'Occident en Orient, il tombe dans l'ombre par le côté vû de la Terre, ce qui est son Immersion, mais son Emersion nous est cachée par le globe de Jupiter, dont il est trop proche. Il est clair qu'après l'opposition, il n'y aura au contraire que l'Emersion qui soit visible.

Si l'on ne voit pas les deux extrémités d'une Eclipse du 1er Satellite dans l'ombre de Jupiter, on voit du moins celles d'une autre

* V. l'Hist. de 1716. p. 70. & suiv.

tre Eclipſe tout oppoſée, qu'il ſouffre en paſſant devant cet Aſtre, dont la lumiere le fait évanouir à nos yeux. On le voit ſe plonger dans cette lumiere, & en ſortir, & la durée de cette Eclipſe ſeroit égale à celle de l'Eclipſe dans l'ombre, ſi ce n'étoit que dans la premiere il traverſe tout le diſque de Jupiter, & que dans l'autre il fait un moindre chemin à cauſe que l'ombre eſt un Cone, & qu'il paſſe loin de ſa baſe, dont le diametre eſt celui de Jupiter. On peut cependant s'aider quelquefois de cette méthode avec toutes les précautions requiſes, car dans des matieres ſi délicates on n'a point trop de tous les ſecours poſſibles.

Encore un moyen pour avoir la durée d'une Eclipſe du 1er Satellite, ce ſeroit d'avoir par obſervation le moment d'une Immerſion avant l'oppoſition de Jupiter, & le moment d'une Emerſion après cette même oppoſition. Pendant le tems compris entre ces deux momens, le Satellite a fait un certain nombre de révolutions autour de Jupiter, & quelque choſe de plus; car le 1er moment a précédé une Conjonction avec Jupiter, & le 2d en a ſuivi une autre. Ce quelque choſe de plus eſt préciſément la durée de l'Eclipſe qu'on cherche: il ne faut donc, pour la trouver, que retrancher du tems total écoulé entre les deux momens, celui qui appartient au nombre connu des révolutions. Ce moyen ſera d'autant plus exact, que l'Immerſion & l'Emerſion obſervées auront été moins éloignées de l'oppoſition de Jupiter, & par conſéquent moins éloignées entre elles,

les, car autrement les inégalités du mouvement de Jupiter entreroient pour une quantité trop considérable dans les tems d'une Immersion & d'une Emersion fort éloignées. Par cette même raison on voit que ce moyen ne peut guere être pratiqué qu'une fois pour chaque opposition de Jupiter, & qu'il est d'un usage rare, puisqu'entre une opposition de Jupiter & la suivante, il y a 13 mois, sans compter les obstacles étrangers qui s'opposent si souvent aux Observations.

Il en faut venir enfin à trouver la durée des Eclipses du Satellite par la même voye que l'on a trouvé celle des Eclipses de Lune, quoique nous soyons à l'égard du Satellite dans une situation infiniment desavantageuse en comparaison de celle où nous sommes à l'égard de la Lune; mais l'art de M. Cassini a vaincu toutes les difficultés.

La détermination de la durée de nos Eclipses de Lune dépend de ces trois principes.

1°. Il faut savoir quelle est la grandeur de l'ombre de la Terre arrivée à l'Orbe de la Lune. Pour cela, il faut savoir de quelle grandeur seront les diametres tant du Soleil que de la Terre, vûs l'un & l'autre de la Lune *, & de plus quelle est la distance de la Lune à la Terre; car il est clair que plus cette distance sera petite, plus sera grande la projection de l'ombre de la Terre dans l'Orbe de la Lune, & au contraire; & quant à la grandeur des diametres du Soleil & de la Terre vûs de la Lune, on a vû dans l'endroit

* V. l'Hist. de 1703. p. 95. & suiv.

droit cité, comment ils déterminent la grandeur de l'ombre.

2°. Il faut ſavoir quelle eſt la latitude de la Lune, c'eſt-à-dire, le plus grand éloignement du plan de ſon Orbe au plan de l'Ecliptique ; car comme l'axe de l'ombre de la Terre eſt toûjours dans le plan de l'Ecliptique, la Lune pourroit être ſi éloignée de cet axe, ainſi qu'elle l'eſt ſouvent, qu'elle ne tomberoit point dans l'ombre de la Terre, & plus elle approche de cet axe, plus elle s'y plonge, & au contraire.

3°. Il faut ſavoir quel eſt dans l'Ecliptique le lieu des Nœuds de la Lune, ou de l'interſection de ſon Orbe avec l'Ecliptique. Il eſt viſible que plus elle eſt proche de ces Nœuds, plus elle ſe plonge dans l'ombre.

Tout cela a dû être tranſporté aux Eclipſes du Satellite cauſées par l'ombre de Jupiter.

1°. Il a fallu avoir le diametre du Soleil tel qu'il eſt vû de Jupiter, & non pas de la Terre où nous ſommes ; ce qu'on a tiré des diſtances connues de la Terre & de Jupiter au Soleil. Enſuite il a fallu avoir de même & par les mêmes principes le diametre de Jupiter vû du Soleil. Quant à la diſtance du Satellite à Jupiter, ou, ce qui eſt à peu près le même, quant au rapport du diametre de Jupiter à celui de l'Orbe du Satellite, c'eſt une choſe connue immédiatement.

2°. Il a fallu avoir la latitude de l'Orbe du Satellite à l'égard de l'Ecliptique de Jupiter, c'eſt-à-dire, du plan tiré par le centre de Jupiter, & par celui du Soleil ; & c'eſt une recher-

cherche des plus épineuſes. Quand le Satellite, étant dans la partie inférieure de ſon Orbe, paſſe devant le diſque de Jupiter, s'il n'a aucune latitude à l'égard de Jupiter, c'eſt-à-dire, s'il eſt dans le plan de l'Ecliptique de Jupiter, il eſt certain que du Soleil on le verra paſſer dans le plus long tems qu'il ſoit poſſible, parce qu'il décrit tout le diametre de Jupiter; mais s'il a de la latitude, il paroît décrire un arc d'Ellipſe, toûjours d'autant plus petit que la latitude eſt plus grande, & il paroît décrire cet arc en un tems toûjours plus court. Ce n'eſt pas qu'on voye décrire au Satellite ni le diametre de Jupiter, ni l'arc Elliptique, il eſt alors perdu dans la lumiere de Jupiter; mais on le voit lorſqu'il y entre & lorſqu'il en ſort, & l'on compte le tems qu'il employe à ſon paſſage en différentes Conjonctions inférieures : le tems le plus long eſt celui du diametre de Jupiter, où il a été ſans latitude : le tems le plus court eſt celui du plus petit arc Elliptique, où il a eu ſa plus grande latitude, qui eſt la meſure de l'inclinaiſon de ſon Orbe à l'égard de celui de Jupiter, ou de l'Ecliptique de Jupiter. On voit que pour cela il faut un très grand nombre d'Obſervations très préciſes de la durée des Conjonctions inférieures. Mais quand on a tout ce qu'on peut deſirer ſur ce point, on n'a que la latitude ou inclinaiſon de l'Orbe du Satellite à l'égard de celui de Jupiter, telle qu'elle eſt vûe de la Terre, & elle en eſt vûe différente ou ſous un autre angle qu'elle ne le ſeroit du Soleil; or ce n'eſt que la latitude vûe du Soleil, ou

la réelle, qui eſt à conſidérer pour les Eclipſes du Satellite: il faut donc réduire l'apparente, qui a été tirée de longs calculs, à la réelle par des calculs encore auſſi longs.

3°. Il a fallu avoir le lieu où ſont les Nœuds du Satellite avec l'Orbe de Jupiter. Quand on a par la plus courte Eclipſe du Satellite ſa plus grande latitude à l'égard de Jupiter, on ſait quel eſt le lieu du Zodiaque où étoit Jupiter quand cette plus courte Eclipſe eſt arrivée, & c'eſt dans ce même lieu du Zodiaque où eſt la plus grande latitude du Satellite, c'eſt à dire, où eſt la plus grande élevation de ſon Orbe ſur l'Ecliptique de Jupiter. A 90 degrés de ce point du Zodiaque de part & d'autre, ſont les Nœuds de l'Orbe du Satellite avec l'Ecliptique de Jupiter. D'autres méthodes donnent auſſi ces Nœuds, & on en employe d'ordinaire pluſieurs dans les matieres délicates, pour vérifier les unes par les autres, & s'aſſûrer de leur concours.

Il eſt à remarquer, que juſqu'à preſent on ne s'eſt apperçû d'aucun changement dans le lieu des Nœuds des quatre Satellites de Jupiter, tel que feu M. Caſſini l'avoit déterminé. Ces Nœuds ſont donc immobiles, ou n'ont qu'un mouvement très-lent. En cela les Satellites ſont différens non-ſeulement de toutes les Planetes principales, mais encore plus de notre Lune.

La plus grande durée d'une Eclipſe du 1er Satellite peut être environ de $2^h \frac{1}{4}$, & celle d'une Eclipſe de notre Lune eſt environ de 4^h. On en pourroit être ſurpris, ſi l'on ne ſongeoit qu'à la grande vîteſſe du Satellite, qui étant

preſ-

preſque auſſi éloigné de Jupiter, que la Lune l'eſt de la Terre, fait ſa revolution quinze fois plus vîte qu'elle; mais d'un autre côté, le diametre de Jupiter eſt dix fois plus grand que celui de la Terre.

Après l'explication des Tables de feu M. Caſſini, & des principes de leur conſtruction, M. Maraldi vient aux corrections que l'Auteur lui-même s'apperçut qu'il y falloit faire, quelque tems après les avoir publiées, & à celles dont un tems encore plus long a fait découvrir la néceſſité par rapport à l'extrême préciſion. Elles ſont toutes ſi peu conſidérables en elles-mêmes, qu'il en réſulte le plus grand éloge qu'on puiſſe donner à l'habileté de M. Caſſini. Cependant il y a lieu de croire, & M. Maraldi le ſoupçonne, que les Siecles ameneront encore des corrections nouvelles aux Satellites de Jupiter; à leurs cercles, par exemple, qui paroiſſent concentriques à Jupiter, & qui pourroient bien ne l'être pas; à leurs Nœuds, que l'on a trouvés juſqu'ici immobiles; aux inclinaiſons de leurs Orbes ſur celui de Jupiter, qui peut-être varient, &c. Ces petits Aſtres éloignés ſont ſi importans pour nous, qu'on ne peut trop les étudier.

SUR

SUR LA QUESTION

Si la Lune tourne autour de la Terre, ou la Terre autour de la Lune. *

IL paroîtra d'abord étonnant que cette queſtion en ſoit une. Le Syſtême de Copernic, ſi généralement reçû aujourd'hui, & ſi bien prouvé, a accoûtumé tout le monde à croire ſans héſiter que la Lune tourne autour de la Terre. Tout convient à cette idée; la Terre cinquante fois plus groſſe que la Lune, eſt plus propre à occuper le centre d'un Tourbillon, & à y être le principe d'un grand mouvement qui emportera la Lune; les quatre Satellites de Jupiter, les cinq de Saturne ſont tous plus petits que leurs Planetes principales dont les Tourbillons les entrainent; toutes les Planetes principales elles-mêmes, qui par rapport au Soleil ſont des Satellites aſſujettis à ſuivre ſon mouvement, ſont beaucoup plus petites que le Soleil; & ſelon cette analogie générale, qui ne ſe dément jamais, la Lune ne peut être que Satellite de la Terre, & ce ſeroit une choſe unique que la Terre le fût de la Lune. Cependant il faut convenir que cette analogie, quoique ſi perſuaſive, n'eſt pas une démonſtration abſolue; & un Auteur, qui dans un Ouvrage ingénieux a eû beſoin que la Terre tournât autour de la Lune, s'eſt crû en droit de le ſuppoſer, & en a même donné des preuves aſſés ſéduiſantes, qu'il eût peut-être été

* V. les M. p. 90.

été autrefois abſolument impoſſible de détruire.

La nouveauté & la hardieſſe de cette penſée ont fait naître à M. de Mairan le deſſein de l'approfondir. Il a trouvé d'abord qu'elle n'étoit pas nouvelle, tant il eſt difficile que rien le ſoit; un noble Genois du dernier Siecle, ſavant en Aſtronomie, l'avoit déja penſé. Ce ſyſtême en mérite donc encore plus d'être examiné à fond, & c'eſt ce que nous allons faire d'après M. de Mairan, en dévelopant par rapport à ce ſujet toute la Théorie des Planetes ſubalternes, ou ſecondaires.

Si une Planete ſe meut uniformément autour du Soleil immobile, & dans un Cercle qui lui ſoit concentrique, il eſt certain que comme elle attribuera ſon mouvement au Soleil, elle le verra ſe mouvoir toûjours uniformément dans un Cercle d'Etoiles fixes, qui ſera le Zodiaque, & toûjours ſelon la même direction, qui ſera d'Occident en Orient, puiſque tel eſt le mouvement général de notre Tourbillon. Mais ſi cette Planete emporte avec elle une Planete ſubalterne placée dans la circonférence d'un Cercle concentrique à la Planete principale, il s'agit de ſavoir quel mouvement la ſubalterne attribuera au Soleil, ou, ce qui eſt le même, comment elle le verra ſe mouvoir.

Si la ſubalterne, quoiqu'emportée autour du Soleil par la principale, eſt immobile ſur ſon Cercle particulier, c'eſt-à-dire, qu'elle ne ſe meuve point autour de la principale, il eſt clair que pendant le tour annuel de la principale autour du Soleil, elle ne décrira comme elle qu'un Cercle concentrique au Soleil, & par conſéquent

quent elle verra toûjours le Soleil ſe mouvoir également, & ſelon la même direction, ou d'Occident en Orient. Mais ſi elle ſe meut autour de la principale, il eſt ſûr déja qu'elle ne décrira plus un Cercle concentrique au Soleil, & ne lui verra plus un mouvement égal, mais tantôt plus vîte, tantôt plus lent, ſelon que ſon mouvement particulier autour de la Planete principale lui altérera le mouvement du Soleil, tel qu'il ſeroit vû de cette Planete.

Puiſque dans le cas où la ſubalterne ſeroit immobile à l'égard de la principale, la ſubalterne verroit le mouvement du Soleil toûjours égal, comme la principale le voit, & que dans le cas oppoſé la ſubalterne voit le mouvement du Soleil inégal, il ſuit que plus la ſubalterne s'éloigne du cas de l'immobilité, c'eſt-à-dire, plus elle a de mouvement par rapport à la principale, ou, ce qui eſt le même, plus le tems qu'elle employe à tourner autour de la principale eſt petit par rapport au tems que la principale employe à tourner autour du Soleil, plus la ſubalterne voit le mouvement du Soleil inégal. Et comme le rapport de ces vîteſſes des deux Planetes peut être ſuppoſé tel qu'on voudra, & par conſéquent auſſi l'inégalité de mouvement que la ſubalterne verra au Soleil, il ſe peut que dans certaines rencontres, ou combinaiſons des mouvemens, la ſubalterne voye le mouvement du Soleil ſi lent que ce ne ſera pas un mouvement, & que le Soleil lui paroîtra *ſtationnaire*. Les mêmes principes pouſſés un peu plus loin, feront paroître le Soleil *rétrograde*, ou allant d'Orient en Occident; car ſi un mouvement réellement égal, peut devenir un mou-

mouvement apparent nul, il peut devenir auſſi un mouvement apparent d'une direction contraire.

Et pour le concevoir très diſtinctement, il ne faut que ſe repréſenter le mouvement de la Planete ſubalterne ſur ſon Cercle particulier. Quoique réellement & à l'égard de la Planete principale, elle ſe meuve toûjours d'Occident en Orient, elle ne ſe meut, ſelon cette direction à l'égard du Soleil, que dans la moitié ſupérieure de ſon Cercle, c'eſt-à-dire, dans la plus éloignée du Soleil, & dans la moitié inférieure elle ſe meut à l'égard du Soleil d'Orient en Occident. De-là il ſuit que dans la moitié ſupérieure ſon mouvement particulier concourt avec le mouvement général du Tourbillon qui l'emporte, à lui faire voir le Soleil allant d'Occident en Orient; & au contraire dans la moitié inférieure, l'un des deux mouvemens combat l'autre par rapport à cet effet. Ainſi dans la moitié ſupérieure la Planete ſubalterne doit voir le mouvement du Soleil d'Occident en Orient accéléré, ou plus vîte que ne le voit la Planete principale; & dans la moité inférieure elle le doit voir retardé, ou même nul, ou même rétrograde. Le plus haut degré de l'un ou de l'autre des deux effets contraires ſe trouve au milieu de la moitié ſoit ſupérieure, ſoit inférieure. Dans le premier cas, où la Planete principale eſt entre la ſubalterne & le Soleil, & ſur la même ligne, la ſubalterne eſt en oppoſition avec la principale ou le Soleil; dans le ſecond cas elle eſt en conjonction, parce qu'elle eſt alors entre la principale & le Soleil. La ſubalterne doit donc dans ſes oppoſitions voir le mou-

mouvement du Soleil le plus accéléré, & dans ſes conjonctions le plus retardé qu'elle le puiſſe voir, & même rétrograde, ſi cela lui eſt poſſible. On peut ſe rappeller ici ce qui a été dit en 1709 * ſur les mouvemens apparens des Planetes, & on verra l'accord des Théories.

Quand la Planete ſubalterne voit le mouvement du Soleil accéléré, il n'y a point à cela de bornes, pour ainſi dire, on peut toûjours ſuppoſer tel rapport de ſon mouvement particulier, au mouvement de la Planete principale autour du Soleil, que cette accélération apparente croîtra tant qu'on voudra. Mais il n'en eſt pas de même du mouvement retardé du Soleil, entant qu'il peut devenir rétrograde, il ne le peut devenir, que quand il eſt à un certain degré; au-deſſous il n'eſt que retardé & encore direct, au-deſſus il peut être plus rétrograde à l'infini. Il eſt aiſé de déterminer le point de ce paſſage. Quand la plus grande accélération apparente du mouvement du Soleil eſt égale au mouvement du Soleil, tel qu'il eſt vû de la Planete principale, ce qui arrive dans une oppoſition de la ſubalterne, le mouvement du Soleil eſt doublé pour la ſubalterne. Quand elle ſera en conjonction, il faudra ôter du mouvement du Soleil vû de la principale, la même quantité qu'on y avoit ajoûtée; on réduira donc le mouvement apparent du Soleil à Zero, & la Planete ſubalterne en conjonction verra le Soleil ſtationnaire. Donc tant,

* pag. 104. & ſuiv.

tant que la plus grande accélération, que la Planete ſubalterne attribuera au mouvement du Soleil vû de la principale, ſera moindre que ce mouvement, elle ne pourra voir le Soleil que retardé; paſſé cela, elle le verra rétrograde.

On voit par-là que tout conſiſte à ſavoir quelle eſt la grandeur de l'accélération ou du retardement que la Planete ſubalterne attribuera au mouvement du Soleil vû de la principale. L'accélératon ſuffit, car le retardement lui eſt toûjours égal. Elle ſera d'autant plus grande que le mouvement de la Planete ſubalterne autour de la principale ſera plus grand par rapport au mouvement de la principale autour du Soleil, ou, ce qui eſt le même, que la vîteſſe de la ſubalterne ſera plus grande par rapport à celle de la principale, ou au contraire, puiſque c'eſt cette inégalité des deux vîteſſes qui fait toute l'apparence de l'accélération, & qu'il n'y en auroit plus ſi la Planete ſubalterne n'avoit nul mouvement autour de la principale. Il faut donc avoir le rapport des vîteſſes. M. de Mairan en donne une formule générale, qu'il forme du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete principale, & du tems de ſa révolution, toûjours connu, & du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete ſubalterne autour de la principale, & du tems de ſa révolution particuliere, toûjours connus pareillement. Il eſt clair que ce ſont là les élémens des deux vîteſſes. Dès que l'on a déterminé quelque Planete ſubalterne en particulier, on trouve auſſi-tôt par

la formule générale quelle accélération ou quelle inégalité elle verra au mouvement du Soleil.

Pour appliquer cette Théorie à la Queſtion, Si la Lune eſt Satellite de la Terre, ou la Terre de la Lune; il eſt certain d'abord, que ſi la Terre eſt le Satellite, ou la Planete ſubalterne, elle voit de l'inégalité dans le mouvement du Soleil, au lieu qu'elle n'en voit point ſi elle eſt la Planete principale, car il faut ſe ſouvenir de la ſuppoſition que les Planetes principales ſe meuvent uniformément dans des Cercles concentriques au Soleil. Si l'on met dans la formule de M. de Mairan 22000 demi-diametres terreſtres pour le demi-diametre du grand Orbe annuel, 60 pour la diſtance de la Lune devenue Planete principale au Soleil, 56 demi-diametres terreſtres pour la diſtance de la Terre à la Lune, ou pour le demi diametre de l'Orbe de la révolution particuliere de la Terre autour de la Lune, 1 mois pour le tems de cette révolution, 12 mois pour le tems de la révolution annuelle de la Lune autour du Soleil, on trouvera que la vîteſſe de la Terre, Planete ſubalterne, ſera à celle de la Lune, Planete principale, comme 1 eſt à 30. De-là il ſuit que ces deux vîteſſes étant fort éloignées de l'égalité, & celle de la Planete ſubalterne de beaucoup la moindre, celle-ci ne pourra jamais voir le Soleil rétrograde, mais ſeulement accéléré ou retardé de $\frac{1}{30}$ du mouvement qu'il auroit, vû de la Planete principale, c'eſt-à-dire, de ſon mouvement moyen toûjours égal & connu. Comme ce mouvement eſt, à peu-près de 1 de-

degré par jour, ſa 30me partie eſt 2′ de degré, dont le mouvement moyen du Soleil ſeroit accéléré ou retardé; accéléré quand la Terre ſeroit en oppoſition avec la Planete principale ou le Soleil, auquel cas nous aurions nouvelle Lune; retardé dans la conjonction, auquel cas nous aurions pleine Lune, ainſi qu'il eſt aiſé de ſe le repréſenter. Le mouvement apparent du Soleil dans les nouvelles Lunes ſeroit donc toûjours de 4′ de degré plus grand que dans les pleines Lunes, puiſque dans les nouvelles il ſeroit de 2′ plus grand que le moyen ou réel, & dans les pleines plus petit de 2′. Or quoique 4′ de degré puiſſent paroître une aſſés petite quantité, elles ne pourroient pourtant pas échapper à l'extrême exactitude de l'Aſtronomie moderne, qui a bien apperçû d'auſſi petites grandeurs, & elles lui échapperoient d'autant moins qu'elles reviendroient régulierement de 15 jours en 15 jours, & par des retours ſi fréquens forceroient enfin les Aſtronomes les moins attentifs à les appercevoir. Mais on ne les a jamais ni apperçûes, ni même ſoupçonnées; donc ce n'eſt pas la Terre qui tourne autour de la Lune, & il faut que la Lune tourne autour de la Terre, & voye ces inégalités dans le mouvement du Soleil.

Cette démonſtration ſuppoſe que le mouvement du Soleil, vû de la Planete principale, ſoit égal; & certainement il ne l'eſt pas, puiſque la Planete principale ne décrit pas autour du Soleil un Cercle concentrique, mais une Ellipſe, & que d'ailleurs l'Aphélie

de cette Ellipſe eſt un point mobile. On croira donc peut-être que les inégalités du mouvement du Soleil, que la Terre verroit, parce qu'elle ſeroit Planete ſubalterne, pourroient ſe confondre de façon avec ces autres inégalités néceſſaires & inconteſtables, qu'on ne les en diſtingueroit plus. Il eſt vrai que par la combinaiſon des inégalités différentes du mouvement du Soleil, il doit arriver des cas où celles d'une eſpece détruiroient en partie celles d'une autre, & par-là rendroient inſenſibles celles dont on douteroit; mais les cas oppoſés doivent arriver auſſi, ceux où les différentes inégalités s'ajoûteroient, & feroient une ſomme ſenſiblement plus forte que s'il n'y entroit que des inégalités d'une eſpece. D'ailleurs comme le tems, où cette ſomme plus forte ſe trouveroit, ne pourroit être que celui de la nouvelle Lune, ce ſeroit un grand indice aux Aſtronomes que la Terre ſeroit Satellite. Mais depuis le tems qu'on obſerve les mouvemens du Soleil & de la Lune, qui ſont de tous les mouvemens céleſtes les mieux connus, & les plus anciennement connus, on n'a rien obſervé de ce qui ſeroit néceſſaire pour le nouveau Syſtême.

Voici encore une démonſtration plus ſenſible, parce qu'elle roule ſur une plus grande inégalité. Je ſuppoſe la Lune Satellite de la Terre, ſelon l'opinion générale. Au moment de l'Equinoxe du Printems, quand la Terre voit le Soleil au 1er d'*Aries*, qu'il y ait alors Nouvelle ou Pleine Lune, il eſt certain que la Terre ayant fait ſon tour, &

étant

étant revenue à voir le Soleil au 1er d'*Aries*, il y aura une année *Equinoxiale* révolue, mais qu'il n'y aura point alors Nouvelle ni Pleine Lune, car le mouvement du Soleil ou de la Terre, & celui de la Lune, ont une espece d'incommenſurabilté qui ne permet pas que leurs révolutions entieres, ni les moitiés, les tiers, les quarts, &c. de ces révolutions, ſe retrouvent juſte enſemble, ſi ce n'eſt après un grand nombre d'années. La Lune ne ſera donc pas ſur ſa ligne menée par les centres de la Terre & du Soleil juſqu'au 1er d'*Aries*, mais ou en deçà de cette ligne, ou au delà, c'eſt-à-dire, qu'elle n'aura pas encore vû le Soleil au 1er d'*Aries*, ou qu'elle l'aura déja vû, qu'elle n'aura pas encore eu cet Equinoxe du Printems, ou l'aura déja eu. Ainſi ſon année Equinoxiale, comptée comme celle de la Terre, ſera plus longue ou plus courte que celle de la Terre.

On a laiſſé indéterminé le point où la Lune pouvoit être ſur ſon Orbite, quand la Terre a eu ſon ſecond Equinoxe du Printems; cette détermination demanderoit celle d'une certaine année, & elle n'eſt nullement néceſſaire, il ne s'agit que de ſavoir la plus grande inégalité poſſible des années Equinoxiales de la Lune. On là trouvera, ſi on ſuppoſe, comme on le peut, qu'au retour de la Terre à ſon ſecond Equinoxe du Printems, la Lune ſe trouve dans l'une de ſes deux Quadratures. M. de Mairan calcule que delà au point où la Lune verra le Soleil au 1er d'*Aries*, il y aura plus de $3\frac{1}{2}$ heures de différence, & par conſéquent plus de 7 heures

entre les deux années Equinoxiales de la Lune, qui différeront le plus; & par les mêmes principes de calcul on aura les différences moindres; ce que M. de Mairan trouve en effet pour les années 1728 & 1729.

Si la Terre eſt à la place de la Lune ſelon le nouveau Syſtême, il peut donc y avoir plus de 7 heures de différence entre les années Equinoxiales de la Terre, qui différeront le plus. M. de Mairan avoue que chés les Anciens, qui ne pouvoient obſerver le moment des Equinoxes qu'à 6 heures près, cette grande inégalité de nos années Equinoxiales pouvoit être preſque entierement emportée par l'erreur des obſervations, & diſparoître; mais il ſoûtient que dans l'état où eſt aujourd'hui l'Aſtronomie, l'erreur ne peut aller à une heure, & par conſéquent il nous reſte une marque bien ſûre que la Terre n'eſt pas Satellite de la Lune, car nos années Equinoxiales les plus différentes ne peuvent jamais l'être de 6 heures, il s'en faudra beaucoup.

En général il eſt aiſé de voir que l'Aſtronomie, & principalement l'Aſtronomie Phyſique, ayant ſuppoſé juſqu'ici que la Terre ſe meut dans ſon Orbe autour du Soleil, & la Lune dans un autre Orbe particulier autour de la Terre, on ne ſauroit tranſporter la Terre & la Lune, ſans qu'il arrive des changemens conſidérables, qui dérangeroient des calculs d'Aſtronomie, auxquels on a tout ſujet de ſe fier. Par exemple, la Terre ne voit les diametres apparens du Soleil dans ſon

ſon Apogée ou dans ſon Périgée diminuer ou augmenter que d'une certaine quantité qui dépend uniquement de ce que l'Orbe de la Terre eſt excentrique au Soleil. Mais ſi la Terre tournoit autour de la Lune, elle verroit encore varier les diametres du Soleil par un principe indépendant de l'excentricité de l'Orbe de la Planete principale, car ſelon qu'elle ſeroit poſée ſur ſon Orbe particulier, elle ſeroit ou plus éloignée ou plus proche du Soleil. Il eſt vrai que l'augmentation de variation n'iroit qu'à 10 ou 11 Secondes, mais il faut toûjours ſe ſouvenir que l'Aſtronomie moderne eſt devenue extrêmement ſubtile, & capable d'appercevoir, du moins à la longue, de très-petites grandeurs, ſur-tout dans les cas où tout s'accumuleroit enſemble d'un certain côté. Par cette raiſon M. de Mairan s'eſt engagé dans des détails d'Aſtronomie aſſés fins, qui autrement ne lui auroient pas été néceſſaires. Nous en paſſerons pluſieurs, pour venir à une preuve que tout le monde peut ſaiſir.

La Lune nous préſente toûjours la même face, & ſi la Terre tourne autour de la Lune en un mois, il faut néceſſairement que la Lune, placée au centre de l'Orbe terreſtre, tourne auſſi ſur ſon axe en un mois, ſans quoi elle ne nous préſenteroit pas toûjours cette même face. Donc la circonférence du globe de la Lune, & la circonférence beaucoup plus grande de l'Orbe terreſtre, dont la Lune occupe le centre, tournent dans un tems égal. Or cela eſt ſans exemple dans tous les mouvemens céleſtes connus, de plus

grands Cercles d'un même Tourbillon sont toûjours décrits en plus de tems selon la fameuse proportion trouvée par Kepler, & toûjours vérifiée après lui par les nouvelles découvertes. A la vérité, cette Règle exactement observée par tous les Corps célestes, qui tournent autour d'un centre commune par les Orbes de toutes les Planetes principales autour du Soleil, par les Satellites de Jupiter autour de Jupiter, par ceux de Saturne, n'est pas observée de même à l'égard de la circonférence d'un Corps qui occupe le centre commun du mouvement, & tourne sur son axe. Par la Règle de Kepler, la circonférence du Soleil devroit tourner en 3 heures, & elle ne tourne qu'en 25 ½ jours; Jupiter devroit tourner en moins de 3 heures, & il ne tourne qu'en un peu moins de 10; pour la révolution de Saturne sur son axe, on ne la connoît point encore. Mais du moins le Soleil tourne en moins de tems que Mercure, qui ne tourne qu'en 3 mois à peu près; Jupiter en moins de tems que son 1er Satellite, qui tourne en 42 heures; & par conséquent la Lune, quoique dispensée de suivre exactement dans sa révolution sur son axe la Règle de Kepler, parce qu'elle tiendroit le centre de l'Orbe terrestre, devroit pourtant toûjours tourner en un tems considérablement plus court que celui de la révolution de la Terre autour d'elle, ce qui nous feroit voir son Hémisphere caché.

On a supposé dans tous ces raisonnemens que les Orbes étoient circulaires, & que les mouvemens étoient les *moyens*; mais pour ne

ne laiſſer aucun lieu de douter, M. de Mairan a fait voir qu'il mettoit par-là les choſes ſur le plus bas pied, & qu'en prenant des Orbes elliptiques, comme ils le ſont réellement, & les mouvemens *vrais*, les concluſions étoient encore plus favorables au Syſtême qu'il ſoûtient.

Il reconnoît qu'on pourroit éluder ſes démonſtrations d'une maniere plus raiſonnable. Il s'eſt fondé ſur le rapport de la vîteſſe de la Planete principale autour du Soleil, à la vîteſſe de la ſubalterne autour de la principale. Des deux eſpaces ou chemins, & des deux tems, qui ſont les quatre élémens de ce rapport, il n'y a qu'un ſeul élément qui puiſſe être douteux, c'eſt le chemin que fait la Planete principale autour du Soleil, ou, ce qui revient au même, ſa diſtance au Soleil. M. de Mairan a poſé cette diſtance ſelon feu M. Caſſini. Il eſt certain que ſi on la poſe plus grande, la Planete principale aura plus de vîteſſe, puiſqu'elle décrîra un plus grand Cercle dans le même tems, qui eſt néceſſairement un an; & par conſéquent la vîteſſe de la Planete ſubalterne étant toûjours exprimée par 1, celle de la principale le ſera par un nombre plus grand que 30, ce qui pourra aller à tel point que la vîteſſe de la Planete ſubalterne deviendra inſenſible par rapport à celle de la principale, & que ce qui s'enſuivoit de ce que ce rapport étoit ſenſible & déterminable, n'aura plus aucun lieu. Or on a l'autorité de M. de la Hire, qui fait la diſtance de la Terre au Soleil beaucoup plus

grande que M. Caſſini. Elle eſt 3 ſelon l'un, & 5 ſelon l'autre, preſque double.

M. de Mairan fait voir que même dans l'hypotheſe de M. de la Hire, le rapport des deux vîteſſes ſeroit encore plus ſenſible, & déterminable par les obſervations. Mais il en revient à l'hypotheſe de M. Caſſini, comme à la plus ſûre. On en ſait les raiſons; elle eſt fondée ſur la parallaxe de Mars bien obſervée*, & vérifiée encore dans la ſuite †: au lieu que M. de la Hire ne s'eſt point expliqué ſur les raiſons qu'il a eûes de s'éloigner de M. Caſſini ſur ce ſujet. Les Aſtronomes n'ont point ſuivi M. de la Hire, & s'ils ſe ſont quelquefois un peu écartés de M. Caſſini, ç'a été en faiſant la diſtance de la Terre au Soleil plus petite, ce qui fortifieroit les démonſtrations de M. de Mairan.

Nous avons dit d'abord, que la petiteſſe de la Lune par rapport à la Terre avoit pû la faire prendre pour Satellite de la Terre, & d'autant plus naturellement que tous les Satellites inconteſtablement tels ſont plus petits que leurs Planetes principales. Cette preuve n'eſt que de pure convenance, mais M. de Mairan la change en démonſtrative par les réflexions qu'il y ajoûte.

Si un Corps peſant, un Globe, a une impulſion qui lui faſſe décrire un Cercle autour d'un Centre où ſa peſanteur le fait tendre continuellement, c'eſt le centre de ce Globe qui décrit la circonférence du Cercle, en cas

* V. l'Hiſt. de 1706. p. 119. & ſuiv.
† Et celle de 1722. p. 125. & ſuiv.

cas que le Globe ſoit d'une matiere homogene, & que par conſéquent ſon centre de figure ſoit le même que ſon centre de gravité. Si cela n'eſt pas, & qu'il y ait une partie de ce Globe, par exemple une moitié, plus peſante que l'autre, le centre de gravité s'éloignera du centre de figure, ira dans la moitié plus peſante, & s'y enfoncera, pour ainſi dire, d'autant plus que cette moitié plus peſante ſera plus peſante que l'autre. Le diametre du Globe deviendra un Levier partagé par le centre de gravité en deux parties inégales, qui ſeront en raiſon renverſée des peſanteurs des deux moitiés. En même tems ce ne ſera plus le centre de figure du Globe qui décrira la circonférence du Cercle ſuppoſé, mais le centre de gravité; & comme c'eſt une Loi inviolable de Méchanique que le centre de gravité d'un Corps s'approche toûjours le plus qu'il eſt poſſible du point où il tend par ſa peſanteur, le Globe, dont le centre de gravité décrira une circonférence circulaire, ſe tournera de façon que ſa moitié la plus peſante ſera en dedans de cette circonférence, & l'autre en dehors, car autrement le centre de gravité du Globe ne ſeroit pas le plus proche qu'il pût être du point central où tend ſa peſanteur.

Maintenant ſi au lieu du Globe non homogene, on imagine un Levier chargé de deux poids inégaux, & dont le point d'appui, centre de gravité des deux poids pris enſemble, doive ſe mouvoir comme faiſoit le Globe, ce ſera parfaitement la même choſe, ce point d'appui du Levier décrira

une circonférence circulaire autour du point central où tend la peſanteur totale du Levier chargé, le plus grand poids ſera en dedans de cette circonférence, & le plus petit au dehors; & ſi on ignoroit lequel ſeroit en dedans ou en dehors, en connoiſſant ſeulement leur différente grandeur, on ſauroit ſûrement que le plus petit ſeroit en dehors, & l'autre en dedans.

Il eſt conſtant aujourd'hui que tous les les Corps céleſtes peſent vers le Soleil, ou y tendent, comme tous les Corps terreſtres vers la Terre. Quand la Lune & la Terre ſont emportées par un même Tourbillon qui ſe meut ſur la circonférence de l'Orbe annuel, il faut, puiſqu'elles ont toutes deux une peſanteur vers le Soleil, les concevoir toutes deux attachées aux deux extrémités d'un Levier diviſé en raiſon de leurs peſanteurs vers le Soleil, & dont le point d'appui, ou le centre de gravité *Solaire* commun de ces deux Corps, décrit la circonférence de l'Orbe annuel, car alors ce n'eſt plus la Planete qu'on met au centre du Tourbillon qui décrit cet Orbe. Mais la peſanteur des deux Planetes peut être ſi inégale, & par conſéquent la diſtance du commun centre de gravité à la Planete la plus peſante peut être ſi petite, que cette Planete ſera ſenſiblement au centre du Tourbillon, ou paroîtra le centre du mouvement de l'autre. Mais quand l'inégalité de peſanteur ne ſeroit pas ſi grande, la Planete la moins peſante ayant un plus long bras de Levier, enfermeroit toûjours l'autre dans ſon Orbe, & tourneroit autour d'elle, quoique ce ne

fût

fût pas comme autour d'un point.

Il ne reste plus qu'à savoir laquelle est la plus pesante vers le Soleil, ou de la Terre ou de la Lune. A en juger par les masses, la chose est bientôt décidée; la Lune est au moins cinquante fois plus petite que la Terre, & selon M. Newton, qui outre la masse fait entrer dans cette pesanteur la densité qu'il trouve plus grande à la Lune qu'à la Terre, la Lune est encore quarante fois moins pesante. C'est donc certainement la Lune qui tourne autour de la Terre.

Par cette considération des centres de gravité des Corps celestes mûs autour de quelque centre commun, on trouvera, en la rendant générale, que les Satellites de Jupiter doivent être plus petits que Jupiter, ceux de Saturne plus petits que Saturne, toutes les Planetes principales plus petites que le Soleil; & que quand il s'agit de la qualité de Satellite, la petitesse de la masse en est une preuve sûre. On peut remarquer ici en passant, que selon cette Théorie, le grand Tourbillon, qui comprend le Soleil & toutes les Planetes, ne tourne point autour du centre du Soleil, mais autour d'un centre de gravité commun placé fort près du Globe du Soleil, à cause de la grande masse de ce Globe par rapport à ceux des Planetes.

Tandis que M. de Mairan, à l'occasion de la Lune, avoit en main une Théorie générale des inégalités que les Planetes subalternes voyent dans le mouvement du Soleil, précisément parce qu'elles sont subalternes, il en a voulu jouir, & en faire l'application à tous les

Satellites de notre Tourbillon ſolaire. S'il y avoit des Aſtronomes dans ces Satellites, ils s'appercevroient plus ou moins facilement par ces inégalités plus ou moins grandes, qu'ils habiteroient des Planetes ſubalternes, & non pas une principale. Nous pouvons avec la formule de M. de Mairan nous transporter à leur place, & ſavoir ſûrement ce qu'ils verroient.

A meſure que les Satellites de Jupiter ſont plus éloignés de cette Planete principale, leur vîteſſe autour d'elle eſt moindre par rapport à celle de Jupiter autour du Soleil. Ainſi le 1er Satellite eſt celui qui a cette vîteſſe relative la plus grande, & elle eſt telle qu'il voit dans ſes oppoſitions le moyen mouvement du Soleil plus que doublé, & dans ſes conjonctions le Soleil ſtationnaire & rétrograde. Tout cela arrive en un jour 18 heures. Extrême facilité pour les Aſtronomes de ce Satellite, de s'appercevoir qu'ils ſont ſur un Satellite.

Le 2d Satellite a encore les mêmes apparences, mais moindres.

Le 3me ne peut plus voir le Soleil rétrograde, & il s'en faut peu qu'il ne le puiſſe voir ſtationnaire un inſtant.

Le 4me ne verra pas même le Soleil ſtationnaire un inſtant, il ne le verra que direct, mais accéléré ou retardé, comme le voit notre Lune, & comme nous le verrions ſi nous étions à ſa place. Seulement l'inégalité apparente du mouvement du Soleil eſt dix-huit fois plus grande pour ce Satellite, & ſes Aſtronomes ne peuvent pas encore tomber dans

dans l'erreur de ſe croire habitans d'une Planete principale.

La vîteſſe des cinq Satellites de Saturne dans leurs Orbes particuliers par rapport à celle de Saturne dans ſon Orbe autour du Soleil, eſt moindre en général que la pareille vîteſſe rélative des Satellites de Jupiter. Ainſi il n'y a que le 1er Satellite de Saturne qui voye le Soleil bien ſenſiblement rétrograde, & il le voit une fois moins rétrograde que le 1er Satellite de Jupiter ne le voit. Le 2d de Saturne à peine le verra-t-il rétrograde, & par conſéquent les trois autres ne le peuvent plus voir que direct, mais retardé dans les conjonctions, & le 5me moins retardé que les deux inférieurs.

Cette autre inégalité que nous avons dit qui ſe trouveroit dans les années ſolaires, ſi la Terre étoit Satellite de la Lune, & qui eſt effectivement pour la Lune, M. de Mairan la tranſporte aux Satellites de Jupiter & de Saturne, & la calcule pour eux. Mais nous n'entrons point dans ces recherches délicates, non plus que dans quelques idées incidentes de M. de Mairan, telle que celle de la meſure du diametre de Jupiter, & des diſtances de ſes Satellites, qui paroît attendre une plus ample explication. Nous finiſſons par cette eſpece d'échantillon que nous venons de donner d'Aſtronomie *comparée*, c'eſt-à-dire, de celle qui ne partant plus de la Terre pour contempler les mouvemens céleſtes, part de tel point de l'Univers qu'elle veut, & compare les différens points de vûe. De tous les points d'où l'on peut par-

tir, ceux d'où le voyage eſt le plus difficile ſont les Planetes ſubalternes, parce que leurs mouvemens plus compliqués rendent auſſi plus compliquées les apparences de tous les autres mouvemens. Mais cette difficulté n'arrête pas l'Aſtronomie moderne, & elle peut hardiment opérer à ſon gré dans quelque Monde que ce ſoit du grand Tourbillon ſolaire.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Les Recherches du mouvement propre des Etoiles fixes, par M. Deliſle de la Croyere.

† Un Ecrit de M. Caſſini ſur la Théorie des Cometes.

* V. les M. p. 26.
† V. les M. p. 321.

M. E.

MECHANIQUE.

SUR LA FORCE DES REVETEMENS qu'il faut donner aux Levées de Terres, Digues, &c. *

VOICI la ſuite de ce que nous avons dit en 1726†, & nous ſuppoſons qu'on ſe le rappellera.

M. Couplet avoit conſidéré les ſurfaces verticales des Revêtemens oppoſées aux Terres qu'ils empêchoient de s'ébouler, comme parfaitement poliçs, auſſi-bien que les grains ſphériques des Terres ou Sables qui étoient ſoûtenus; & de-là il ſuivoit que ces grains ne pouvoient avoir contre ces ſurfaces que des efforts horizontaux, dont la recherche géométrique & le calcul ont été l'objet de la Théorie précédente.

Mais il faut rentrer dans le vrai phyſique, & dans le réel, ou du moins s'en rapprocher le plus qu'on pourra. Les grains de terre ou de ſable ſont graveleux, les ſurfaces des Revêtemens ſont fort inégales, ces grains s'engrenent dans ces ſurfaces, & l'effort qu'ils exercent contre elles, leur pouſſée, n'eſt plus horizontale, elle ne peut être que dans la direc-

* V. les M. p. 200. † p. 71. & ſuiv.

direction d'une perpendiculaire tirée du centre d'un grain de sable sur la surface d'un grain de Revêtement, où il s'engrene, & s'appuye; ce qui apporte de grands changemens à la Théorie de 1726.

D'abord il faut prendre ici comme là un Tétraëdre formé de grains de sable égaux, dont les supérieurs poussent les inférieurs pour les écarter: mais parce qu'ils s'engrenent présentement les uns dans les autres, les supérieurs ne poussent que par des lignes perpendiculaires à la surface des inférieurs. Ainsi on ne peut imaginer l'effort des supérieurs que dirigé suivant une ligne qui soit ou l'arrête du Tétraëdre, ou celle qui partant de son sommet en partagera une face en deux moitiés égales. Lorsque le Tétraëdre se tient en état, & ne s'éboule point, c'est parce que sa base est telle que la demande la poussée des grains, & que leur effort est entiérement soûtenu. Alors en concevant un Triangle, qui soit une section verticale du Tétraëdre, & dont un des côtés en soit une arrête, & l'autre la ligne qui coupera en deux moitiés égales la face opposée, on trouvera aisément par les principes établis en 1726, le rapport de la pesanteur d'un grain supérieur à l'effort dont il pousse les inférieurs soit selon l'arrête, soit selon la face du Tétraëdre, ces deux efforts étant inégaux.

Ce Triangle, car il suffit de le considérer seul dans le Tétraëdre, qui aura ces dimensions précises, ou qui sera ramené à les avoir, ainsi qu'il a été expliqué dans l'autre Théorie, n'aura nul besoin de Revêtement pour

pour se soûtenir ; mais le Triangle renversé égal & semblable qu'il faudroit lui joindre pour faire la section parallélogrammique d'un Terre-plein, ne se soûtiendroit pas sans Revêtement, & l'on auroit à combattre dans ce 2d Triangle les mêmes efforts, qui étoient satisfaits dans le 1er.

Lorsque le Revêtement étoit parfaitement poli, les grains n'agissoient contre lui que par une ligne horizontale perpendiculaire à sa surface ; mais ici ils n'agissent que par l'arrête du Tétraëdre, ou par la ligne qui en coupe une face en deux, & l'une & l'autre de ces lignes ne peuvent être qu'obliques à la surface verticale du Revêtement, & par conséquent les grains de sable ou le Terre-plein n'agissent contre lui que par une ligne qui tend, non plus à le faire tourner sur l'extrémité extérieure de sa base en le renversant, mais à le fendre de haut en bas & de biais, de sorte qu'il lui restera une partie inférieure immobile, & que la supérieure seulement sera renversée. Cette partie inférieure du Revêtement devient elle-même la base d'une partie correspondante du Terre-plein, & la masse du Terre-plein qui agit contre le Revêtement en est diminuée d'autant ; ce qui fait que dans l'hypothese purement géométrique des grains & Revêtemens parfaitement polis, l'effort des Terres contre le Revêtement est plus grand que dans l'hypothese physique & réelle des Revêtemens graveleux.

Tout cela posé, M. Couplet trouve le centre de gravité de cette partie des terres, qui

qui eſt ſeule agiſſante, le point d'appui ſur lequel elle agit, la diſtance de ſa direction toûjours connue à ce point d'appui, ou, ce qui eſt le même, ſon bras de levier, & par conſéquent ſon énergie totale.

Il faut remarquer que dans cette hypotheſe phyſique, le bras de levier, par lequel agiſſent les terres, ſe trouve plus court, ce qui diminue encore la force qui eût été néceſſaire au Revêtement dans l'autre hypotheſe.

L'énergie du Terre-plein, ou plutôt d'une lame Triangulaire du Terre-plein, étant trouvée, celle d'une lame correſpondante du Revêtement lui doit être égale, & cela dépend de la figure de cette lame, où l'on prendra ſon centre de gravité, & le bras de levier de ce centre par rapport au point d'appui, ſur lequel le Revêtement ſeroit renverſé. La hauteur de cette figure eſt ordinairement la même que celle du Terre-plein, il ne s'agit que de ſa baſe, qui doit être plus ou moins grande ſelon la force ou l'énergie dont le Revêtement a beſoin. Mais en laiſſant cette baſe inconnue dans l'Equation formée des deux énergies du Terre-plein & du Revêtement, elle ſe détermine bien vîte, telle qu'elle doit être par rapport à toutes les autres circonſtances ou conditions connues ou ſuppoſées. Il ne faut pas oublier que comme le Revêtement eſt ordinairement de pierre, plus peſante que des terres ou du ſable, on doit avoir égard à cette différence de peſanteur.

Lorſque nous avons d'abord établi la figure que prennent des grains de terre ou de ſable qui ſe ſoûtiennent d'eux-mêmes & ſans Revêtement, nous n'avons conſideré qu'un grain

poſé

posé sur trois inférieurs, ce qui forme un Tétraëdre, ou Piramide réguliere; & de-là nous avons tiré d'après M. Couplet les efforts du grain supérieur sur les inférieurs, soit suivant une arrête du Tétraëdre, soit suivant une face. Mais on peut concevoir aussi un autre arrangement, qui sera celui d'un grain sur quatre inférieurs, & de-là résultera une Piramide à base quarrée, & d'autres efforts du grain supérieur sur les inférieurs. Dans le Tétraëdre le grain supérieur, qui agit sur trois inférieurs, agit sur un d'un côté, & sur deux de l'autre. S'il agit sur un, cet un est nécessairement posé sur l'arrête du Tétraëdre, & le grain supérieur agit donc par cette arrête; s'il agit sur deux, ces deux font une face du Tétraëdre; & des deux actions ou efforts du grain supérieur, il en résulte un troisieme total dont la direction passe entre les deux grains inférieurs, & par conséquent le supérieur agit par une ligne qui coupe en deux la face du Tétraëdre; & comme dans la supposition du Tétraëdre le talut qu'on aura à soûtenir en peut être ou la face ou l'arrête, il a fallu distinguer ces deux cas, & les différens efforts qui s'y trouvent. Mais dans la supposition présente de la Piramide quarrée, il suit du raisonnement que nous venons de faire, qu'un grain supérieur porté sur deux d'un côté & sur deux de l'autre, ne peut agir ni de l'un ni de l'autre côté, que par la ligne qui coupe en deux une face de la Piramide, & jamais par une arrête, & par conséquent qu'on aura toûjours le même talut à soûtenir. M. Couplet a trouvé que dans le Tétraëdre la pesanteur totale est à l'effort qui se fait selon face, comme un peu

peu plus de 7 à 5 ; & celui qui se fait par une arrête, comme un peu moins de 5 à 2 ; & que dans la Pira - mide quarrée elle est à l'effort unique selon la face, comme un peu moins de 5 est à 3.

De-là il suit, que si l'on supposoit la pesanteur totale la même dans tous les cas, les efforts ou poussées selon l'arrête du Tétraëdre, ou selon la face de la Piramide quarrée, ou selon la face du Tétraëdre, seroient à cette pesanteur à peu près comme 14, ou 21, ou 25 à 35 ; de sorte que la poussée, selon la face du Tétraëdre, seroit la plus grande de toutes, & celle selon la face de la Piramide quarrée en seroit la plus approchante. Mais en supposant, comme il le faut ici, la hauteur du Tétraëdre la même que celle de la Piramide quarrée, cela change, la Piramide quarrée est évidemment plus pesante que le Tétraëdre, & par conséquent la poussée est plus grande en elle-même, lorsqu'elle est la même partie d'un plus grand tout, il se trouve enfin que les hauteurs étant égales, la poussée par la face de la Piramide quarrée est la plus grande de toutes.

La Piramide quarrée ne tend, aussi bien que le Tétraëdre, qu'à fendre le Revêtement de haut en bas & de biais, & cela en s'appuyant sur un certain point par rapport auquel elle a son bras de levier, c'est-là ce qui fait son énergie totale ; & en lui égalant celle du Revêtement dont on laissera la base inconnue, on aura une Equation dont on tirera la valeur de cette inconnue, qui est tout ce qu'on cherche.

La forme de Tétraëdre, ou celle de Piramide quarrée, étant les deux seuls arrangemens qu'on puisse imaginer pour les grains de sable ou

ou de terre qui feront un talut, il auroit pû ſuffire de déterminer le cas de leur Equilibre avec le Revêtement ; mais M. Couplet pour ne rien laiſſer à déſirer dans ſa Théorie, & de plus pour donner dans la pratique des Revêtemens bien ſûrement inébranlables, ſuppoſe qu'à la pouſſée des terres il ſe joindra des accidens qui en augmenteront la force: il évalue ces efforts accidentels au poids d'une maſſe de terre haute de dix pieds, dont le Terre-plein qu'on veut ſoûtenir ſeroit chargé, & qui par conſéquent augmenteroit d'autant ſon énergie totale.

Comme les terres ne peuvent prendre que trois différens taluts, dont on ait les pouſſées à ſoûtenir, ou ſelon la face d'un Tétraëdre, ou ſelon ſon arrête, ou ſelon la face d'une Piramide quarrée, M. Couplet ayant calculé ſes formules générales pour ces trois cas, en a conſtruit des Tables, où les hauteurs des Revêtemens croiſſant depuis cinq pieds juſqu'à cent, on voit quelle doit être pour chaque hauteur la baſe du Revêtement néceſſaire. Si l'on ſait par expérience lequel des trois taluts les terres prendroient plus naturellement, on ſe règlera ſur celle des trois Tables qui eſt faite pour ce talut; ſi on n'a pas cette connoiſſance, on verra bien du moins quel ſera le parti le plus ſûr.

SUR

SUR L'IMPULSION OBLIQUE DES FLUIDES *.

DEs hommes ont long-tems broyé des Grains, qu'ils auroient pû faire broyer en leur place à l'Eau, ou à l'Air; & ces Agens si puissans n'ont été employés qu'assés tard, autant qu'ils pouvoient l'être, pour nous secourir dans nos travaux. L'expérience & l'usage ont produit à la longue diverses Machines où ces Forces ont été mises en œuvre; & enfin la Géométrie, qui n'avoit eu guere de part à ces inventions, & peut-être aucune, est arrivée, & elle s'applique maintenant à mettre la derniere main à tout, & du moins à éclairer tout.

Lorsqu'un fluide, tel que l'Eau ou l'Air, frappe perpendiculairement une surface exposée à son cours, il est évident qu'il la frappe avec toute la force qui est en lui. S'il ne la frappe qu'obliquement, c'est-à-dire, si le fil de son courant est une ligne oblique à cette surface, il est évident encore que cette direction oblique du fluide étant décomposée en deux partiales, dont l'une est perpendiculaire à la surface, & l'autre parallele, la surface n'est frappée que par ce qu'il y a de perpendiculaire à elle dans la direction totale oblique, & nullement par ce qu'il y a de parallele; qu'elle n'est pous-

* V. les M. p. 69.

pouſſée que dans le ſens de cette direction partiale perpendiculaire; & qu'elle eſt d'autant plus ou moins pouſſée, que cette direction perpendiculaire eſt plus ou moins grande par rapport à la parallele correſpondante. La force d'un choc oblique eſt donc d'autant plus grande que le choc eſt moins oblique, ou, ce qui eſt le même, que l'angle aigu d'incidence, & par conſéquent ſon Sinus, eſt plus grand; & les forces de deux chocs obliques, qui de ce chef ſeroient comme les Sinus des angles d'incidence, ſont comme les quarrés de ces Sinus, parce qu'il ſe trouve d'ailleurs que moins le choc d'un fluide eſt oblique, plus il y a de parties de ce fluide, & en même raiſon, qui frappent la ſurface choquée.

Si une ſurface plate, & qui peut ſe mouvoir librement, eſt expoſée obliquement au cours d'une Riviere, il eſt donc clair qu'elle ne pourra ſe mouvoir que par une ligne qui lui ſera perpendiculaire, & qui ſera l'une des deux qui compoſoient l'impulſion oblique de l'eau. En même tems cette ligne ſera néceſſairement encore oblique au fil de l'eau, quoique d'une autre obliquité, & la ſurface que la ſuivra ira par ce 2d mouvement oblique au fil de l'eau vers l'un des deux bords, & s'y arrêtera. Si c'eſt là ce qu'on a prétendu, il n'y a rien de plus à faire, nulle autre induſtrie à employer. Mais ſi on vouloit que la même ſurface ſe mût perpendiculairement au fil de l'eau, & traverſât la Riviere ſelon cette direction, comme font quelquefois des Bacs, alors il faudroit conſidérer que cette ligne que la ſurface ſuivroit, parce qu'elle lui eſt perpendiculaire, étant en même

tems

tems oblique au fil de l'eau, eſt compoſée de deux directions, l'une perpendiculaire, l'autre parallele au fil de l'eau ; qu'il eſt également poſſible de faire en ſorte que la ſurface ne ſuive que l'une ou l'autre, en empêchant par quelque induſtrie qu'elle ne ſuive celle qu'on ne voudra pas ; & que dans le cas propoſé il n'y a qu'à l'empêcher de ſuivre celle qui eſt parallele au fil de l'eau. Alors la ſurface qui n'a eu d'autre principe de mouvement qu'une impulſion oblique du fil de l'eau, & qui n'auroit pas ſuivi cette ligne, mais une autre encore oblique au fil de l'eau, viendra enfin à ſe mouvoir par une ligne perpendiculaire à ce fil.

On voit qu'il ſe fait ici deux décompoſitions de mouvement. Celui du fil de l'eau oblique à la ſurface eſt décompoſé en deux, l'un perpendiculaire à cette ſurface, l'autre parallele ; & il n'y a que le perpendiculaire qui la pouſſe. Ce perpendiculaire à la ſurface, étant oblique au fil de l'eau, peut encore être décompoſé en deux, l'un perpendiculaire à ce fil, l'autre parallele ; & la ſurface choquée peut ſuivre celui des deux qu'on voudra, pourvû qu'on l'empêche de ſuivre l'autre. La 1ere décompoſition ſe fait naturellement, & néceſſairement ; & il n'y a que l'une des deux directions compoſantes, la perpendiculaire, qui agiſſe. Dans la 2de décompoſition, la ſurface choquée, ſi elle ne ſuit pas la direction totale, qui eſt cette 1re perpendiculaire, eſt, pour ainſi dire, indifférente, entre les deux directions compoſantes, & elle peut également ſuivre l'une ou l'autre, mais il faut que l'art la détermine à l'une des deux. Il eſt viſible que la 2de décompoſition affoiblit la for-

force primitive, qui étoit déja foible, parce qu'elle réſultoit de la 1re décompoſition d'une impulſion oblique du fluide; mais ce qui reſte de force ne laiſſe pas d'être précieux, & on en tire de grands uſages pour faire tourner les aîles des Moulins à vent, pour faire agir le Gouvernail, ainſi que nous l'avons déja expliqué dans les Hiſtoires de 1701 * & 1714 †.

Comme cette matiere eſt fort utile dans la Méchanique, & que les Géometres n'en ont examiné que des cas particuliers, & ſouvent par des méthodes très-compliquées, M. Pitot a entrepris d'en donner une Théorie générale, & des Formules qui renfermaſſent tout. L'impulſion du fluide étant toûjours ſuppoſée oblique ſur la ſurface choquée, d'où naît une perpendiculaire *primitive*, qui eſt toute la force que l'on a, & l'intention étant de faire mouvoir la ſurface ſelon une direction qui ne ſoit pas cette perpendiculaire, il s'agit de la décompoſer en deux lignes, dont l'une ſera la direction requiſe, & l'autre perpendiculaire à cette derniere direction, & qui n'agira point. M. Pitot appelle *latérales*, les deux directions dans leſquelles ſe décompoſe la perpendiculaire primitive; il recherche le rapport de grandeur, & par conſéquent de force qu'elles ont l'une & l'autre à cette perpendiculaire, & il calcule algébriquement la grandeur de toutes les deux, afin qu'on les ait toûjours, lorſque toutes deux ſeront à conſiderer, ou qu'on ait la ſeule qui ſera utile.

* p. 175. & ſuiv. † p. 137. & ſuiv.

La force totale, dont on n'aura qu'une partie à employer, dépend entierement de la perpendiculaire primitive, c'eſt-à-dire, du rapport de grandeur qu'elle a à ce qu'il y a de parellele à la ſurface choquée dans l'impulſion oblique du fluide, ou enfin de la grandeur de l'angle aigu d'incidence. Mais il ne s'enſuit pas que l'angle d'incidence étant le même, quand on vient à faire la ſeconde décompoſition, cette perpendiculaire primitive ſoit également avantageuſe pour faire ſuivre à la ſurface choquée la direction qu'on veut qu'elle ſuive; car avec deux angles d'incidence égaux, cette perpendiculaire elle-même aura une direction qui tiendra plus ou moins de la direction requiſe, & lui ſera plus ou moins favorable. Et pour le prouver, il ſuffit de faire voir que la perpendiculaire dans ſes deux poſitions différentes ne ſera pas parallele à elle-même, car elle approchera donc plus ou moins dans une poſition que dans l'autre d'être parallele à la direction requiſe. Soit la ſurface conçue comme attachée par une de ſes extrémités au centre d'un demi-cercle, dont elle ſera toûjours le rayon. Le fluide la peut toûjours frapper ſous deux angles d'incidence égaux, l'un dans le premier quart de Cercle, l'autre dans le ſecond. Dans ces deux poſitions de la ſurface, la ligne qui lui ſera perpendiculaire ſera tangente du Cercle; mais il eſt évident que ces deux tangentes ne ſeront pas paralleles, elles ne pourroient l'être qu'aux deux extrémités d'un même diametre.

M. Pitot ayant voulu donner les formules gé-

générales des forces laterales de la seconde décomposition pour tous les angles d'incidence possibles, a donc dû donner, comme il a fait, ces formules doubles pour chaque angle, puisque pour chaque angle la perpendiculaire étant la même, aura deux directions différentes plus ou moins favorables à la direction requise, selon que cet angle sera dans un quart de Cercle, ou dans l'autre. La surface étant choquée sous les deux angles égaux, il se trouve que quand elle est plus tournée vers le point d'où part le fluide, la direction de la perpendiculaire primitive est plus favorable dans ce cas que dans l'autre à la direction requise. Les directions plus favorables de cette perpendiculaire tiennent donc un quart de Cercle, & les moins favorables tiennent l'autre.

Dans lequel que ce soit de ces deux Quarts, la force que l'on aura selon la direction requise dépend de deux pricipes, 1°. de la force ou de la grandeur de la perpendiculaire primitive, d'autant plus grande que l'angle d'incidence du fluide sur la surface aura été plus grand, 2°. de la direction de la perpendiculaire primitive. Ces deux principes se combinant ensemble, il peut arriver, & il arrive en effet que la direction la plus favorable de la perpendiculaire primitive demanderoit un trop petit angle d'incidence, & que par-là la force de cette perpendiculaire seroit trop petite; ou qu'au contraire un assés grand angle d'incidence donneroit à la perpendiculaire primitive une direction trop peu favorable. Il y a donc nécessairement un certain

point où les deux principes s'ajuſtent de façon qu'il en réſulte l'effet le plus avantageux, & c'eſt *un plus grand* que l'on détermine par les règles connues des Géometres, & ce plus grand donne l'angle, ſous lequel la ſurface poſée dans l'un ou l'autre quart de Cercle doit être frappée pour ſuivre après cela, avec la plus grande force poſſible, la direction qu'on veut qu'elle ſuive. On trouve par-là l'angle le plus avantageux de l'inclinaiſon des aîles d'un Moulin ſur ſon axe, celui du Gouvernail par rapport à la Quille pour faire tourner le Vaiſſeau, &c.

Il n'eſt pas ſurprenant que la ſurface choquée puiſſe recevoir du fil de l'eau une impulſion qui la faſſe aller contre le fil de l'eau même; car la perpendiculaire primitive, toûjours oblique à ce fil, étant décompoſée de façon qu'une de ſes directions compoſantes ſoit parallele au fil de l'eau, la ſurface qui ne pourra ſuivre que cette direction la ſuivra, ou en deſcendant avec le fil de l'eau, ou en remontant ſelon que l'angle aigu de la perpendiculaire primitive avec le fil de l'eau ſera tourné d'un côté ou de l'autre, ce qui dépend uniquement de la maniere dont cette perpendiculaire eſt poſée ou dirigée. Le cas où la ſurface choquée doit aller contre le fil de l'eau, arrive dans le quart de Cercle où la ſurface eſt plus loin de l'origine du courant. Il en va de même dans la Navigation du cas de *gagner au vent*, que nous avons expliqué en 1714 *. Enfin toutes les Queſtions qui

* p. 137. & ſuiv.

qui appartiennent à cette matiere ſe réſoudront aiſément par les formules générales de M. Pitot, & il paroît que la Géometrie en a fait deſormais ſon devoir.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXXVII.

I.

UN Inſtrument de M. Clairaut, par le moyen duquel on peut prendre les Angles, faire les Calculs arithmétiques, tels que la multiplication, la diviſion, l'extraction des Racines, & réſoudre les Triangles rectangles. C'eſt un Cercle de Carton gradué de 21 pouces de diametre, dans lequel M. Clairaut à décrit un grand nombre de circonférences concentriques pour exprimer par les longueurs de ces circonférences, les Logarithmes des Nombres, & ceux des Sinus. L'Inſtrument a paru ingénieux, & aſſés exact; la pratique fera connoître quelle ſera la facilité de s'en ſervir.

II.

Un Claveſſin de M. Thevenard de Bordeaux, à un ſeul rang de cordes, où les Sautereaux ſont garnis d'une petite piece de cuivre

vre ou de leton, qui tient lieu de la Languette ordinaire, & de toutes ſes appartenances. Cette invention a paru ingenieuſe, & utile en ce qu'elle diſpenſe pour toûjours de l'entretien des Plumes & des Soyes, qui ſont communément ſujettes au Ver, & s'uſent promptement.

III.

Un Pont de Bateaux de M. du Bois Ingénieur. Il peut ſe ſéparer en deux, ou s'ouvrir dans le tems des grandes Eaux ou des Glaces, qui pourroient l'endommager. On le referme & on l'ouvre, par le moyen de deux Cabeſtans, diſpoſés chacun ſur le rivage oppoſé. Lorſqu'il eſt fermé, ou dans ſon état ordinaire, on l'arrête par des Boulons de fer, qui étant attachés à des Pilotis, entrent perpendiculairement dans des Anneaux fixés à l'extrémité des deux Bateaux du milieu du Pont. Ces Anneaux s'élevent & s'abbaiſſent avec les Bateaux ſuivant la hauteur de la Riviere, & le Pont eſt également retenu. La partie par laquelle le Pont eſt arrêté à la Culée, eſt une eſpece de Charniere formée par des Anneaux de fer roulans ſur un long Pivot, & qui permet au Pont de ſuivre auſſi de ce côte-là la hauteur des Eaux. Quand il s'ouvre, chaque moitié va ſe placer le long du rivage, où elle eſt à l'abri par les Culées qui ſont de chaque côté. Ce Pont a paru ingénieuſement imaginé, & ſolidement conſtruit; & ſi dans l'exécution l'on a l'attention néceſſaire pour la force des Pivots & Anneaux,

ſur

ſur lesquels le Pont ſait un effort conſidérable quand il s'ouvre, & que l'on ait ſoin de déterminer la vîteſſe du Courant, en ſorte qu'elle diminue en approchant du rivage, il y a lieu de croire qu'on ſe ſervira utilement de cette invention.

IV.

Un Globe céleſte mouvant de M. Outhier, Prêtre du Dioceſe de Beſançon, qui repréſente le mouvement diurne & le mouvement annuel du Soleil, leur différence, ou celle du Tems vrai & du moyen, tous les mouvemens de la Lune, ſes Phaſes, les Eclipſes, le paſſage des Etoiles fixes par le Meridien, leur mouvement particulier, &c. tout cela par la conſtruction intérieure du Globe, qui contient deux mouvemens ſéparés, dont l'un ſe fait ſur l'axe de l'Equateur, & l'autre ſur celui de l'Ecliptique. Il contient auſſi une Horloge ſonnante. Quoiqu'il y ait déja pluſieurs Ouvrages dans ce goût-là, on a trouvé que celui-ci étoit très-ingénieuſement imaginé, que quelques diſpoſitions nouvelles, celle, par exemple, qui regarde les Phaſes de la Lune & ſes latitudes, le rendoient ſimple, & donnoient une idée avantageuſe de l'intelligence & de l'habilité de l'Inventeur.

V.

Une Horloge à Sable de M. le Comte Proſper, Capitaine dans le Régiment de Milan, Infanterie Italienne, au ſervice du Roi Catholique. Ce ſont deux Vaſes parfaitement

égaux, pleins du même Sable, au bas de chacun desquels est adapté un tuyau de verre où le Sable doit couler, les deux tuyaux étant aussi parfaitement égaux, & le tout posé verticalement. Les deux Vases & les deux Tuyaux sont fort proches, & une plaque de cuivre percée à ses deux extrémités de deux ouvertures égales à celles des tuyaux de verre, est disposée de façon que tournant sur un Pivot qui est entre les deux tuyaux, elle ferme l'un tandis qu'elle laisse l'autre entierement ouvert. On sait par expérience en quel tems un tuyau se remplit du Sable tombé du Vase, & en graduant ce tuyau par des divisions égales, on a des parties égales de ce tems, ou, ce qui peut être encore plus exact, à un moment quelconque de la chûte du Sable dans un des tuyaux, on ferme ce tuyau par le moyen de la Plaque, on le détache, ce qui est très-facile, & on pese le Sable tombé; & comme on connoît le poids de tout le Sable qu'un Vase contient, il a la même proportion à celui du Sable tombé, que le tems total pendant lequel le Tuyau se seroit rempli, au tems pendant lequel il n'a reçû qu'une partie du Sable. Par la disposition de la Machine, à l'instant qu'on a fermé ce tuyau, l'autre s'est ouvert, & le Sable du Vase correspondant y a coulé, ainsi il n'y a point de tems perdu à peser le Sable d'un tuyau, & la Machine mesure toûjours le tems. Elle a paru assés ingénieuse, quoique sujette aux inconvéniens ordinaires des Sabliers, tels que la différente ténacité du Sable,

&

& l'élargiſſement des trous par ſa chûte continuelle.

ELOGE

DE M. DE MALEZIEU.

NICOLAS DE MALEZIEU nâquit à Paris en 1650, de Nicolas de Malézieu Ecuyer Seigneur de Bray, & de Marie des Forges, originaire de Champagne. Il étoit encore au berceau, lorſqu'il perdit ſon Pere, & il demeura entre les mains d'une Mere qui avoit beaucoup d'eſprit. Elle ne fut pas long-tems à s'appercevoir que cet Enfant méritoit une bonne éducation. Il la prévenoit même, & dès l'âge de quatre ans il avoit appris à lire & à écrire, preſque ſans avoir eu beſoin de Maître. Il n'avoit que douze ans, quand il finit ſa Philoſophie au College des Jéſuites à Paris. De là il voulut aller plus loin, parce qu'il entendoit parler d'une Philoſophie nouvelle, qui faiſoit beaucoup de bruit. Il s'y appliqua ſous M. Rohaut, & en même tems aux Mathématiques, dont elle emprunte perpétuellement le ſecours, qu'elle ſe glorifie d'emprunter.

Ces Mathématiques, qui ſouffrent ſi peu qu'on ſe partage entre elles & d'autres Sciences, lui permettoient cependant les Belles-Lettres, l'Hiſtoire, le Grec, l'Hébreu, & même la Poëſie, plus incompatible encore

avec elles que tout le reſte. Toutes les ſortes de Sciences ſe préſentent à un jeune Homme né avec de l'eſprit, mille hazards les font paſſer en revûe ſous ſes yeux, & c'eſt quelque inclination particuliere, ou plutôt quelque talent naturel, ſource de l'inclination, qui le détermine à un choix; on préfere ce que l'on ſent qui promet plus de ſuccès. M. de Malézieu ne fit point de choix, & il embraſſa tout; tout l'attiroit également, tout lui promettoit un ſuccès égal.

Feu M. l'Evêque de Meaux le connut, à peine âgé de vingt ans, & il n'eut pas beſoin de ſa pénétration pour ſentir ſon mérite. Ce n'étoit point un mérite enveloppé, qui perçât difficilement au travers d'un extérieur triſte & ſombre; ſa facilité à entendre & à retenir lui avoit épargné ces efforts, & cette pénible contention, dont l'habitude produit la mélancolie: les Sciences étoient entrées dans ſon Eſprit comme dans leur ſéjour naturel, & n'y avoient rien gâté; au contraire, elles s'étoient parées elles-mêmes de la gayeté & de la vivacité qu'elles y avoient trouvées. M. de Meaux prit dès-lors du goût pour ſa converſation, & pour ſon caractere.

Des affaires domeſtiques l'appellerent en Champagne. Comme il étoit deſtiné à plaire aux gens de mérite, il entra dans une liaiſon étroite avec M. de Vialart, Evêque de Châlons, auſſi connu par la beauté de ſon eſprit, que par la pureté de ſes mœurs, & il ſe fortifia par ce commerce dans des ſentimens de Religion & de piété, qu'il a conſervés toute ſa vie. Il ſe maria à vingt-trois ans avec Demoi-

moiſelle Françoiſe Faudelle de Favereſſe, & quoiqu'amoureux, il fit un bon mariage. Il paſſa dix ans en Champagne dans une douce ſolitude, uniquement occupé de deux paſſions heureuſes, car on juge bien que les Livres en étoient une. C'eſt un bonheur pour les Savans que leur réputation doit amener à Paris, d'avoir eu le loiſir de ſe faire un bon fonds dans le repos d'une Province; le tumulte de Paris ne permet pas aſſés qu'on faſſe de nouvelles acquiſitions, ſi ce n'eſt celle de la maniere de ſavoir.

Le feu Roi ayant chargé M. le Duc de Montauſier & M. l'Evêque de Meaux, de lui chercher des gens de Lettres, propres à être mis auprès de M. le Duc du Maine, qui avoit déja le ſavant M. Chevreau pour Précepteur, ils jetterent les yeux ſur M. de Malézieu & M. de Court. Tous deux furent nommés par le Roi, & une ſeconde fois en quelque ſorte par le Public, lorſqu'il les connut aſſés. Il ſe trouvoit entre leurs caracteres toute la reſſemblance, & de plus toute la différence, qui peuvent ſervir à former une grande liaiſon; car on ſe convient auſſi par ne ſe pas reſſembler. L'un vif & ardent, l'autre plus tranquille & toûjours égal, ils ſe réuniſſoient dans le même goût pour les Sciences, & dans les mêmes principes d'honneur, & leur amitié n'en faiſoit qu'un ſeul homme, en qui tout ſe trouvoit dans un juſte degré. Ils rencontrerent dans le jeune Prince des diſpoſitions & d'eſprit & de cœur ſi heureuſes & ſi ſingulieres, qu'on ne peut aſſûrer qu'ils lui ayent été fort utiles, prin-

cipalement à l'égard des qualités de l'ame, qu'ils n'eurent guere que l'avantage de voir de plus près, & avec plus d'admiration. Le Roi les admettoit souvent dans son particulier à la suite de M. le Duc du Maine, lorsqu'il n'étoit question que d'amusemens, & ces occasions si flateuses étoient extrêmement favorables pour faire briller la vivacité, le génie, & les ressources de génie de M. de Malézieu.

La Cour rassembloit alors un assés grand nombre de gens illustres par l'esprit, Mrs Racine, Despréaux, de la Bruyere, de Malézieu, de Court; M. de Meaux étoit à la tête. Ils formoient une espece de Societé particuliere, d'autant plus unie qu'elle étoit plus séparée de celle des Illustres de Paris, qui ne prétendoient pas devoir reconnoître un Tribunal supérieur, ni se soûmettre aveuglément à des jugemens, quoique revêtus de ce nom si imposant de jugemens de la Cour. Du moins avoient-ils une autorité souveraine à Versailles, & Paris même ne se croyoit pas toûjours assés fort pour en appeller.

M. le Prince, M. le Duc, M. le Prince de Conti, qui brilloient beaucoup aussi par l'esprit, mais qui ne doivent être comptés qu'à part, honoroient M. de Malézieu de leur estime, & de leur affection. Il devenoit l'ami de quiconque arrivoit à la Cour avec un mérite éclatant. Il le fut, & très particulierement, de M. l'Abbé de Fénélon, depuis Archevêque de Cambrai, & il n'en conserva pas moins l'amitié de M. de Meaux; lorsque ces deux grands Prélats furent brouillés

lés par une Queſtion ſubtile & délicate, qui ne pouvoit guere être une queſtion que pour d'habiles Théologiens. On dit même que ces deux reſpectables Adverſaires le prirent ſouvent pour Arbitre de pluſieurs articles de leurs différends. Soit qu'il s'agît des procédés, ou du fonds, quelle idée n'avoient-ils pas ou de ſes lumieres, ou de ſa droiture?

Quand M. le Duc du Maine ſe maria, M. de Malézieu entra dans une nouvelle carriere. Une jeune Princeſſe, avide de ſavoir, & propre à ſavoir tout, trouva d'abord dans ſa maiſon celui qu'il lui falloit pour apprendre tout, & elle ne manqua pas de ſe l'attacher particuliérement par ce moyen infaillible que les Princes ont toûjours en leur diſpoſition, par l'eſtime qu'elle lui fit ſentir. Souvent pour lui faire connoître les bons Auteurs de l'Antiquité, que tant de gens aiment miéux admirer que lire, il lui a traduit ſur le champ, en préſence de toute ſa Cour, Virgile, Térence, Sophocle, Euripide; & depuis ce tems-là les traductions n'ont plus été néceſſaires que pour une partie de ces Auteurs. Il ſeroit fort du goût de cette Académie que nous parlaſſions auſſi des Sciences plus élevées, où elle voulut être conduite par le même guide; mais nous craindrions de révéler les ſecrets d'une ſi grande Princeſſe. Il eſt vrai qu'on devinera bien les noms de ces Sciences, mais on ne devinera pas juſqu'où elle y a pénétré.

M. de Malézieu eut encore auprès d'elle une fonction très-différente, & qui ne lui réuſſiſſoit pas moins. La Princeſſe aimoit à

Mais par-là on leur ôte la force merveilleuſe, qui a été néceſſaire pour ſuivre, ſans s'égarer, des routes ſi tortueuſes, ſi longues & ſi embarraſſées, & cette force compenſe le mérite moderne d'avoir découvert des chemins ſans comparaiſon plus courts & plus faciles. On veut que pour cauſer plus d'admiration, ils ayent caché leur Secret, quoiqu'en le révélant ils euſſent cauſé une admiration, du moins égale, & qu'ils euſſent en même tems infiniment avancé des Sciences utiles; on veut qu'ils ayent été tous également fideles à garder ce ſecret, également jaloux d'une gloire qu'ils pouvoient changer contre une autre, également indifférens pour le bien-public.

Au renouvellement de l'Académie en 1699, M. de Malézieu fut un des Honoraires, & en 1701 il entra à l'Académie Françoiſe. On ne ſera pas étonné qu'il fût Citoyen de deux Etats ſi différens.

Il faiſoit dans ſa maiſon de Châtenai près de Seaux, des Obſervations aſtronomiques ſelon la même méthode qu'elles ſe font à l'Obſervatoire, où il les avoit appriſes de M^rs^ Caſſini & M. Maraldi, ſes amis particuliers, & il les communiquoit à l'Académie. Une perſonne du plus haut rang avoit part à ces Obſervations, auſſi bien qu'à celles qu'il faiſoit avec le Microſcope, dont nous avons rapporté la plus ſinguliere en 1718 *. S'il n'eût pas été aſſés ſavant, il eût été obligé de le devenir toûjours de plus en plus pour faire ſa cour, & pour ſuivre les progrès de qui prenoit ſes inſtructions.

Son

* p. 12.

Son temperament robuſte & de feu, joint à une vie règlée, lui a valu une longue ſanté, qui ne s'eſt démentie que vers les 76 ans, encore n'a-ce été que par un dépériſſement lent, & preſque ſans douleur. Il mourut d'Apoplexie le 4 Mars 1727 dans la 77me année de ſon âge, & la 54me d'un mariage toûjours heureux, où l'eſtime & la tendreſſe mutuelles n'avoient point été altérées. La double louange qui en réſulte ſera toûjours très-rare, même dans d'autres Siecles que celui-ci.

Il a laiſſé cinq Enfans vivans: trois Garçons, dont l'aîné eſt Evêque de Lavaur; le 2d, Brigadier des Armées du Roi & Lieutenant-général d'Artillerie; & le 3me, Capitaine de Carabiniers: & deux filles, dont l'une eſt mariée à M. de Meſſimy, premier Préſident du Parlement de Dombes, & l'autre à M. le Comte de Guiry, Lieutenant-général du Païs d'Aunis, & Meſtre de Camp de Cavalerie.

ELOGE

DE M. NEWTON.

ISAAC NEWTON nâquit le jour de Noel V.S de l'an 1642, à Volſtrope dans la Province de Lincoln. Il ſortoit de la Branche aînée de Jean Newton, Chevalier Baronnet Seigneur de Volſtrope. Cette Seigneurie étoit dans la famille depuis près de 200 ans. Mrs Newton s'y étoient tranſportés de Wellby dans la même Pro-

Province de Lincoln, mais ils étoient originaires de Newton dans celle de Lancaſtre. La mere de M. Newton, nommée Anne Aſcough, étoit auſſi d'une ancienne famille. Elle ſe remaria après la mort de ſon premier mari, pere de M. Newton.

Elle mit ſon fils âgé de 12 ans à la grande Ecole de Grantham, & l'en retira au bout de quelques années, afin qu'il s'accoûtumât de bonne heure à prendre connoiſſance de ſes affaires, & à les gouverner lui-même. Mais elle le trouva ſi peu occupé de ce ſoin, ſi diſtrait par les Livres, qu'elle le renvoya à Grantham pour y ſuivre ſon goût en liberté. Il le ſatisfit encore mieux en paſſant de là au College de la Trinité dans l'Univerſité de Cambridge, où il fût reçû en 1660 à l'âge de 18 ans.

Pour apprendre les Mathématiques, il n'étudia point Euclide, qui lui parut trop clair, trop ſimple, indigne de lui prendre du tems; il le ſavoit preſque avant que de l'avoir lû, & un coup d'œil ſur l'énoncé des Théorêmes les lui démontroit. Il ſauta tout d'un coup à des Livres tels que la Géométrie de Deſcartes, & les Optiques de Kepler. On lui pourroit appliquer ce que Lucain a dit du Nil, dont les Anciens ne connoiſſoient point la ſource, *Qu'il n'a pas été permis aux hommes de voir le Nil foible & naiſſant.* Il y a des preuves que M. Newton avoit fait à 24 ans ſes grandes découvertes en Géométrie, & poſé les fondements de ſes deux célébres Ouvrages, les *Principes*, & l'*Optique*. Si des Intelligences ſupérieures à l'Homme ont auſſi un progrès de connoiſſances, elles volent tandis que nous rampons, elles

les ſuppriment des milieux que nous ne parcourons qu'en nous traînant lentement, & avec effort, d'une Vérité à une autre qui y touche.

Nicolas Mercator né dans le Holſtein, mais qui a paſſé ſa vie en Angleterre, publia en 1668 ſa *Logarithmotechnie*, où il donnoit par une Suite ou Série infinie la Quadrature de l'Hyperbole. Alors il parut pour la premiere fois dans le monde ſavant une Suite de cette eſpece, tirée de la nature particuliere d'une Courbe, avec un art tout nouveau, & trés délié. L'illuſtre M. Barrow, qui étoit à Cambridge où étoit M. Newton âgé de 26 ans, ſe ſouvint auſſitôt d'avoir vû la même Théorie dans des Ecrits du jeune Homme, non pas bornée à l'Hyperbole, mais étendue par des formules générales à toutes ſortes de Courbes, même méchaniques, à leurs Quadratures, à leurs Rectifications, à leurs Centres de gravité, aux Solides formés par leurs révolutions, aux Surfaces de ces Solides, de ſorte que quand les déterminations étoient poſſibles, les Suites s'arrêtoient à un certain point, ou ſi elles ne s'arrêtoient pas, on en avoit les ſommes par Règle; que ſi les déterminations préciſes étoient impoſſibles, on en pouvoit toûjours approcher à l'Infini, ſupplément le plus heureux & le plus ſubtil que l'Eſprit humain pût trouver à l'imperfection de ſes connoiſſances. C'étoit une grande richeſſe pour un Géometre de poſſéder une Théorie ſi féconde & ſi générale, c'étoit une gloire encore plus grande d'avoir inventé une Théorie ſi ſurprenante & ſi ingénieuſe; & M. Newton averti par le Livre de Mercator que cet habile homme étoit ſur la voye, & que d'autres s'y pourpient

met

mettre en le ſuivant, devoit naturellement ſe preſſer d'étaler ſes tréſors, pour s'en aſſûrer la véritable propriété, qui conſiſte dans la découverte. Mais il ſe contenta de la richeſſe, & ne ſe picqua point de la gloire. Il dit lui-même dans une Lettre du *Commercium Epiſtolicum*, *qu'il avoit crû que ſon Secret étoit entierement trouvé par Mercator, ou le ſeroit par d'autres, avant qu'il fût d'un âge aſſez mûr pour compoſer.* Il ſe laiſſoit enlever ſans regret ce qui avoit dû lui promettre beaucoup de gloire, & le flater des plus douces eſpérances de cette eſpece, & il attendoit à l'âge convenable pour compoſer ou pour ſe donner au Public, n'ayant pas attendu celui de faire les plus grandes choſes. Son Manuſcrit ſur les Suites infinies fut ſimplement communiqué à M. Collins, & à Milord Brounker, habiles en ces matieres, & encore ne le fut-il que par M. Barrow, qui ne lui permettoit pas d'être tout-à-fait auſſi modeſte qu'il l'eût voulu.

Ce Manuſcrit, tiré en 1669 du Cabinet de l'Auteur, porte pour titre: *Méthode que j'avois trouvée autrefois*, &c. Et quand cet *autrefois* ne ſeroit que trois ans, il auroit donc trouvé à 24 ans toute la belle Théorie des Suites. Mais il y a plus. Ce même Manuſcrit contient, & l'invention & le Calcul des *Fluxions*, ou Infiniment petits, qui ont cauſé une ſi grande conteſtation entre M. Leibnits & lui, ou plûtôt entre l'Allemagne & l'Angleterre. Nous en avons fait l'Hiſtoire en 1716 * dans l'Eloge de M. Leibnits, & quoique ce fût l'Eloge de M. Leib-

* p. 134. & ſuiv.

Leibnits, nous y avons si exactement gardé la neutralité d'Historien, que nous n'avons présentement rien de nouveau à dire pour M. Newton. Nous avons marqué expressément, *que M. Newton étoit certainement Inventeur, que sa gloire étoit en sûreté, & qu'il n'étoit question que de savoir si M. Leibnits avoit pris de lui cette idée.* Toute l'Angleterre en est convaincue, quoique la Societé Royale ne l'ait pas prononcé dans son Jugement, & l'ait tout au plus insinué. M. Newton est constamment le premier Inventeur, & de plusieurs années le premier. M. Leibnits de son côté est le premier qui ait publié ce Calcul, & s'il l'avoit pris de M. Newton, il ressembleroit du moins au Prométhée de la Fable, qui déroba le feu aux Dieux, pour en faire part aux hommes.

En 1687 M. Newton se résolut enfin à se dévoiler, & à révéler ce qu'il étoit; les *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* parurent. Ce Livre, où la plus profonde Géométrie sert de base à une Physique toute nouvelle, n'eut pas d'abord tout l'éclat qu'il méritoit, & qu'il devoit avoir un jour. Comme il est écrit très-savamment, que les paroles y sont fort épargnées, qu'assés souvent les conséquences y naissent rapidement des principes, & qu'on est obligé à suppléer de soi-même tout l'entre-deux, il falloit que le Public eût le loisir de l'entendre. Les grands Géometres n'y parvinrent qu'en l'étudiant avec soin, les médiocres ne s'y embarquerent qu'excités par le témoignage des grands; mais enfin quand le Livre fut suffisamment connu, tous ces suffrages, qu'il avoit gagnés si lentement, éclaterent de toutes parts, & ne for-

formerent qu'un cri d'admiration. Tout le monde fut frappé de l'esprit original qui brille dans l'Ouvrage, de cet esprit créateur, qui dans toute l'étendue du Siecle le plus heureux ne tombe guere en partage qu'à trois ou quatre hommes pris dans toute l'étendue des Pays savants.

Deux Théories principales dominent dans les *Principes Mathématiques*, celle des Forces Centrales, & celle de la Résistance des Milieux au Mouvement, toutes deux presque entierement neuves, & traitées selon la sublime Géométrie de l'Auteur. On ne peut plus toucher ni à l'une ni à l'autre de ces matieres, sans avoir M. Newton devant les yeux, sans le répéter, ou sans le suivre; & si on veut le déguiser, quelle adresse pourra empêcher qu'il ne soit reconnu?

Le rapport trouvé par Kepler, entre les révolutions des Corps célestes, & leurs distances à un centre commun de ces révolutions, regne constamment, dans tout le Ciel. Si l'on imagine, ainsi qu'il est nécessaire, qu'une certaine force empêche ces grands Corps de suivre pendant plus d'un instant leur mouvement naturel en ligne droite d'Occident en Orient, & les retire continuellement vers un centre, il suit de la Règle de Kepler, que cette force, qui sera centrale, ou plus particulierement *centripete*, aura sur un même corps une action variable selon ses différentes distances à ce centre, & cela dans la raison renversée des quarrés de ces distances; c'est-à-dire, par exemple, si ce corps étoit deux fois plus éloigné du centre de sa révolution, l'action de la force centrale sur lui en

en ſeroit quatre fois plus foible. Il paroît que M. Newton eſt parti de là pour toute ſa Phyſique du Monde pris en grand. Nous pouvons ſuppoſer auſſi ou feindre qu'il a d'abord conſidéré la Lune, parce qu'elle a la Terre pour centre de ſon mouvement.

Si la Lune perdoit toute l'impulſion, toute la tendance qu'elle a pour aller d'Occident en Orient en ligne droite, & qu'il ne lui reſtât que la force centrale qui la porte vers le centre de la Terre, elle obéiroit donc uniquement à cette force, en ſuivroit uniquement la direction, & viendroit en ligne droite vers le centre de la Terre. Son mouvement de révolution étant connu, M. Newton démontre par ce mouvement que dans la 1re Minute de ſa deſcente elle décriroit 15 pieds de Paris. Sa diſtance à la Terre eſt de 60 demi-diametres de la Terre, donc ſi la Lune étoit à la ſurface de la Terre, ſa force ſeroit augmentée ſelon le quarré de 60, c'eſt-à-dire, qu'elle ſeroit 3600 fois plus puiſſante, & que la Lune dans une Minute décriroit 3600 fois 15 pieds.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe que la force qui agitſoit ſur la Lune ſoit la même que celle que nous appellons Peſanteur dans les Corps terreſtres, il s'enſuivra du Syſtême de Galilée, que la Lune, qui à la ſurface de la Terre parcouroit 3600 fois 15 pieds en 1 Minute, devroit parcourir auſſi 15 pieds dans la 1re 60me partie, ou dans la 1re Seconde de cette Minute. Or on ſait par toutes les expériences, & on n'a pû les faire qu'à de très-petite diſtances de la ſurface de la Terre, que les Corps peſans tombent de 15 pieds dans la 1re Seconde de leur chû-

chûte. Ils ſont donc, quand nous éprouvons la durée de leurs chûtes, dans le même cas préciſément, que ſi ayant fait autour de la Terre, avec la même force centrale que la Lune, la même révolution, & à la même diſtance, ils ſe trouvoient enſuite tout près de la ſurface de la Terre; & s'ils ſont dans le même cas où ſeroit la Lune, la Lune eſt dans le cas où ils ſont, & n'eſt retirée à chaque inſtant vers la Terre que par la même Peſanteur. Une conformité ſi exacte d'effets, ou plutôt cette parfaite identité, ne peut venir que de celle des cauſes.

Il eſt vrai que dans le Syſtême de Galilée, qu'on a ſuivi ici, la Peſanteur eſt conſtante, & que la force centrale de la Lune ne l'eſt pas dans la démonſtration même qu'on vient de donner. Mais la Peſanteur peut bien ne paroître conſtante, ou, pour mieux dire, elle ne le paroît dans toutes nos expériences, qu'à cauſe que la plus grande hauteur d'où nous puiſſions voir tomber des Corps, n'eſt rien par rapport à la diſtance de 1500 Lieues, où ils ſont tous du centre de la Terre. Il eſt démontré qu'un Boulet de Canon tiré horizontalement décrit dans l'hypotheſe de la Peſanteur conſtante une Parabole terminée à un certain point par la rencontre de la Terre; mais que s'il étoit tiré d'une hauteur qui pût rendre ſenſible l'inégalité d'action de la Peſanteur, il décriroit au lieu de la Parabole une Ellipſe, dont le centre de la Terre ſeroit un des Foyers, c'eſt-à-dire, qu'il feroit exactement ce que fait la Lune.

Si la Lune eſt peſante à la maniere des Corps

Corps terreſtres, ſi elle eſt portée vers la Terre par la même force qui les y porte, ſi, ſelon l'expreſſion de M. Newton, elle peſe ſur la Terre, la même cauſe agit dans tout ce merveilleux aſſemblage de Corps céleſtes; car toute la Nature eſt une, c'eſt par-tout la même diſpoſition, par-tout des Ellipſes décrites par des Corps dont le mouvement ſe rapporte à un Corps placé dans un des Foyers. Les Satellites de Jupiter peſent ſur Jupiter, comme la Lune ſur la Terre, les Satellites de Saturne ſur Saturne, toutes les Planetes enſemble ſur le Soleil.

On ne ſait point en quoi conſiſte la Peſanteur, & M. Newton lui-même l'a ignoré. Si la Peſanteur agit par impulſion, on conçoit qu'un bloc de Marbre qui tombe, peut être pouſſé vers la Terre, ſans que la Terre ſoit aucunement pouſſée vers lui; & en un mot tous les centres, auxquels ſe rapportent les mouvemens cauſés par la Peſanteur, pourront être immobiles. Mais ſi elle agit par attraction, la Terre ne peut attirer le bloc de Marbre, ſans que ce bloc n'attire auſſi la Terre; pourquoi cette vertu attractive ſeroit-elle plutôt dans certains Corps que dans d'autres? M. Newton poſe toûjours l'action de la Peſanteur réciproque dans tous les Corps, & proportionnelle ſeulement à leurs maſſes, & par-là il ſemble déterminer la Peſanteur à être réellement une attraction. Il n'employe à chaque moment que ce mot pour exprimer la force active des Corps, force, à la vérité, inconnue, & qu'il ne prétend pas définir; mais ſi elle pouvoit agir

auſſi par impulſion, pourquoi ce terme plus clair n'auroit-il pas été préféré? car on conviendra qu'il n'étoit guere poſſible de les employer tous deux indifféremment, ils ſont trop oppoſés. L'uſage perpétuel du mot d'attraction, ſoûtenu d'une grande autorité, & peut-être auſſi de l'inclination qu'on croit ſentir à M. Newton pour la choſe même, familiariſe du moins les Lecteurs avec une idée proſcrite par les Cartéſiens, & dont tous les autres Philoſophes avoient ratifié la condamnation: il faut être préſentement ſur ſes gardes, pour ne lui pas imaginer quelque réalité; on eſt expoſé au péril de croire qu'on l'entend.

Quoi qu'il en ſoit, tous les Corps, ſelon M. Newton, peſent les uns ſur les autres, ou s'attirent en raiſon de leurs maſſes, & quand ils tournent autour d'un centre commun, dont par conſéquent ils ſont attirés, & qu'ils attirent, leurs forces attractives varient dans la raiſon renverſée des quarrés de leurs diſtances à ce centre; & ſi tous enſemble avec leur centre commun tournent autour d'un autre centre commun à eux & à d'autres, ce ſont encore de nouveaux rapports, qui font une étrange complication. Ainſi chacun des cinq Satellites de Saturne peſe ſur les quatre autres, & les quatre autres ſur lui; tous les cinq peſent ſur Saturne, & Saturne ſur eux; le tout enſemble peſe ſur le Soleil, & le Soleil ſur ce tout. Quelle Géometrie a été néceſſaire pour débrouiller ce Cahos de rapports! Il paroît téméraire de l'avoir entrepris, & on ne peut voir ſans é-

ton-

tonnement que d'une Théorie si abstraite, formée de plusieurs Théories particulieres, toutes très-difficiles à manier, il naisse nécessairement des conclusions toûjours conformes aux faits établis par l'Astronomie.

Quelquefois même ces conclusions semblent deviner des faits, auxquels les Astronomes ne se seroient pas attendus. On prétend depuis un tems, & sur-tout en Angleterre, que quand Jupiter & Saturne sont entre eux dans leur plus grande proximité, qui est de 165 millions de Lieues, leurs mouvemens ne sont plus de la même régularité que dans le reste de leur cours; & le Systême de M. Newton en donne tout d'un coup la cause, qu'aucun autre Systême ne donneroit. Jupiter & Saturne s'attirent plus fortement l'un l'autre, parce qu'ils sont plus proches, & par-là la régularité du reste de leur cours est sensiblement troublée. On peut aller jusqu'à déterminer la quantité & les bornes de ce déréglement.

La Lune est la moins réguliere des Planetes, elle échappe assés souvent aux Tables les plus exactes, & fait des écarts dont on ne connoît point les principes. M. Halley, que son profond savoir en Mathématique n'empêche pas d'être bon Poëte, dit dans des Vers Latins qu'il a mis au devant des *Principes* de M. Newton, que *la Lune jusque-là ne s'étoit point laissé assujettir au frein des Calculs, & n'avoit été domptée par aucun Astronome*, mais qu'elle l'est enfin dans le nouveau Systême. Toutes les bizarreries de son cours y deviennent d'une nécessité qui les fait prédire, & il est difficile

cile qu'un Syſtême, où elles prennent cette forme, ne ſoit qu'un Syſtême heureux, ſurtout ſi on ne les regarde que comme une petite partie d'un Tout, qui embraſſe avec le même ſuccès une infinité d'autres explications. Celle du Flux & du Reflux s'offre ſi naturellement par l'action de la Lune ſur les Mers, combinée avec celle du Soleil, que ce merveilleux phénomene ſemble en être dégradé.

La ſeconde des deux grandes Théories ſur leſquelles roule le Livre des *Principes*, eſt celle la Réſiſtance des Milieux au Mouvement, qui doit entrer dans les principaux phénomenes de la Nature, tels que les Mouvemens des Corps céleſtes, la Lumiere, le Son. M. Newton établit à ſon ordinaire ſur une très profonde Géométrie, ce qui doit réſulter de cette Réſiſtance, ſelon toutes les cauſes qu'elle peut avoir, la Denſité du Milieu, la Viteſſe du Corps mû, la grandeur de ſa Surface, & il arrive enfin à des concluſions qui détruiſent les Tourbillons de Deſcartes, & renverſent ce grand Edifice céleſte, qu'on auroit crû inébranlable. Si les Planetes ſe meuvent autour du Soleil dans un Milieu, quel qu'il ſoit, dans une matiere Ethérée, qui remplit tout, & qui, quelque ſubtile qu'elle ſoit, n'en réſiſtera pas moins, ainſi qu'il eſt démontré; comment les mouvemens des Planetes n'en ſont-ils pas perpétuellement, & même promptement affoiblis? ſur-tout, comment les Cometes traverſent-elles les Tourbillons librement en tous ſens, quelquefois avec des directions de mou-

ve-

vement contraires aux leurs, ſans en recevoir nulle altération ſenſible dans leurs mouvemens, de quelque longue durée qu'ils puiſſent être? Comment ces Torrens immenſes, & d'une rapidité preſqu'incroyable n'abſorbent-ils pas en peu d'inſtans tout le mouvement particulier d'un Corps, qui n'eſt qu'un atome par rapport à eux, & ne le forcent-ils pas à ſuivre leur cours?

Les Corps céleſtes ſe meuvent donc dans un grand Vuide, ſi ce n'eſt que leurs exhalaiſons, & les rayons de Lumiere, qui forment enſemble mille entrelaſſemens différens, mêlent un peu de matiere à des Eſpaces immatériels preſqu'infinis. L'Attraction & le Vuide, bannis de la Phyſique par Deſcartes, & bannis pour jamais ſelon les apparences, y reviennent ramenés par M. Newton, armés d'une force toute nouvelle dont on ne les croyoit pas capables, & ſeulement peut-être un peu déguiſés.

Les deux grands Hommes, qui ſe trouvent dans une ſi grande oppoſition, ont eû de grands rapports. Tous deux ont été des génies du premier ordre, nés pour dominer ſur les autres eſprits, & pour fonder des Empires. Tous deux Géometres excellens ont vû la néceſſité de tranſporter la Géométrie dans la Phyſique. Tous deux ont fondé leur Phyſique ſur une Géométrie, qu'ils ne tenoient preſque que de leurs propres lumieres. Mais l'un, prenant un vol hardi, a voulu ſe placer à la ſource de tout, ſe rendre maître des premiers principes par quelques idées claires & fondamentales, pour n'avoir plus qu'à deſcendre

aux phénomenes de la Nature, comme à des conſéquences néceſſaires. L'autre, plus timide, ou plus modeſte, a commencé ſa marche par s'appuyer ſur les phénomenes pour remonter aux principes inconnus, réſolu de les admettre quels que les pût donner l'enchaînement des conſéquences. L'un part de ce qu'il entend nettement, pour trouver la cauſe de ce qu'il voit. L'autre part de ce qu'il voit pour en trouver la cauſe, ſoit claire ſoit, obſcure. Les principes évidens de l'un ne le conduiſent pas toûjours aux phénomenes tels qu'ils ſont; les phénomenes ne conduiſent pas toûjours l'autre à des principes aſſés évidens. Les bornes, qui dans ces deux routes contraires ont pû arrêter deux hommes de cette eſpece, ce ne ſont pas les bornes de leur Eſprit, mais celles de l'Eſprit humain.

En même tems que M. Newton travailloit à ſon grand Ouvrage des *Principes*, il en avoit un autre entre les mains, auſſi original, auſſi neuf, moins général par ſon titre, mais auſſi étendu par la maniere dont il devoit traiter un ſujet particulier. C'eſt l'*Optique*, ou *Traité de la Lumiere & des Couleurs*, qui parut pour la premiere fois en 1704. Il avoit fait pendant le cours de 30 années les expériences qui lui étoient néceſſaires.

L'Art de faire des Expériences porté à un certain degré, n'eſt nullement commun. Le moindre fait qui s'offre à nos yeux, eſt compliqué de tant d'autres faits, qui le compoſent ou le modifient, qu'on ne peut ſans une extrême adreſſe démêler tout ce qui y entre, ni même ſans une ſagacité extrême ſoup-

ſoupçonner tout ce qui peut y entrer. Il faut décompoſer le fait dont il s'agit en d'autres qui ont eux mêmes leur compoſition ; & quelquefois, ſi l'on n'avoit bien choiſi ſa route, on s'engageroit dans des Labyrinthes d'où l'on ne ſortiroit pas. Les faits primitifs & élémentaires ſemblent nous avoir été cachés par la Nature avec autant de ſoin que des Cauſes, & quand on parvient à les voir, c'eſt un ſpectacle tout nouveau, & entierement imprévû.

L'Ob et perpetuel de l'*Optique* de M. Newton, eſt l'Anatomie de la Lumiere. L'expreſſion n'eſt point trop hardie, ce n'eſt que la choſe même. Un très petit Rayon de Lumiere, qu'on laiſſe entrer dans une chambre parfaitement obſcure, mais qui ne peut être ſi petit qu'il ne ſoit encore un faiſceau d'une infinité de rayons, eſt diviſé, diſſequé, de façon que l'on a les rayons élémentaires qui le compoſoient ſéparés les uns des autres, & teints chacun d'une couleur particuliere, qui après cette ſéparation ne peut plus être altérée. Le Blanc dont étoit le rayon total avant la diſſection, réſultoit du mélange de toutes les couleurs particulieres des rayons primitifs. La ſéparation de ces rayons étoit ſi difficile, que quand M. Mariotte l'entreprit ſur les premiers bruits des expériences de M. Newton, il la manqua, lui qui avoit tant de génie pour les expériences, & qui a ſi bien réuſſi ſur tant d'autres ſujets.

On ne ſépareroit jamais les Rayons primitifs & colorés, s'ils n'étoient de leur nature

tels qu'en paſſant par le même Milieu, par le même Priſme de verre, ils ſe rompent ſous différens angles, & par-là ſe démêlent quand ils ſont reçûs à des diſtances convenables. Cette différente réfrangibilité des Rayons rouges, jaunes, verts, bleus, violets & de toutes les couleurs intermédiaires en nombre infini, propriété qu'on n'avoit jamais ſoupçonnée, & à laquelle on ne pouvoit guere être conduit par aucune conjecture, eſt la découverte fondamentale du Traité de M. Newton. La différente réfrangibilité amene la différente réflexibilité. Il y a plus. Les Rayons qui tombent ſous le même angle ſur une ſurface, s'y rompent & réfléchiſſent alternativement, eſpece de jeu qui n'a pû être apperçû qu'avec des yeux extrêmement fins, & bien aidés par l'Eſprit. Enfin, & ſur ce point ſeul, la premiere idée n'appartient pas à M. Newton, les Rayons qui paſſent près des extrémités d'un Corps ſans le toucher, ne laiſſent pas de s'y détourner de la ligne droite, ce qu'on appelle *inflexion*. Tout cela enſemble forme un Corps d'*Optique* ſi neuf, qu'on pourra deſormais regarder cette Science comme preſque entierement dûe à l'Auteur.

Pour ne pas ſe borner à des ſpéculations, qu'on traite quelquefois injuſtement d'oiſives, il a donné dans cet Ouvrage l'invention & le deſſein d'un Teleſcope par réflexion, qui n'a été bien exécuté que longtems après. On a vû ici que ce Teleſcope n'ayant que 2 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur, faiſoit autant

tant d'effet qu'un bon Teleſcope ordinaire de 8 ou 9 pieds, avantage très conſidérable, & dont apparemment on connoîtra mieux encore à l'avenir toute l'étendue.

Une utilité de ce Livre, auſſi grande peut-être que celle qu'on tire du grand nombre de connoiſſances nouvelles dont il eſt plein, eſt qu'il fournit un excellent modele de l'Art de ſe conduire dans la Philoſophie Expérimentale. Quand on voudra interroger la Nature par les expériences & les obſervations, il la faudra interroger comme M. Newton, d'une maniere auſſi adroite, & auſſi preſſante. Des choſes qui ſe dérobent preſque à la recherche par être trop déliées, il les ſait réduire à ſouffrir le Calcul, qui ne demande pas ſeulement le ſavoir des bons Géometres, mais encore plus une dextérité particuliere. L'application qu'il fait de ſa Géométrie a autant de fineſſe, que ſa Géométrie a de ſublimité.

Il n'a pas achevé ſon *Optique*, parce que des expériences, dont il avoit encore beſoin, furent interrompues, & qu'il n'a pû les reprendre. Les Pierres d'attente qu'il a laiſſées à cet Edifice imparfait, ne pourront guere être employées que par des mains auſſi habiles que celles du premier Architecte. Il a du moins mis ſur la voye, autant qu'il a pû, ceux qui voudront continuer ſon ouvrage, & même il leur trace un chemin pour paſſer de l'Optique à une Phyſique entiere; ſous la forme de *Doutes* ou de *Queſtions à éclaircir*, il propoſe un grand nombre de vûes, qui aide-

ront les Philoſophes à venir, ou du moins feront l'hiſtoire, toûjours curieuſe, des penſées d'un grand Philoſophe.

L'Attraction domine dans ce Plan abrégé de Phyſique. La force qu'on appelle *dureté* des Corps, eſt l'Attraction mutuelle de leurs parties, qui les ſerre les unes contre les autres; & ſi elles ſont de figure à ſe pouvoir toucher par toutes leurs faces ſans laiſſer d'interſtices, les Corps ſont parfaitement durs. Il n'y a de cette eſpece que de petits Corps primordiaux & inaltérables, Elémens de tous les autres. Les fermentations, ou effervescences Chimiques, dont le mouvement eſt ſi violent qu'on les pourroit quelquefois comparer à des Tempêtes, ſont des effets de cette puiſſante Attraction, qui n'agit entre les petits corps qu'à de petites diſtances.

En général, il conçoit que l'Attraction eſt le principe agiſſant de toute la Nature, & la cauſe de tous les mouvemens. Car ſi une certaine quantité de mouvement une fois imprimée par les mains de Dieu, ne faiſoit enſuite que ſe diſtribuer différemment ſelon les Loix du Choc, il paroît qu'il périroit toûjours du mouvement par les chocs contraires ſans qu'il en pût renaître, & que l'Univers tomberoit aſſés promptement dans un repos, qui ſeroit la mort générale de tout. La vertu de l'Attraction toûjours ſubſiſtante, & qui ne s'affoiblit point en s'exerçant, eſt une reſſource perpétuelle d'action & de vie. Encore peut-il arriver que les effets de cette vertu vien-

viennent enfin à ſe combiner de façon que le Syſtême de l'Univers ſe dérègleroit, & *qu'il demanderoit*, ſelon M. Newton, *une main qui y retouchât*

Il déclare bien nettement, qu'il ne donne cette Attraction que pour une cauſe qu'il ne connoît point, & dont ſeulement il conſidére, compare & calcule les effets; & pour ſe ſauver du reproche de rappeller les *Qualités occultes* des Scholaſtiques, il dit qu'il n'établit que des qualités *manifeſtes* & très-ſenſibles par les phénomenes: mais qu'à la vérité les cauſes de ces qualités ſont *occultes*, & qu'il en laiſſe la recherche à d'autres Philoſophes. Mais ce que les Scholaſtiques appelloient Qualités occultes, n'étoient ce pas des Cauſes? ils voyoient bien auſſi les Effets. D'ailleurs ces Cauſes occultes, que M. Newton n'a pas trouvées, croyoit-il que d'autres les trouvaſſent? s'engagera-t-on avec beaucoup d'eſperance à les chercher?

Il mit à la fin de l'*Optique* deux Traités de pure Géométrie, l'un de la *Quadrature des Courbes*, l'autre un *Dénombrement des Lignes* qu'il appelle *du 3me ordre*. Il les en a retranchés depuis, parce que le ſujet en étoit trop différent de celui de l'Optique, & on les a imprimés à part en 1711, avec une *Analyſe par les Equations infinies*, & la *Méthode Différentielle*. Ce ne ſeroit plus rien dire, que d'ajoûter ici qu'il brille dans tous ces Ouvrages une haute & fine Géométrie, qui lui appartenoit entierement.

Abſorbé dans ſes ſpéculations, il devoit naturellement être & indifférent pour les

affaires, & incapable de les traiter. Cependant lors qu'en 1687, année de la publication de ſes *Principes*, les privileges de l'Univerſité de Cambridge, où il étoit Profeſſeur en Mathématique dès l'an 1669, par la démiſſion de M. Barrow en ſa faveur, furent attaqués par le Roi Jacques II, il fut un des plus zèlés à les ſoûtenir, & ſon Univerſité le nomma pour être un de ſes Délégués pardevant la Cour de *Haute-Commiſſion*. Il en fut auſſi le Membre repréſentant dans le Parlement de *Convention* en 1688, & il y tint ſéance juſqu'à ce qu'il fût diſſous.

En 1696 le Comte de Halifax, Chancelier de l'Echiquier, & grand Protecteur des Savans, car les Seigneurs Anglois ne ſe picquent pas de l'honneur d'en faire peu de cas, & ſouvent le ſont eux-mêmes, obtint du Roi Guillaume de créer M. Newton *Garde des Monnoyes*, & dans cette charge il rendit des ſervices importans à l'occaſion de la grande Refonte qui ſe fit en ce tems-là. Trois ans après il fut *Maître de la Monnoye*, emploi d'un revenu très conſidérable, & qu'il a poſſedé juſqu'à la mort.

On pourroit croire que ſa Charge de la Monnoye ne lui convenoit que parce qu'il étoit excellent Géometre & Phyſicien; & en effet cette matiere demande ſouvent des Calculs difficiles, & quantité d'expériences Chimiques; & il a donné des preuves de ce qu'il pouvoit en ce genre par ſa *Table des Eſſais des Monnoyes étrangeres*, imprimée à la fin du Livre du Docteur Arbuthnott. Mais il falloit

que

que ſon génie s'étendît juſqu'aux affaires purement politiques, & où il n'entroit nul mélange des Sciences ſpéculatives. A la convocation du Parlement de 1701, il fut choiſi de nouveau Membre de cette Aſſemblée pour l'Univerſité de Cambridge. Après tout, c'eſt peut-être une erreur de regarder les Sciences & les affaires comme ſi incompatibles, principalement pour les hommes d'une certaine trempe. Les affaires politiques bien entendues ſe réduiſent elles-mêmes à des Calculs très-fins, & à des combinaiſons délicates, que les Eſprits accoûtumés aux hautes ſpéculations ſaiſiſſent plus facilement & plus ſûrement, dès qu'ils ſont inſtruits des faits; & fournis des matériaux néceſſaires.

M. Newton a eû le bonheur ſingulier de joüir pendant ſa vie de tout ce qu'il méritoit; bien différent de Deſcartes, qui n'a reçû que des honneurs poſthumes. Les Anglois n'en honorent pas moins les grands talens, pour être nés chés eux; loin de chercher à les rabaiſſer par des Critiques injurieuſes, loin d'applaudir à l'Envie qui les attaque, ils ſont tous de concert à les élever, & cette grande Liberté, qui les diviſe ſur les points les plus importans, ne les empêche point de ſe réunir ſur celui-là. Ils ſentent tous combien la gloire de l'Eſprit doit être précieuſe à un Etat; & qui peut la procurer à leur Patrie, leur devient infiniment cher. Tous les Savans d'un Païs, qui en produit tant, mirent M. Newton à leur tête par une eſpece d'acclamation unanime, ils le reconnurent

fixes. Comme on ſait aujourdhui que ces Etoiles ont un mouvement en longitude d'un degré en 72 ans, ſi on ſait une fois qu'au tems de Chiron le Colure paſſoit par certaines Fixes, on ſaura, en prenant leur diſtance à celles par où il paſſe aujourd'hui, combien de tems s'eſt écoulé depuis Chiron juſqu'à nous. Chiron étoit du fameux voyage des Argonautes, ce qui en fixera l'Epoque, & néceſſairement enſuite celle de la Guerre de Troye, deux grands évenemens d'où dépend toute l'ancienne Chronologie. M. Newton les met de 500 ans plus proche de l'Ere Chrétienne, que ne font ordinairement les autres Chronologiſtes. Le Syſtême a été attaqué par deux Savans François. On leur reproche en Angleterre de n'avoir pas attendu l'ouvrage entier, & de s'être preſſés de critiquer. Mais cet empreſſement même ne fait il pas honneur à M. Newton? Ils ſe ſont ſaiſis le plus promptement qu'ils ont pû de la gloire d'avoir un pareil Adverſaire. Ils en vont trouver d'autres en ſa place. Le célébre M. Halley, premier Aſtronome du Roi de la Grande Bretagne, a déja écrit pour ſoûtenir tout l'Aſtronomique du Syſtême: ſon amitié pour l'illuſtre Mort, & ſes grandes connoiſſances dans la matiere, doivent le rendre redoutable. Mais enfin la conteſtation n'eſt pas terminée; le Public, peu nombreux, qui eſt en état de juger, ne l'a pas encore fait; & quand il arriveroit que les plus fortes raiſons fuſſent d'un côté, & de l'autre le nom de M. Newton, peut-être ce Public ſeroit-

il

il quelque tems en ſuſpens, & peut-être ſeroit-il excuſable.

Dès que l'Académie des Sciences par le Règlement de 1699 put choiſir des Aſſociés Etrangers, elle ne manqua pas de ſe donner M. Newton. Il entretint toûjours commerce avec elle, en lui envoyant tout ce qui paroiſſoit de lui. C'étoient ſes anciens travaux, ou qu'il faiſoit réimprimer, ou qu'il donnoit pour la premiere fois. Depuis qu'il fut employé à la Monnoye, ce qui étoit arrivé déja quelque tems auparavant, il ne s'engagea plus dans aucune entrepriſe conſidérable de Mathématique, ni de Philoſophie. Car quoique l'on pût compter pour une entrepriſe conſidérable la Solution du fameux Problême des *Trajectoires*, propoſé aux Anglois comme un défi par M. Leibnits pendant ſa conteſtation avec eux, & recherché bien ſoigneuſement pour l'embarras & la difficulté, ce ne fut preſque qu'un jeu pour M. Newton. On aſſûre qu'il reçut ce Problême à quatre heures du ſoir, revenant de la Monnoye fort fatigué, & ne ſe coucha point qu'il n'en fût venu à bout. Après avoir ſervi ſi utilement dans les connoiſſances ſpéculatives toute l'Europe ſavante, il ſervit uniquement ſa Patrie dans des affaires dont l'utilité étoit plus ſenſible & plus directe, plaiſir touchant pour tout bon Citoyen; mais tout le tems qu'il avoit libre, il le donnoit à la curioſité de ſon Eſprit, qui ne ſe faiſoit point une gloire de dédaigner aucune ſorte de connoiſſance, & ſavoit ſe nourrir de tout.

On

On a trouvé de lui après sa mort quantité d'Ecrits sur l'Antiquité, sur l'Histoire, sur la Théologie même, si éloignée des Sciences par où il est connu. Il ne se permettoit ni de passer des momens oisifs sans s'occuper, ni de s'occuper légerement, & avec une foible attention.

Sa santé fut toûjours ferme & égale, jusqu'à l'âge de 80 ans, circonstance très-essentielle du rare bonheur dont il a joui. Alors il commença à être incommodé d'une incontinence d'Urine : encore dans les cinq années suivantes, qui précéderent sa mort, eut-il de grands intervalles de santé, ou d'un état fort tolérable, qu'il se procuroit par le régime, & par des attentions dont il n'avoit pas eû besoin jusque-là. Il fut obligé de se reposer de ses fonctions à la Monnoye sur M. Conduitt, qui avoit épousé une de ses Nieces : il ne s'y résolut que parce qu'il étoit bien sûr de remettre en bonnes mains un dépôt si important & si délicat. Son jugement a été confirmé depuis sa mort par le choix du Roi, qui a donné cette place à M. Conduitt. M. Newton ne souffrit beaucoup que dans les derniers vingt jours de sa vie. On jugea sûrement qu'il avoit la Pierre, & qu'il n'en pouvoit revenir. Dans des accès de douleur si violens que les gouttes de sueur lui en couloient sur le visage, il ne poussa jamais un cri, ni ne donna aucun signe d'impatience ; & dès qu'il avoit quelques momens de relâche, il sourioit, & parloit avec sa gayeté ordinaire. Jusque-là il avoit toûjours lû, ou écrit

écrit plusieurs heures par jour. Il lut les Gazettes le Samedi 18 Mars V. S. au matin, & parla longtems avec le Docteur Mead, Médecin célébre; il possédoit parfaitement tous ses sens & tout son esprit: mais le soir il perdit absolument la connoissance, & ne la reprit plus, comme si les facultés de son ame n'avoient été sujettes qu'à s'éteindre totalement, & non pas à s'affoiblir. Il mourut le Lundi suivant 20 Mars, âgé de quatre-vingt-cinq ans.

Son Corps fut exposé sur un Lit de parade dans la Chambre de Jerusalem, endroit d'où l'on porte au lieu de leur sépulture les personnes du plus haut rang, & quelquefois les Têtes couronnées. On le porta dans l'Abbaye de Westminster, le Poile étant soutenu par Mylord Grand-Chancelier, par les Ducs de Montrose & Roxburgh, & par les Comtes de Pembrocke, de Sussex & de Macclesfield. Ces six Pairs d'Angleterre qui firent cette fonction solemnelle, font allés juger quel nombre de personnes de distinction grossirent la Pompe funebre. L'Evêque de Rochester fit le Service, accompagné de tout le Clergé de l'Eglise. Le Corps fut enterré près de l'entrée du Chœur. Il faudroit presque remonter chés les anciens Grecs, si l'on vouloit trouver des exemples d'une aussi grande vénération pour le Savoir. La famille de M. Newton imite encore la Grece de plus près par un Monument qu'elle lui fait élever, & auquel elle employe une somme considérable. Le Doyen & le Chapitre de

West-

Weſtminſter ont permis qu'on le conſtruiſe dans un endroit de l'Abbaye, qui a ſouvent été refuſé à la plus haute Nobleſſe. La patrie & la famille ont fait éclater pour lui la même reconnoiſſance, que s'il les avoit choiſies.

Il avoit la taille médiocre, avec un peu d'embonpoint dans ſes dernieres années, l'œil fort vif & fort perçant, la phyſionomie agréable & vénérable en même tems, principalement quand il ôtoit ſa perruque, & laiſſoit voir une chevelure toute blanche, épaiſſe & bien fournie. Il ne ſe ſervit jamais de Lunettes, & ne perdit qu'une ſeule dent pendant toute ſa vie. Son nom doit juſtifier ces petits détails.

Il étoit né fort doux, & avec un grand amour pour la tranquillité. Il auroit mieux aimé être inconnu, que de voir le calme de ſa vie troublé par ces orages litteraires, que l'Eſprit & la Science attirent à ceux qui s'élevent trop. On voit par une de ſes Lettres du *Commercium Epiſtolicum*, que ſon Traité d'Optique étant prêt à imprimer, des Objections prématurées qui s'éleverent, lui firent abandonner alors ce deſſein. *Je me reprochois*, dit-il, *mon imprudence de perdre une choſe auſſi réelle que le repos, pour courir après une Ombre.* Mais cette Ombre ne lui a pas échappé dans la ſuite, il ne lui en a pas coûté ſon repos qu'il eſtimoit tant, & elle a eû pour lui autant de réalité que ce repos même.

Un caractere doux promet naturellement de la modeſtie, & on atteſte que la ſienne s'eſt

s'eſt toûjours conſervée ſans altération, quoique tout le monde fût conjuré contre elle. Il ne parloit jamais ou de lui, ou des autres, il n'agiſſoit jamais, d'une maniere à faire ſoupçonner aux Obſervateurs les plus malins le moindre ſentiment de vanité. Il eſt vrai qu'on lui épargnoit aſſés le ſoin de ſe faire valoir: mais combien d'autres n'auroient pas laiſſé de prendre encore un ſoin dont on ſe charge ſi volontiers, & dont il eſt ſi difficile de ſe repoſer ſur perſonne? combien de grands hommes généralement applaudis ont gâté le concert de leurs louanges en y mêlant leurs voix!

Il étoit ſimple, affable, toûjours de niveau avec tout le monde. Les génies du premier ordre ne mépriſent point ce qui eſt au-deſſous d'eux, tandis que les autres mépriſent même ce qui eſt au-deſſus. Il ne ſe croyoit diſpenſé ni par ſon mérite, ni par ſa réputation, d'aucun des devoirs du commerce ordinaire de la vie; nulle ſingularité ni naturelle, ni affectée: il ſavoit n'être, dès qu'il le falloit, qu'un homme du commun.

Quoiqu'il fût attaché à l'Egliſe Anglicane, il n'eût pas perſécuté les Non-Conformiſtes pour les y ramener. Il jugeoit les hommes par les mœurs, & les vrais Non-Conformiſtes étoient pour lui les Vicieux & les Méchans. Ce n'eſt pas cependant qu'il s'en tînt à la Religion naturelle, il étoit perſuadé de la Révélation; & parmi les Livres de toute eſpece, qu'il avoit ſans ceſſe entre

les

les mains, celui qu'il liſoit le plus aſſiduement étoit la Bible.

L'abondance où il ſe trouvoit & par un grand Patrimoine, & par ſon Emploi, augmentée encore par la ſage ſimplicité de ſa vie, ne lui offroit pas inutilement les moyens de faire du bien. Il ne croyoit pas que donner par ſon Teſtament, ce fût donner; auſſi n'a-t-il point laiſſé de Teſtament, & il s'eſt dépouillé toutes les fois qu'il a fait des libéralités ou à ſes Parens, ou à ceux qu'il ſavoit dans quelque beſoin. Les bonnes actions qu'il a faites dans l'une & l'autre eſpece, n'ont été ni rares, ni peu conſidérables. Quand la bienſéance exigeoit de lui en certaines occaſions de la dépenſe & de l'appareil, il étoit magnifique ſans aucun regret, & de très-bonne grace. Hors de-là tout ce faſte, qui ne paroît quelque choſe de grand qu'aux petits caracteres, étoit ſévérement retranché, & les fonds reſervés à des uſages plus ſolides. Ce ſeroit effectivement un prodige, qu'un eſprit accoûtumé aux réflexions, nourri de raiſonnemens, & en même tems amoureux de cette vaine magnificence.

Il ne s'eſt point marié, & peut-être n'a-t-il pas eu le loiſir d'y penſer jamais; abîmé d'abord dans des études profondes & continuelles pendant la force de l'âge, occupé enſuite d'une Charge importante, & même de ſa grande conſidération, qui ne lui laiſſoit ſentir ni vuide dans ſa vie, ni beſoin d'une ſociété domeſtique.

Il a laiſſé en biens meubles environ 32000 li-

livres Sterlin, c'eſt-à-dire, ſept cens mille livres de notre Monnoye. M. Leibnits, ſon Concurrent, mourut riche auſſi, quoique beaucoup moins, & avec une ſomme de reſerve aſſés conſidérable *. Ces exemples rares, & tous deux étrangers, ſemblent mériter qu'on ne les oublie pas.

* V. l'Hiſt. de 1716. p. 156.

MEMOI-

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXVII.

MEMOIRE

dans lequel il eſt démontré que les Nerfs Intercoſtaux fourniſſent des rameaux qui portent des eſprits dans les Yeux.

Par M. PETIT, Medecin.

J'Ai lû au mois de Decembre dernier un Memoire dans lequel je détermine l'endroit où l'on doit piquer l'œil pour bien abbattre la Cataracte : j'y remarque une choſe qui m'a engagé de mettre celui-ci au nombre de mes Memoires ſur les Yeux.

Je dis, qu'à quelque diſtance de la Cornée

que l'on perce l'œil pour faire l'operation de la Cataracte, l'on peut piquer & même couper entierement un de ces Nerfs, auquel Ruiſch a donné le nom de *Ciliaires*. Je vais démontrer que ces Nerfs reçoivent des eſprits animaux fournis en partie par l'Intercoſtal.

L'on a toûjours crû que les Nerfs Intercoſtaux prenoient leur origine du cerveau, & qu'ils étoient formés par quelques rameaux de la 5e & de la 6e paire des Nerfs de la moelle allongée. Willis & Vieuſſens qui ont donné de très belles Neurologies, ont été de ce ſentiment. Willis * dit que les Nerfs Intercoſtaux ſont formés par deux rameaux de la 5e & un rameau de la 6e paire; & dans la deſcription qu'il donne de la 6e, il dit qu'elle fournit un ou deux rameaux qui ſe joignent à ceux de la 5e pour former le principe des Intercoſtaux. Il l'a repreſentée dans ſa 9e Planche, mais principalement dans la premiere & ſeconde figure de la diſtribution de la 5e & de la 6e paire, comme on va le voir dans la premire figure de ce Memoire.

AG eſt le Nerf de la 5e paire, *A* eſt ſon origine, *BH* le Nerf de la 6e. paire, *B* ſon origine, *CC* l'Intercoſtal, *D* le rameau qui lui vient, ſelon Willis, de la 6e paire, & qui n'eſt point repreſenté recurrent comme les deux rameaux *EI* que la 5e paire fournit à l'Intercoſtal.

Vieuſſens † différe de Willis ſeulement en ce qu'il ne fait pas recurrens les rameaux de la 5e paire qui ſont fournis, ſelon, lui à l'Inter-

* *Nervor. deſcript. c.* 25.
† *De Nervis, lib.* 3. *cap.* 3. *p.* 170 & 176.

tercoſtal, & ſont dans leur état naturel dans ſa 23e Planche, auſſi-bien que dans ſa 22e où il donne la diſtribution de la 5e & de la 6e paire, & tels qu'on les voit dans cette ſeconde figure en *E I*.

Ridlei, Bianchi * ſont de même ſentiment: les Nerfs Intercoſtaux dans les figures d'Euſtachius paroiſſent ne tirer leur origine que de la 6e paire, & cela ſe trouve quelquefois.

Morgagni † qui a examiné ces Nerfs, dit qu'il a ſouvent vû ſortir pluſieurs fibres du côté interne de la 6e paire, quelquefois une fibre ſeulement & aſſés groſſe; il l'a une fois vûe formé plutôt comme une petite bande, que comme une fibre : Enfin il en a vû ſortir pluſieurs fibres qui s'introduiſoient dans le canal oſſeux qui donne paſſage à l'artere Carotide. Il dit qu'il n'a jamais bien vû les fibres qui ſont fournies par la 5e paire.

La ſeule inſpection de la 22e planche de Vieuſſens m'avoit déja donné quelque doute en 1705 ſur l'origine des Intercoſtaux. J'étois pour-lors Medecin des Hôpitaux du Roi à Namur ; la facilité que j'avois d'avoir des ſujets, me donna occaſion de faire pluſieurs découvertes ſur le cerveau & le genre nerveux : je trouvai en travaillant ſur les Intercoſtaux, que la diſpoſition des rameaux de ces Nerfs étoit de la partie poſtérieure à la partie antérieure, en ſe joignant à la 5e & à la 6e paire, de la maniere dont il eſt repreſenté dans cette 3e figure.

Je

* *Theatr. Anatom. t. 2. p. 319 & 345.*
† *Adverſ. Anat. 6. p. 30.*

Je vais prendre aujourd'hui ces Nerfs à leur entrée dans le Crâne, & donner leur diſtribution dans cette partie.

Le Nerf Intercoſtal *AA* (*fig.* 3,) entre dans le Crâne avec l'artere Carotide *BB*, perce d'abord la capſule dont cette artere eſt enveloppée dans le conduit oſſeux & tortueux qu'elle parcourt; ce Nerf jette quantité de filets *iii* qui environnent l'artere, ſur laquelle ils ſe diviſent & ſe réuniſſent ſouvent les uns aux autres. Ils arrivent enſemble dans la foſſe ou receptacle de la Selle Sphenoïde; j'ai coupé l'artere Carotide en cet endroit, pour laiſſer voir le plexus *FF* que ce Nerf forme par ces diviſions & réunions dans ce receptacle: il conſerve pourtant preſque toûjours ſa branche principale. On trouve ſouvent dans ce plexus pluſieurs Ganglions très petits. Willis, & d'autres Anatomiſtes ont pris ce plexus pour un petit ret admirable. Il eſt très beau dans le Chien & dans le Loup. Il fournit des rameaux plus ou moins déliés à la dure-mere, à la glande pituitaire, à l'artere Carotide avec laquelle ces rameaux ſe diſtribuent: mais les plus conſidérables *EE* ſe joignent au cordon anterieur de la 5e paire *CK*. Ils ſont pour l'ordinaire deux, comme on le voit dans cette figure. Il y en a un troiſieme *D* qui ſe joint à la 6e paire *GH*; il s'en trouve quelquefois trois, & quelquefois on ne s'apperçoit point qu'il en aille à la 5e paire.

On doit obſerver ici deux choſes; la 1ere, c'eſt que ſi on examine bien l'Intercoſtal à ſon entrée dans le Crâne, on le trouve d'une cer-

certaine groſſeur qui eſt beaucoup diminuée lorſqu'il s'unit à la 5e & à la 6e paire: la 2e, c'eſt qu'il eſt aiſé de s'appercevoir dans l'Homme, & dans les Animaux à quatre pieds, que la 6e paire *G H* eſt plus menue à ſon origine *G*, & qu'elle eſt plus groſſe en *D H* du côté des Yeux après avoir reçû le rameau de l'Intercoſtal *D*, ce que l'on peut remarquer dans les planches de Willis & de Vieuſſens, quoiqu'un peu obſcurément. On ne peut faire cette obſervation ſur le Nerf de la 5e paire, à cauſe de ſa groſſeur conſidérable & de ſon adherence avec la dure-mere.

Il n'eſt pas poſſible de conduire l'Intercoſtal plus loin ſur l'Homme & les Animaux à quatre pieds, il ſe perd dans la 5e & la 6e paire: ainſi tout ce que je viens d'avancer peut tout au plus paſſer pour une ſimple probabilité: j'ai pourtant vû avec aſſés d'évidence dans un Loup, que les rameaux de l'Intercoſtal qui ſont fournis à la 5e paire, ſe partagent dans les trois rameaux de la branche ophthalmique: toutes ces choſes me perſuadoient aſſés que les Intercoſtaux ne prenoient point leur origine de la 5e & de la 6e paire, mais cela ne me paroiſſoit pas une ſuffiſante démonſtration pour les autres Anatomiſtes. Je m'imaginai que ſi je coupois l'Intercoſtal à un Chien vivant, il pourroit arriver quelque changement dans les Yeux, par lequel on pourroit reconnoître que ce Nerf leur fournit des eſprits animaux; je ne me ſuis point trompé dans ma conjecture, comme on va le voir par les experiences ſuivantes.

L'on ſait que dans les Chiens, & dans les autres Animaux à quatre pieds, le Nerf In-

tercoſtal eſt enfermé dans une même gaine avec la 8e paire de Nerfs, on ne peut couper l'un ſans l'autre ; * mais nous ſommes bien ſûrs que la 8e paire ne fournit aucune Nerf aux Yeux, cela ne peut produire aucune équivoque dans l'experience. On pourroit la faire ſur le Singe où l'Intercoſtal n'eſt point enfermé dans la même gaine avec la 8e paire, & quoi qu'ils ſoient joints l'un à l'autre, on peut les deſunir & les ſéparer très facilement, comme je l'ai obſervé dans deux Singes, ſur leſquels j'ai diſſequé ce Nerf.

Les experiences que je vais rapporter, ont été faites à Namur en 1712, & je les ai réiterées à Paris en 1725.

I. Exper. Le premier Fevrier 1712, j'ai coupé le Cordon de l'Intercoſtal & de la 8e paire des deux côtés à un Chien vivant, vis-à-vis la 3 ou 4e vertebre du Col, ce que j'ai obſervé dans toutes les experiences ſuivantes : il a d'abord perdu la voix, & une heure après on s'eſt apperçû que ſes yeux ſe ſont ternis. Il faiſoit de grandes inſpirations avec bruit & ſifflement, comme un aſthmatique : il eſt mort 7 heures après.

H. Exper. Le 12 Fevrier 1712, j'ai coupé les cordons de l'Intercoſtal & de la 8e paire des deux côtés à un chien vivant ; il a d'abord perdu la voix, ſes yeux ſe ſont ternis quelques heures après, il n'a pas eû de grandes difficultés de reſpirer : mais il étoit fort inquiet, le mouvement du cœur étoit tremblotant, il a toûjours vomi ce qu'il

* *Willis*, *t.* 2. *tab.* 10.

qu'il a bû & mangé, ſes yeux ſont devenus chaſſieux & plus petits qu'ils n'étoient, il eſt mort le 19 Fevrier.

L'on voit déja par ces deux experiences le changement qui eſt arrivé aux yeux; mais comme ce changement peut être équivoque par rapport à la douleur que ces Chiens ont ſouffert, je reſolus de faire l'experience d'un ſeul côté.

III. Exper. Le 23 Fevrier, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercoſtal & de la 8e paire du côté droit ſeulement: il a d'abord perdu la voix, demi-heure après j'ai remarqué que l'œil droit avoit perdu beaucoup de ſon brillant, il a eû les mêmes accidens rapportés dans la premiere experience, ce qui me fit croire qu'il mourroit de la même maniere; neanmoins dans la ſuite ces mêmes accidens ſont devenus moins violens, mais ils le reprenoient un peu fort lorſqu'il avoit bû & mangé, ou lorſqu'il ſe mettoit en colere contre quelque Chien qui entroit dans la cuiſine où il étoit: il avoit preſque toûjours des envies de vomir, vomiſſant même quelquefois ſes alimens avec de très grands efforts, puis il recommençoit à manger & ronger des os avec beaucoup d'avidité. Son œil droit a commencé à devenir chaſſieux, trois jours après l'operation il a jetté beaucoup de matiere, & eſt devenu très enfoncé & plus petit: ſa playe s'eſt trouvée guerie au commencement du mois de Mars; il eſt mort le 15 du même mois après avoir mangé extraordinairement. J'ai diſſequé les deux yeux de ce Chien, il y avoit un

un peu d'inflammation à l'œil droit, mais il n'y avoit rien autre chose, sinon que l'œil étoit plus petit, parce que les humeurs étoient en plus petites quantités.

IV. Exper. Le 20 de Mars 1712, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire du côté gauche : il n'a point perdu la voix, elle étoit seulement plus claire & plus foible, son œil gauche s'est trouvé moins vif, la membrane particuliere du grand coin de l'œil s'est avancée sur la cornée, il a larmoyé pendant quelque tems, il avoit des envies de vomir lorsqu'il avoit mangé, sa respiration étoit bonne. Il est enfin gueri, & s'est trouvé très gai, son œil gauche avoit repris tout son brillant à peu de chose près.

V. Exper. Le 9e d'Avril 1712, j'ai fait la même experience du même côté sur un autre Chien, & qui a réussi de la même maniere.

VI. Exper. Le 10 d'Avril, j'ai fait cette experience du côté droit à un autre Chien : il n'a point perdu la voix comme celui de la 3e experience, il n'a eû aucune envie de vomir ni difficulté de respirer, la membrane particuliere du grand coin de l'œil s'est avancée sur la cornée, l'œil paroissoit seulement un peu terne & larmoyant, & deux mois après il avoit repris petit à petit presque tout son brillant, il n'étoit pas tout à fait si vif que celui du côté gauche.

VII. Exper. Le 17 Avril 1712, j'ai coupé à un autre Chien le même cordon de l'Intercostal & de la 8e paire, premierement du côté droit : le Chien

a perdu la voix. Un quart d'heure après je l'ai coupé au côté gauche, il n'a voulu ni boire ni manger, il n'a point du tout vomi, ſes yeux ont perdu leur brillant, & ſont devenus ſi chaſſieux & ſi enfoncés, qu'il n'en voyoit preſque plus lorſqu'il eſt mort le 21 Avril.

Il n'y a point d'équivoque dans ces experiences, il n'y en a pas une où l'on ne voye les yeux mornes, abbattus, larmoyans, chaſſieux; la membrane particuliere s'avance ſur la Cornée, tout y marque l'abſence des eſprits animaux fournis par l'Intercoſtal.

Galien [a] qui a fait cette experience, a remarqué que l'animal perd la voix.

Willis [b] a fait la même remarque, en rapportant les accidens qui regardent le cœur & la reſpiration.

Lower [c] & Vieuſſens [d] qui ont fait la même experience, ne parlent point de la perte de la voix, quoi-qu'ils rapportent les autres accidens qui regardent le cœur & la reſpiration; mais ni les uns ni les autres n'ont pris garde aux yeux: leur penſée n'étoit pas tournée de ce côté-là, ils n'ont fait ces experiences que par rapport à la 8e paire, & je n'ai eû en vûe que l'Intercoſtal: j'ai neanmoins rapporté tous les accidens qui ſont arrivés dans ces experiences, parce que j'en parlerai dans un autre Memoire.

Quoi-que ces experiences paroiſſent ſuffire pour

a *De Anatom. adminiſtr. lib.* 8. *p.* 85. au revers.
b *Nervor. deſcript. cap.* 24, *p.* 86. *mihi.*
c *Tract. de corde, cap.* 2.
d *Neurolog. lib.* 3. *cap.* 4. *p.* 179.

pour prouver que l'Intercoſtal fournit des eſprits animaux aux yeux, je me propoſai en 1725 à Paris d'en faire encore quelquelques-unes où j'ai remarqué des accidens dans les Yeux, qui m'étoient échappés dans les experiences faites à Namur. Mrs. Winſlow, Senac & Hunaut, de cette Académie, ont été témoins de ces experiences.

I. Exper. Le 18 Septembre 1725, j'ai coupé le cordon de l'Intercoſtal & de la 8e paire à un Chien, du côté droit: il n'a point perdu la voix, il n'eſt d'abord arrivé aucun changement à l'œil droit, mais un quart d'heure après il a paru moins brillant que le gauche, la membrane cartilagineuſe du grand coin de l'œil s'eſt un peu avancée ſur la cornée.

Le 19 il n'avoit aucune envie de vomir, il n'avoit point de palpitation, mais il reſpiroit avec peine: j'ai remarqué 4 choſes à l'œil droit, que l'on ne voyoit point à l'œil gauche.

La 1ere, la membrane cartilagineuſe que ces animaux ont au grand coin de l'œil, comme je viens de le dire, s'avançoit ſur la Cornée, & couvroit environ le quart de ſon diſque.

La 2de, il y avoit de la chaſſie au grand coin de l'œil ſur cette membrane cartilagineuſe.

La 3me, la Cornée étoit moins convexe.

La 4me, la prunelle moins dilatée que celle de l'œil gauche. Tous ces accidens rendoient l'œil morne & abbattu.

Le 21 & le 22 il n'a point voulu manger.

Le 23 il a mangé: il étoit aſſés vif & ſans beaucoup de difficulté de reſpirer, mais dans l'œil

l'œil tout étoit dans le même état, hors qu'il n'avoit plus de chassie, ce qui est resté de même jusqu'au 30 que j'ai remarqué que la Cornée avoit repris sa convexité ; l'œil étoit brillant, mais la membrane cartilagineuse est restée sur la Cornée dans le même état où elle étoit ; la prunelle s'étoit élargie : le Chien étoit engraissé depuis cette operation, sa playe étoit presque guerie.

II. Expr. Le 5 Octobre voyant que la cicatrice étoit fermée à peu de chose près, je lui ai coupé du côté gauche le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire : un quart d'heure après la membrane cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée, il a vomi, il venoit de manger lorsqu'on lui a fait l'experience ; l'œil gauche s'est terni & est devenu chassieux, la Cornée s'est un peu applatie, & la prunelle s'est retrecie : le Chien n'a plus voulu manger depuis cette operation, il est mort le 8, c'est-à-dire, trois jours après l'operation.

J'ai dissequé les deux yeux : la membrane Cartilagineuse couvroit le diametre de la Cornée à l'œil gauche de la longueur d'une ligne trois quarts, mais à l'œil droit il y avoit seulement une ligne & demie.

Toute la conjonctive de l'œil gauche étoit enflammée, & il n'y avoit aucune inflammation à l'œil droit.

La prunelle de l'œil gauche avoit 2 lignes de diametre, & celle de l'œil droit avoit deux lignes & demie.

Il n'y avoit rien de particulier dans tout le reſte des yeux.

Le 18 Octobre j'ai fait trois experiences ſur trois Chiens.

III. IV. V. Exper. J'ai coupé au premier, l'Intercoſtal du côté droit.

J'ai coupé le gauche au ſecond, & je l'ai coupé des deux côtés au 3e ; trois ou 4 minutes après l'operation, la membrane Cartilagineuſe s'eſt avancée ſur la Cornée de l'œil droit au premier Chien, elle s'eſt avancée ſur le gauche au ſecond Chien, & ſur les deux au 3e Chien ; celle du côté droit étoit plus avancée que l'autre : la prunelle s'eſt trouvée une heure après plus petite aux deux premiers Chiens, aux yeux du même côté de l'operation ; mais ce qu'il y a de particulier, c'eſt que les deux prunelles étoient fort dilatées au 3e Chien, elle étoit plus dilatée à l'œil droit qu'à l'œil gauche. Ce Chien n'a vécu que 12 heures, avec de grandes difficultés de reſpirer, & des palpitations de cœur.

Les deux autres Chiens n'ont eu aucune difficulté de reſpirer, & n'ont point vomi.

La Cornée eſt devenue un peu moins convexe du côté de l'operation, leurs yeux avoient pourtant beaucoup de brillant, mais pas tout à fait tant que ceux du côté oppoſé ; celui auquel on avoit fait l'operation du côté droit avoit perdu la voix, l'autre Chien abboyoit bien.

Le 20, ces deux Chiens n'avoient pas la membrane ſi avancée ſur la Cornée, & la prunelle étoit plus petite du côté de l'operation ;

tion; il n'y avoit point de chaſſie; les couleurs de l'Iris étoient moins brillantes.

Ces deux Chiens ſont gueris: la prunelle s'eſt toûjours trouvée plus petite du côté de l'operation, au Chien auquel on avoit coupé l'Intercoſtal du côté droit: les yeux, qui avoient été un peu mornes, ont repris leur brillant: je me ſuis apperçû que la Cornée eſt devenue plus convexe petit à petit.

J'ai fait encore d'autres operations du côté droit & du côté gauche, qui m'ont donné les mêmes phénomenes, qui démontrent très évidemment que l'œil reçoit des eſprits par le Nerf Intercoſtal. Il n'y a point d'accidens plus conſtans que ceux qui ſont arrivés aux yeux, tous les autres ont varié; le vomiſſement & les envies de vomir n'ont pas paru ſi conſtamment dans toutes les experiences.

Il paroit donc par nos experiences, que l'Intercoſtal fournit des eſprits animaux aux fibres muſculeuſes qui ramenent & qui retiennent la membrane cartilagineuſe des animaux à 4 pieds, dans le grand coin de l'œil, lorſqu'elle eſt retirée par quelque cauſe.

Il en fournit à la conjonctive, aux glandes de l'œil, & aux fibres de l'Uvée qui dilatent la prunelle.

La branche ſuperieure du cordon ophthalmique de la cinquieme paire dans l'Homme, fournit un rameau qui traverſe le releveur de l'œil; il ſort un filet de nerf de ce rameau qui ſe joint à un rameau de la 3e paire de nerfs ou moteur des yeux, & forment enſemble dans l'Homme un petit ganglion d'où il part quantité de filets de nerfs qui s'attachent

au Nerf optique avec pluſieurs vaiſſeaux ſanguins, parmi leſquels il ſe mêle des fibres de nerfs de la 6e paire, & de tous ces nerfs & de ces vaiſſeaux il ſe forme des paquets ou cordons plus gros les uns que les autres, les plus gros n'ont pas plus d'un 6me de ligne de diametre. Les uns percent la Sclerotique à une ligne & demie du Nerf Optique, les autres à deux lignes & demie, les autres à 3 lignes: ils ne traverſent pas d'abord la Sclerotique entierement; mais après l'avoir un peu penetrée, ils rampent dans l'épaiſſeur de cette membrane de la longueur de 2 ou 3 lignes, après quoi ils achevent de la traverſer, & ſe coulent entre cette membrane & la Choroïde juſqu'à la Cornée.

La plûpart de ces cordons ne ſouffrent aucune diviſion qu'ils ne ſoient à une ligne ou une ligne & demie de l'Uvée, dans laquelle leurs rameaux vont ſe rendre & ſe diſtribuer.

On ne trouve quelquefois que trois de ces cordons, & quelquefois quatre, & pour-lors ils partagent la Choroïde en quatre parties à peu près égales, & ſe trouvent au-deſſous & vis-à-vis le milieu des muſcles droits: mais ils ſont ſouvent en plus grand nombre; j'en ai trouvé juſqu'à 9, & pour-lors il y en a non ſeulement ſous les muſcles, mais encore entre les eſpaces des muſcles. Ceux qui ſont ſitués deſſous & vis-à-vis les muſcles, ſont ordinairement plus gros que les autres. Le paquet qui eſt vis à-vis l'Indignateur eſt quelquefois le plus gros: on ne le trouve pas toujours dans la même ſituation, par rapport à ce muſcle: il eſt quelquefois vers le rebord ſu-

ſuperieur du muſcle, rarement vers le rebord inférieur, mais le plus ſouvent vis-à-vis le milieu du muſcle.

Ce qu'il y a de particulier, c'eſt qu'on ne s'apperçoit pas toujours que ces cordons ſoient plus gros lorſqu'ils ſont en petit nombre, que lorſqu'ils ſont en plus grand nombre; je les ai trouvés très petits dans certains ſujets, quoi-qu'il n'y en eût que quatre; je les ai trouvés fort gros dans d'autres, quoiqu'il y en eût 6, 7 ou 8. Voilà les nerfs ciliaires de Ruiſch *. J'ai été étonné de voir que cet habile Anatomiſte dit que ces nerfs n'ont pas été connus par les autres Anatomiſtes; ils ſont ſi bien décrits dans Willis † & dans Vieuſſens que l'on ne peut s'y méprendre.

Willis dit que le ſecond rameau ophthalmique de la 5e paire donne deux petites branches qui percent la Sclerotique, & ſe rendent dans l'Uvée; mais il ne dit point que ces branches forment le petit ganglion dont j'ai parlé, quoi-qu'il faſſe mention de ce ganglion en décrivant la 3e paire, où il dit ‡ qu'elle fournit quatre rameaux, & qu'elle forme un plexus petit & rond, dont il part des fibres de nerfs qui vont percer la Sclerotique pour ſe rendre à l'Uvée.

Vieuſſens dit que des rameaux de la 3e & de la 5e paire forment ce plexus, d'où il part pluſieurs fibres qui vont ſe diſtribuer au nerf optique & à la partie poſterieure de l'œil, dont

* *Theſaur. Anat. t. 2. p. 5.* † *Nervor. deſcript. c. 22.*
‡ Ibid.

dont quelques-uns percent la Sclerotique, & vont ſe rendre à l'Uvée.

* On voit par ce que je viens de dire, que les nerfs ciliaires de Ruiſch ont été décrits par Willis & par Vieuſſens : ils ont fait plus, car ils en ont déterminé les origines, ce que Ruiſch n'a pas fait : il eſt vrai qu'ils ne leur ont pas donné le nom de *Ciliaires*.

L'on auroit peut-être mieux fait de les appeller *Nerfs Pupillaires*.

Willis ni Vieuſſens n'ont pas pris garde qu'il y a des fibres de la 6e paire, qui vont ſe joindre aux fibres de nerfs qui ſortent du ganglion, & qui tous enſemble forment les nerfs ciliaires ; ainſi les nerfs ciliaires reçoivent les eſprits de la 3e, de la 5e, de la 6e & de l'Intercoſtal.

Dans les Animaux à 4 pieds le nerf de la 5e paire ne produit point de ganglion avec la 3e, il produit ſeulement un plexus d'où il ſort quantité de nerfs qui forment un très grand nombre de nerfs ciliaires, les uns plus gros que les autres, qui percent la Sclerotique de même que dans l'Homme, & font la même diſtribution dans l'Uvée.

On m'a objecté qu'il eſt douteux que les nerfs de la 5e & de la 6e fourniſſent des eſprits aux nerfs ciliaires, puiſqu'on peut ſoupçonner qu'il n'y a que les rameaux de l'Intercoſtal qui ſe ſéparent de la 5e & de la 6e pour fournir ces eſprits avec les rameaux de la

* Ils avoient été connus ſous le nom de fibres nerveuſes dès le commencement du XVII ſiecle. Voyez Morgagni, *Adverſ. 6. p.* 107.

la 3e paire; mais ſi l'on prend garde que les rameaux de l'Intercoſtal qui ſe joignent à la 5e & à la 6e ſont très fins, & qu'ils fourniſſent des eſprits à pluſieurs parties externes de l'œil, & peut-être au nés & au viſage, outre ceux qu'ils fourniſſent aux nerfs ciliaires qui ſont un aſſés gros volume, on ſera forcé de croire qu'il ſe joint neceſſairement des rameaux des nerfs de la 5e & de la 6e avec les rameaux de l'Intercoſtal, pour former les nerfs ciliaires.

Voilà l'Intercoſtal conduit juſque dans les yeux; il fournit, comme j'ai dit, des eſprits aux fibres charnues qui retirent la membrane particuliere & cartilagineuſe des Animaux à 4 pieds, & qui la retiennent dans le grand coin de l'œil. Si l'on examine cette membrane dans ces animaux vivans, on trouve que ſa partie externe & aiguiſée eſt ſur le bord interne de la Cornée; mais lorſque ces animaux ſont morts, on s'apperçoit que cette membrane s'eſt avancée ſur la Cornée plus ou moins dans les uns que dans les autres. J'ai trouvé des Chiens morts dans leſquels elle couvroit entierement la Cornée, mais pour l'ordinaire elle ſe trouve avancée ſur le diſque de la Cornée de la longueur d'une ligne & demie juſqu'à deux lignes; & c'eſt ce qui arrive aux Chiens vivans auxquels on a coupé l'Intercoſtal, comme je l'ai dit dans les experiences que j'ai rapportées.

Je l'ai trouvé de même avancée ſur la Cornée dans des Chats morts: j'ai été étonné de voir qu'elle ne l'étoit preſque pas dans la plupart des Moutons & dans les Bœufs tués aux Bou-

Boucheries : je l'ai pourtant trouvé quelquefois avancée de 5 quarts de lignes dans quelques Moutons, c'eſt peu en comparaiſon de la groſſeur de leurs yeux ; mais comme ces animaux meurent preſque tout d'un coup, parce qu'en les égorgeant le ſang ſe vuide d'abord, le mouvement & l'impulſion des eſprits animaux ceſſent également dans tous les nerfs : il n'y a donc pas plus de raiſon que les fibres charnues qui ſervent à avancer la membrane ſur la Cornée, ſoient dans une plus grande contraction, que celles qui ſervent à la retenir dans le coin de l'œil. Il faudra obſerver ſi cela ſe trouve de même dans ces animaux lorſqu'ils meurent de maladie.

L'Intercoſtal fournit des eſprits à la Conjonctive, aux Glandes & aux vaiſſeaux qui ſe trouvent dans ces parties ; c'eſt par cette raiſon que les yeux deviennent chaſſieux à ceux auxquels on a coupé ce nerf, parce que pour-lors on retranche les eſprits qui ſont fournis à la Conjonctive, aux Glandes & aux vaiſſeaux qui perdent leur reſſort ; le ſang n'y peut circuler avec autant de facilité, il fournit davantage de cette liqueur qui ſe répand ſur les yeux, & même plus viſqueuſe qui reſte au coin de l'œil & ſur le bord des paupieres, parce qu'elle ne peut paſſer par les points lacrymaux, qui de leur côté ſont relâchés ; cette liqueur s'épaiſſit par l'évaporation de ce qu'elle a de plus ſubtil ; & lorſqu'elle eſt moins viſqueuſe & plus delayée, elle produit ſeulement un larmoyement.

Le relâchement de ces parties eſt ſi évident, qu'il

qu'il arrive preſque toûjours une legere inflammation dans la Conjonctive, par le gonflement de ſes vaiſſeaux; mais pendant que ces vaiſſeaux ſe gonflent de ſang à l'exterieur de l'œil, & qu'ils fourniſſent une grande quantité de liqueur, l'épaiſſiſſement que ce même ſang acquiert dans ſes vaiſſeaux relâchés, & qui ont la liberté de ſe dilater, l'empêche de penetrer avec facilité dans l'interieur de l'œil où les vaiſſeaux ſont très preſſés & reſſerrés par la Sclerotique qui a un fort grand reſſort, & par les autres membranes de l'œil. Ce ſang y fournit moins d'humeur aqueuſe, ce qui produit l'affaiſſement de la Cornée & le moins de brillant que l'on remarque à l'œil. L'experience fait voir que ſi l'on ouvre la Cornée à un animal, & que l'on faſſe évacuer plus ou moins d'humeur aqueuſe, la Cornée ſe flétrit & s'affaiſſe à proportion de la quantité d'humeur aqueuſe qui eſt ſortie de l'œil.

Quelquefois l'humeur vitrée n'eſt pas remplacée & n'eſt pas fournie à proportion de ce qu'elle diminue, ce qui eſt prouvé par l'amaigriſſement de l'œil entier qui eſt devenu plus petit dans quelques-unes de nos experiences.

Cet accident peut dépendre d'une cauſe toute particuliere: pour la bien entendre, il faut d'abord prendre garde que la Sclerotique a un fort grand reſſort, qui tend toûjours à la reſſerrer; que les yeux ſont continuellement comprimés par les muſcles droits & obliques qui tendent toûjours à les reſſerrer, & qui diminueroient continuellement leur volu-

lume, s'il n'y avoit une force qui tend à les dilater, & qui faſſe équilibre avec celle qui les reſſerre; cette force n'eſt autre choſe que le Sang qui eſt pouſſé par le cœur dans les yeux. Le cœur doit avoir moins de force après qu'on a coupé le cordon de la 8e paire, parce que les eſprits qu'elle fourniſſoit au cœur ſont retranchés; ainſi l'impulſion du Sang n'ayant plus tant de force pour faire équilibre avec le reſſort de la Sclerotique & la contraction des muſcles des Yeux, cette derniere force doit l'emporter & reſſerrer les Yeux, & empêcher ainſi que les humeurs qui diminuent, ne puiſſent être reparées, ce qui rend les Yeux plus petits, comme on le voit dans la 2e & 3e experience faites à Namur. Cet accident auroit ſans doute paru à tous les Chiens auxquels on a coupé le cordon des deux côtés, s'ils euſſent vécu auſſi longtems que celui de la 2e experience faite à Namur.

La prunelle qui s'eſt trouvée moins dilatée, fait encore voir que l'Intercoſtal fournit des eſprits aux fibres de l'Uvée, qui doivent dilater la prunelle: je rapporte pourtant une experience qui ſemble prouver le contraire, puiſque les prunelles ſe ſont trouvées très dilatées dans les deux yeux d'un Chien auquel on a coupé l'Intercoſtal des deux côtés. Cette obſervation n'eſt point du tout contraire à ce que je viens de dire; elle démontre que l'Intercoſtal n'eſt pas le ſeul nerf qui fournit des eſprits à l'Uvée, qui en reçoit de la 3e, de la 5e & de la 6e paire; & comme ces eſprits peuvent être déterminés en plus grande quan-

quantité, de même que ceux qui ſervent aux mouvemens volontaires, ils peuvent ſeuls dilater la prunelle ſans le ſecours des eſprits de l'Intercoſtal: & voici comment cela ſe fait.

Nous venons de voir que la Cornée ſe trouve moins convexe, parce qu'il ſe filtre moins d'humeur aqueuſe, ce qui n'arrive pas ſans que l'étendue de la Cornée ne devienne plus petite; ainſi les fibres de la Cornée ſe froncent & deviennent crêpées: cela doit neceſſairement arrêter une partie des rayons de lumiere; & c'eſt le premier effet qu'il produit.

D'ailleurs ce froncement ne peut ſe faire, qu'il ne ſe forme ſur la ſuperficie de la Cornée des inégalités qui produiſent des élevations & des enfoncemens, qui, tout imperceptibles qu'ils ſont, ne laiſſent pas d'être réels; c'eſt ce qui rend la Cornée moins brillante. Pour peu que l'on connoiſſe l'effet des refractions, on concevra parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la viſion; car ſuivant que les rayons tomberont dans les enfoncemens & ſur les différens endroits de ces éminences, ils ſeront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté & les autres de l'autre, ils ſe confondront les uns avec les autres, & ne feront aucune perception, ou du moins fort imparfaite: en ce cas l'animal ne peut donc pas voir les objets comme il les voyoit avant d'avoir coupé l'Intercoſtal.

Lorſque l'experience ne ſe fait que d'un côté, il n'y a qu'un œil maleficié; l'animal ne s'apperçoit pas de cet accident, parce qu'il peut voir les objets avec l'autre œil, ainſi il

ne

ne détermine pas une plus grande quantité d'eſprits animaux dans l'Uvée: mais lorſque l'Intercoſtal eſt coupé des deux côtés, l'animal qui ne voit plus ſi bien les objets, fait ſes efforts pour les voir, & détermine une plus grande quantité d'eſprits animaux dans l'Uvée qui dilatent la prunelle.

Il pourra pourtant ſe faire que cela n'arrivera pas à tous les Chiens auxquels on fera la même experience, par rapport à la varieté qui ſe trouve dans la diſtribution des nerfs.

J'ai remarqué que lorſqu'une perſonne eſt attaquée d'une Cataracte ou d'une goutte Seraine d'un ſeul côté, & qu'elle voit bien de l'autre œil, la prunelle ne ſe trouve pas plus dilatée à l'œil cataracté qu'à l'autre, à moins qu'elle ne ſoit elle-même affectée, ce qui arrive lorſqu'il s'y joint des douleurs de tête; mais lorſque les deux Yeux ſont attaqués de Cataracte ou de goutte Seraine, il arrive ſouvent que les prunelles ſont très dilatées; je dis ſouvent, parce que cela n'arrive pas toûjours. Car ſi l'opacité ne ſe trouve que dans une petite étendue du Criſtallin, la prunelle ne ſe dilatera que juſqu'à cette étendue où elle recevra des rayons de lumiere. J'ai vû des gens âgés qui avoient les prunelles très dilatées, parce que l'opacité occupoit beaucoup d'eſpace dans le Criſtallin; j'en ai vû d'autres qui l'avoient très petite, & ſuivant leur âge, parce que cette opacité avoit peu d'étendue. Ou bien ſi avec la goutte Seraine l'Uvée eſt paralytique, il ne ſe fait aucune dilatation. Ces obſervations font voir que lorſqu'il n'y a qu'un des deux yeux où la vûe

vûe eſt leſée, il n'arrive aucun changement à la prunelle; & quoi-que l'Intercoſtal ſoit coupé des deux côtés dans la ſeconde de mes expériences faite à Paris, la prunelle a dû ſe retrecir dans l'œil gauche comme elle a fait, parce que le Chien étoit gueri de la premiere experience au côté droit, la Cornée avoit repris ſa convexité naturelle, la prunelle s'étoit élargie; ainſi tout étant rétabli dans l'œil, il étoit en état de voir les objets comme il les voyoit avant qu'on lui eût fait l'experience, à peu de choſe près, & de même qu'un autre Chien auquel on n'en auroit point fait.

Ce rétabliſſement de la Cornée & de l'Uvée dans leur état naturel, prouve évidemment qu'il leur eſt ſurvenu de nouveaux eſprits d'ailleurs que de l'Intercoſtal, qui ne peut plus leur en fournir.

Voici, je croi, comment cela peut ſe faire: j'ai dit que des rameaux de la 3e paire de nerfs, de la 5e & de l'Intercoſtal produiſent le ganglion ophthalmique dans l'Homme, & le plexus ophthalmique dans les Animaux à 4 pieds; il faut regarder ce plexus comme un endroit où les eſprits animaux qui viennent des nerfs qui les forment, ſe mêlent enſemble; ce que je prouverai en general de tous les plexus & les ganglions dans un autre Memoire.

Ainſi lorſque l'Intercoſtal eſt coupé, & qu'il ne fournit plus d'eſprits, les nerfs qui forment le plexus ſe trouvent moins remplis, auſſi-bien que les nerfs qui en partent pour ſe diſtribuer dans l'œil; les eſprits qui viennent

nent de la 3e & de la 5e qui vont se rendre dans ce plexus, doivent y couler mechaniquement en plus grande abondance, parce qu'ils trouvent moins de resistance à leur passage qu'ils n'en trouvoient auparavant: il semble que la membrane du grand coin de l'œil soit une preuve de ce que je viens de dire, elle ne se rétablit point dans le même état où elle étoit, quoi-qu'elle reçoive des nerfs de la 5e paire, ou du moins se rétablit très peu, comme il paroît par une seule de nos experiences, parce que les esprits qui vont à la membrane ne viennent point du plexus, & que les esprits qui coulent par les rameaux de la 5e paire qui vont à la membrane, ne peuvent avoir de communication ensemble que par les membranes nerveuses, & c'est apparemment par ces membranes nerveuses que le nerf de la 5e fournit un peu plus d'esprit lorsque la membrane cartilagineuse se retire un peu dans le coin; c'est aussi au moyen de ces membranes nerveuses que la Conjonctive reprend son ressort & que l'inflammation se passe. Quelqu'un dira que dans l'explication de ce phenomene je pourrois me servir de la détermination des esprits animaux, comme je m'en suis servi ci-dessus, p. 22, pour expliquer la dilatation des deux prunelles dans une de nos experiences: mais il faut prendre garde que ces animaux n'ont aucun sujet de déterminer les esprits en plus grande quantité dans le cas dont il s'agit, ils ne s'apperçoivent point du défaut de leur vûe dans un seul œil, & comment s'en appercevroient-ils, puisque les hommes ne s'en apperçoivent souvent

vent que par hazard? Entre les perſonnes qui ſont venues me conſulter pour des Cataractes ſurvenues à un ſeul de leurs yeux, quelques-uns m'ont aſſuré qu'ils ne s'étoient apperçûs que fortuitement du défaut de leur vûe dans cet œil cataracté, ils croyoient toujours voir des deux yeux; ce qui prouve qu'il n'y a aucun lieu à la détermination des eſprits: il faut donc que les eſprits animaux de la 5e paire remplacent peu à peu ceux de l'Intercoſtal dans le cas dont il s'agit; une marque de cela, c'eſt que les parties ſe rétabliſſent dans leur état naturel preſque inſenſiblement.

Il n'en eſt pas de même de la membrane du grand coin de l'œil qui ne ſe rétablit point, ou très peu, pour les raiſons que j'ai dites; mais il eſt bon de prendre garde que cet accident eſt ſi conſtant dans toutes nos experiences, qu'il ſert de preuve inconteſtable que la 5e paire reçoit toujours des rameaux de l'Intercoſtal dans les Chiens, & très probablement dans l'Homme; & ſi l'on ne trouve que rarement l'union de l'Intercoſtal avec la 5e, cela vient de ce qu'il ſe joint ſouvent au trone même de la 5e, où il eſt très difficile de le démêler à de la cauſe dure-mere qui s'y attache.

Il nous reſte à expliquer comment le vomiſſement arrive à un Chien après lui avoir coupé les Cordons de l'Intercoſtal, & pourquoi cet accident arrive à quelques perſonnes auxquelles on a fait l'operation de la Cataracte. L'explication de ces phénomenes dépend de la connoiſſance de l'origine de l'In-

tercoſtal, & de la maniere dont le mouvement des eſprits qui coulent de ce nerf, ſe communique d'une partie dans une autre: c'eſt ce que j'expliquerai dans un autre Mémoire. Il me ſuffit d'avoir démontré, comme j'ai fait dans celui-ci, que le nerf Intercoſtal fournit des eſprits dans l'œil.

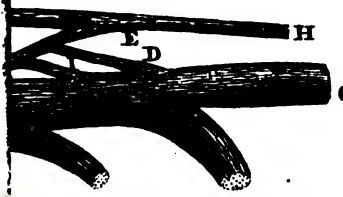
RECHERCHES DU MOUVEMENT PROPRE DES ETOILES FIXES PAR DES OBSERVATIONS D'ARCTURUS,

Faites par M. Picard, & comparées avec de pareilles Obſervations faites au Luxembourg.

Par M. DELISLE DE LA CROYERE.

DE'ſ le commencement de l'Académie, M. Picard, pour établir les poſitions des Etoiles fixes, s'eſt appliqué à obſerver leurs différences de paſſages entre elles & avec le Soleil, lorſqu'elles ſe ſont trouvées dans le même parallele que le Soleil. Comme il y a déja 55 ans que les plus anciennes de ces Obſervations ont été faites, j'ai crû qu'en les réiterant à preſent, on pourroit par leur com-

pa-



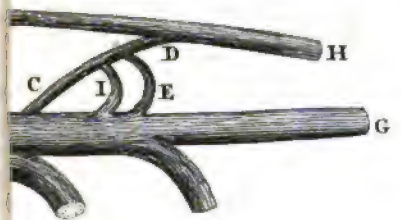
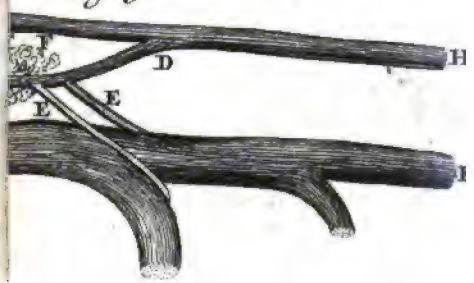


Fig. 3.



paraiſon avec celles de M. Picard, en déduire avec quelque ſorte de préciſion la viteſſe du mouvement propre des Etoiles Fixes, qu'il eſt extrêmement difficile de déterminer par la comparaiſon des obſervations anciennes avec les nôtres, à cauſe du peu de préciſion des plus anciennes Obſervations.

J'ai choiſi pour cette recherche l'Etoile d'Arcturus, qui ayant une grande déclinaiſon Septentrionale, a l'avantage de pouvoir être comparée pluſieurs jours de ſuite avec le Soleil, parce que le Soleil ne change pas fort promptement de déclinaiſon quand il eſt arrivé au parallele de cette Etoile. Pour faire mes Obſervations avec plus d'exactitude, j'ai ſcellé dans le Meridien une Lunette, au foyer de laquelle j'avois mis pluſieurs fils paralleles, afin de multiplier mes Obſervations. Voici les différences de paſſages que j'ai pû obſerver l'année 1724, entre le Soleil & Arcturus. Ces intervalles ſont reduits en tems vrai, pour en pouvoir conclure les différences d'aſcenſion droite entre Arcturus & le Soleil, par la Methode que donne M. de la Hire au precepte 18 de ſes Tables Aſtronomiques, page 94.

Différences de paſſages entre le Soleil & Arcturus, depuis Midi, au Luxembourg.

1724 Mai.	23	10h	0′	12″ 1/2	Tems vrais.
	25	9	52	9 1/4	
	26	9	48	6 1/2	
	27	9	44	2 1/4	

Longitudes vrayes & Aſcenſions droites du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midi.

Longitudes du Soleil.

1724 Mai.	22—1^{d} 26′ 7″		
	23—2 23 42		57 35
	24—3 21 17		57 35
	25—4 18 50	Différences.	57 33
	26—5 16 22		57 32
	27—6 13 53		57 31
	28—7 11 23		57 30

Aſcenſions droites du Soleil.

	22—59° 18′ 27″			
	23—60 18 42		60′ 15″	12″
	24—61 19 9		60 27	4
1724 Mai.	25—62 19 40	Différ.	60 31	8
	26—63 20 19		60 39	8
	27—64 21 6		60 47	8
	28—65 22 1		60 55	

Ayant converti en parties de l'Equateur les différences de paſſages rapportés ci-devant, & leur ayant ajoûté le mouvement du Soleil en Aſcenſion droite pendant ces mêmes intervalles de tems, j'ai eû en degrés, minutes & ſecondes, les différences d'Aſcenſion droite du Soleil & d'Arcturus, comme il ſuit pour Midi.

Dif-

Différences d'Aſcenſion droite entre le Soleil & Arcturus.

1724 Mai. { 23 — 150 28 17. / 25 — 148 27 14. / 26 — 147 26 26. / 27 — 146 25 17.

J'ai enſuite ajoûté ces différences d'Aſcenſion droite entre le Soleil & Arcturus à l'Aſcenſion droite du Soleil pour Midi des mêmes jours ; ce qui m'a donné l'Aſcenſion droite d'Arcturus, comme il ſuit.

Aſcenſions droites d'Arcturus.

1724 Mai. { 23 — 210 46 59. / 25 — 210 46 54. / 26 — 210 46 45. / 27 — 210 46 23.

Il ne devroit point y avoir de différence ſenſible dans cette Aſcenſion droite, calculée ainſi pour ces différens jours, puiſque le mouvement propre de cette Etoile en Aſcenſion droite, n'eſt que de $3'' \frac{1}{2}$ par mois. Les différences que l'on trouve ici, viennent principalement du défaut des obſervations dans leſquelles une Seconde d'erreur produit, comme l'on ſait, une erreur de $15''$ dans l'Aſcenſion droite ; & l'on ſait combien il eſt difficile de s'aſſûrer d'un intervalle de près de 10^h de durée ſans s'y tromper d'une ſeule Seconde. Il peut y avoir auſſi quelque

que erreur de la part des Tables, lorſqu'elles ne repreſentent pas le mouvement en Aſcenſion droite pendant pluſieurs jours de ſuite tel qu'il eſt effectivement; ce qui peut venir de ce que l'Equation du centre du Soleil ne ſeroit pas bien diſtribuée: car on conçoit bien qu'une erreur dans la diſtribution de l'Equation du Soleil en doit cauſer dans le mouvement diurne en longitude, & par conſéquent auſſi dans le mouvement en Aſcenſion droite. De mes quatre Obſervations, je rejette la derniere comme fautive, étant trop éloignée des autres. Suppoſant enſuite les Aſcenſions droites d'Arcturus comme je les viens de trouver dans les 3 autres Obſervations, & prenant la déclinaiſon de cette Etoile dans les Tables de M. de la Hire où l'ón la trouve de 20d 39′ 17″ pour ce même tems-ci, j'ai calculé ſuivant ces Aſcenſions droites & cette déclinaiſon, la longitude d'Arcturus, que j'ai trouvée telle.

Longitude d'Arcturus.

1724 Mai. $\begin{cases} 23 \simeq 20^d\ 22'\ 53''. \\ 25 — 20\ 22\ 48. \\ 26 — 20\ 22\ 40. \end{cases}$

Enfin prenant un milieu entre ces 3 différentes déterminations de la longitude d'Arcturus, elle ſe conclud de 20d 22′ 47″ ♎ pour le tems de mes Obſervations, & cela en employant, comme j'ai fait, le lieu du Soleil, tiré des Tables de M. de la Hire. Si je m'étois ſervi d'autres Tables du Soleil, j'aurois pu

pu trouver cette longitude différente : mais cette diverſité dans les Tables du Soleil ne m'empêchera pas de déduire de la comparaiſon de mes Obſervations, avec celles de M. Picard, le mouvement de cette Etoile en longitude auſſi exactement qu'il ſe pourra déduire des obſervations, ſans que l'erreur des Tables du Soleil y puiſſe nuire ſenſiblement ; parce que me ſervant des mêmes Tables dans tous mes calculs, l'erreur du calcul du Soleil ſe trouvera la même par-tout ; & par conſéquent les différences de longitude (qui eſt tout ce que je cherche) en reſulteront ſenſiblement les mêmes, que ſi je m'étois ſervi d'autres Tables du Soleil, & que je les euſſe employées de même dans tous mes calculs.

Les plus anciennes Obſervations de M. Picard que je puiſſe comparer avec les miennes, ſont de l'année 1669. M. Picard a reduit en tems moyen les différences de paſſages qu'il a obſervé entre Arcturus & le Soleil ; ce qui fait que pour en conclure les différences d'Aſcenſion droite qui leur repondent, il faut après les avoir converti en degré, y ajoûter le moyen mouvement du Soleil en longitude, pendant la durée de ces mêmes intervalles.

Voici ces intervalles qu'a obſervés M. Picard près de la porte de Montmartre, où ſe ſont faites les premieres Obſervations de l'Académie.

Différences de passages entre le Soleil & Arcturus, pour Midi.

1669 Mai.	21 — 10h 4′ 33″	
	22 — 10 0 35 ½	
	24 — 9 52 33	Tems moyens.
	26 — 9 44 26	
	27 — 9 40 28	
	28 — 9 36 25	

Longitudes vrayes du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midi.

1669 Mai.	21 ♊ 0d 45′ 42″	Différences.	57′ 35″
	22 — 1 43 17		57 34
	23 — 2 40 51		57 33
	24 — 3 38 24		57 32
	25 — 4 35 56		57 31
	26 — 5 33 27		57 30
	27 — 6 30 57		57 28
	28 — 7 28 25		

Ascensions droites du Soleil, tirées des mêmes Tables.

1669 Mai.	21 — 58° 36′ 14″	Différ.	60′ 10″	8″
	22 — 59 36 24		60 18	8
	23 — 60 36 42		60 26	7
	24 — 61 37 8		60 33	8
	25 — 62 37 41		60 41	6
	26 — 63 38 22		60 47	10
	27 — 64 39 9		60 57	
	28 — 65 40 3			

Ayant converti les différences de passages rapportés ci-dessus, en Degrés, Minutes & Se-

Secondes, & leur ayant ajoûté le mouvement moyen du Soleil en Longitude pendant ces mêmes intervalles de tems, j'ai eû les différences d'Aſcenſion droite entre le Soleil & Arcturus, comme il ſuit.

Différences d'Aſcenſion droite entre le Soleil & Arcturus, pour Midi.

1669 Mai.	21	151d	33′	4″
	22	150	33	32
	24	148	32	34
	26	146	30	29
	27	145	30	50
	28	144	29	55

J'ai enſuite ajoûté ces différences d'Aſcenſion droite, à l'Aſcenſion droite du Soleil, pour les mêmes tems, ce qui m'a donné l'Aſcenſion droite d'Arcturus, comme il ſuit.

Aſcenſion droite d'Arcturus.

1669 Mai.	21	210	9	18
	22	210	9	56
	24	210	9	42
	26	210	8	51
	27	210	9	59
	28	210	9	58

J'ai crû devoir rejetter de ces 6 Obſervations la 1ere & la 4me, comme trop éloignées des autres 4; j'ai pris enſuite dans les Tables de M. de la Hire la déclinaiſon d'Arcturus pour ce tems-là, que j'ai trouvé de 20d

55′ 33″ ; & avec cette déclinaiſon & les 4 différentes Aſcenſions droites que j'ai conſervées, j'ai calculé la Longitude d'Arcturus de cette maniere.

Longitude d'Arcturus.

1669 Mai. ♎ 22 — 19° 38′ 17″
24 — 19 38 3
27 — 19 38 20.
28 — 19. 38 20.

En prenant un milieu entre ces 4 déterminations, il vient 19ᵈ 38′ 15″ ♎ pour la Longitude d'Arcturus au tems des Obſervations de M. Picard ; & comme je l'avois conclue par mes Obſervations de 20ᵈ 22′ 47″ ♎, il ſuit que le mouvement de cette Etoile en Longitude a été de 44′ 32″ en 55. ans, c'eſt 48″ 35‴ par an.

Pour m'aſſûrer davantage de ce mouvement, j'ai comparé d'autres Obſervations de M. Picard avec les miennes ; en voici la Comparaiſon.

En 1675 & 1676 M. Picard étant à l'Obſervatoire Royal, y obſerva les différences de paſſages entre le Soleil & Arcturus par la lunette d'un quart de cercle de 3 pieds, qu'il laiſſoit immobile depuis que le Soleil y avoit paſſé ; voici les différences de paſſages que j'ai reduits en tems moyen : c'eſt toûjours pour midi.

Diffé-

Différences de passage entre le Soleil & Arcturus.

1675 Mai.	22	10h	2′	44″	1/4	Tems moyens.
	23	9	58	52	1/4	
	24	9	54	41	2/3	
1676 Mai.	21	10	3	45	1/4	
	22	9	59	43		

Longitudes vraies & Ascensions droites du Soleil, par les Tables de M. de la Hire.

B 6.

		Longitudes vraies.	Différ.	Ascens. dr.	Différences.	
1675 Mai.	22	♊ 1d 17′ 20″		59 9 16		
	23	2 14 54	57 34	60 9 30	60′ 14″	9″
	24	3 12 28	57 34	61 9 53	60 23	
1676 Mai.	21	1 3 24		58 54 42		
	22	2 0 59	57 35	59 54 55	60 13	

Diffé-

Différences d'Aſcenſion droite d'Arcturus & du Soleil, depuis Midi.

1675 Mai.	22	151	5	57
	23	150	7	39
	24	149	4	50
1676 Mai.	21	151	21	7
	22	150	20	21

Aſcenſions droites d'Arcturus.

1675 Mai.	22	210	15	13
	23	210	17	9
	24	210	14	43
1676 Mai.	21	210	15	49
	22	210	15	16

En rejettant l'obſervation du 23 Mai 1675 comme fautive, & ſuppoſant ſuivant les Tables de M. de la Hire la déclinaiſon d'Arcturus pour 1675 de 20d 53′ 40″ Septentrionale, & pour 1676 de 20d 53′ 23″; j'ai calculé les Longitudes de cette Etoile de cette maniere.

Longitude d'Arcturus.

1675 Mai.	22 ♎	19d	44′	26″
	24	19	43	56
1676 Mai.	21	19	45	11
	22	19	44	39

En prenant un milieu, la Longitude d'Arcturus pour 1675 eſt de 19° 44′ 11″ ♎ pour 1676.

1676 de 19° 44′ 55″ : ces Longitudes étant comparées avec celles que j'ai trouvées pour 1724 de 20d 22′ 47″, il en resultera le mouvement d'Arcturus en Longitude de 38′ 36″ en 49 ans, ou de 37′ 52″ en 48 ans, ce qui fait par an 47″ 16‴ ou 47′ 20‴.

Par le peu d'Observations que je viens de rapporter, il paroîtroit que le mouvement annuel des Etoiles fixes seroit un peu plus lent que la plupart des Astronomes ne le supposent. M. de la Hire le fait de 50″ $\frac{1}{4}$, & M. Halley dans les Transactions Philosophiques, dit l'avoir trouvé tant soit peu plus grand que de 50″ par la comparaison des plus anciennes Observations ; mais avec tant d'incertitude par le défaut des Observations anciennes, qu'il s'en est tenu au nombre rond de 50″. Par les Observations que je viens de rapporter, ce mouvement paroîtroit encore de 2 ou 3″ plus petit.

Je tâcherai de m'en assûrer dans la suite par de nouvelles Observations & Comparaisons avec celles de M. Picard, ou d'autres. Il est toûjours surprenant que l'on puisse à present par l'exactitude des Observations modernes, déterminer dans un intervalle de peu d'années un mouvement aussi lent que l'est celui des Etoiles fixes, & cela avec presqu'autant de précision qu'en employant les plus anciennes Observations que nous ayons, qui ont été faites il y a 2 mille ans. Je m'étois preparé à faire en 1725 les mêmes Observations que l'année précédente ; mais les mauvais tems qu'il a fait au mois de Mai, lorsque le Soleil étant dans les Signes Ascen-

dans, a passé par le parallele d'Arcturus; ces mauvais tems, dis-je, ont rendu mes preparatifs inutiles.

OBSERVATIONS ET EXPERIENCES SUR UNE DES ESPECES DE SALAMANDRE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

SANS entrer dans le détail de toutes les especes de Salamandres, ni de ce que plusieurs Auteurs en ont écrit, voici quelques Observations que j'ai faites sur une des especes de cet animal, celle que les Naturalistes appellent *Salamandre terrestre*.

C'est une espece de Lezard, long de 5 ou 6 pouces. Sa tête est large & platte comme celle du Crapaud; ses pattes aussi ressemblent plus à celles du Crapaud qu'à celles du Lezard dont elle a le corps & la queue, quoique l'un & l'autre plus gros. Sa queue cependant ne se termine point en pointe aiguë comme celle du Lezard, mais peut avoir une ligne de diametre à son extremité.

Le dessus de l'animal est noir, marqueté de jaune. Le ventre est brun, & quelquefois jaunâtre. Deux bandes jaunes partent des deux côtés de la tête au-dessus des yeux, & s'éten-

s'étendent parallelement juſqu'à l'origine de la queue. Ces bandes ſe terminent ordinairement vers le milieu du corps, puis reprennent : quelquefois, mais rarement, elles ſont ſans interruption. Tout le reſte de l'animal eſt bigarré de taches jaunes, qui n'affectent ni figures ni lieux particuliers. La peau eſt ſans écailles, aſſés liſſe, excepté aux côtés qu'elle paroît un peu chagrinée. L'on voit ſur le dos deux rangs paralleles de mammelons, qui accompagnent l'épine dans toute ſa longueur.

La Salamandre a quelquefois la peau ſeche comme un Lezard : le plus ſouvent elle eſt enduite d'une eſpece de roſée qui rend ſa peau comme vernie, ſur-tout lorſqu'on la touche ; & elle paſſe dans un moment de l'un à l'autre état.

Une proprieté encore plus ſinguliere, c'eſt de contenir ſous la peau une eſpece de lait qui j'aillit aſſés loin lorſqu'on preſſe l'animal.

Ce lait s'échappe par une infinité de trous, dont pluſieurs ſont très ſenſibles à la vûe ſans le ſecours de la Loupe, ſur-tout ceux qui répondent aux mammelons. Quoi-que la premiere liqueur qui ſert à enduire la peau de l'Animal, n'ait aucune couleur, & ne paroiſſe qu'un vernis tranſparent, elle pourroit bien être la même que le lait dont nous parlons, mais répandu en gouttes ſi fines & en ſi petite quantité, qu'il ne paroît point de ſa blancheur ordinaire.

Ce lait reſſemble aſſés au lait que quelques Plantes répandent quand on les coupe ; il

il eſt d'une âcreté & d'une ſtipticité inſupportable; & quoi-que mis ſur la langue il ne cauſe aucun mal durable, on croiroit trouver à l'endroit qu'il a touché une cicatrice ou du moins une pliſſure. Certains Poiſſons ont merité le nom d'Orties par la reſſemblance qu'ils ont avec cette plante lorſqu'on les touche; notre Salamandre pourroit être regardée comme le Tytimale des Animaux.

Lorſqu'on écraſe ou qu'on preſſe la Salamandre, elle répand une ſinguliere & mauvaiſe odeur.

Il s'en faut bien qu'elle ait l'agilité du Lezard: elle eſt pareſſeuſe & triſte: elle vit ſous terre dans les lieux frais & humides, ſurtout au pied des vieilles murailles, & ne ſort de ſon trou que dans les tems de pluyes, ou pour recevoir l'eau, ou crainte d'être noyée dans ſon trou, ou peut-être pour chercher les inſectes dont elle vit, qu'elle ne pourroit guere attraper qu'à demi noyés.

La Salamandre, outre la proprieté merveilleuſe de vivre dans les flammes, que les Anciens lui ont attribuée, eſt encore regardée, & par eux, & par la plupart des Naturaliſtes modernes, comme l'Animal le plus dangereux. Si nous en croyons Pline, elle fera perir toute une Contrée.

Les grandes pluyes du mois d'Octobre paſſé firent ſortir pluſieurs Salamandres, qu'on m'apporta avec toutes les précautions qu'on peut prendre contre l'animal le plus terrible.

La premiere experience que je fis, fut celle du prodige attribué à la Salamandre. Toute fabuleuſe que paroit l'hiſtoire de l'animal in-

incombuſtible, je voulus la verifier; & quelque honte qu'ait le Phyſicien en faiſant une experience ridicule, c'eſt à ce prix qu'il doit acheter le droit de détruire des opinions conſacrées par le rapport des Anciens.

Je jettai donc pluſieurs Salamandres au feu. La plupart y perirent ſur le champ: quelques-unes eurent la force d'en ſortir à demi brûlées, mais elles ne purent reſiſter à une ſeconde épreuve.

Cependant il arrive quelque choſe d'aſſés ſingulier lorſqu'on brûle la Salamandre. A peine eſt-elle ſur le feu, qu'elle paroit couverte de gouttes de ce lait dont nous avons parlé, qui ſe raréfiant à la chaleur, ne peut plus être contenu dans ſes petits reſervoirs; il s'échappe de tous côtés, mais en plus grande abondance ſur la tête & aux mammelons qu'ailleurs, & ſe durcit ſur le champ, quelquefois en forme de perles.

Il y a quelque apparence que cet écoulement ſingulier a donné lieu à la fable de la Salamandre; cependant il s'en faut beaucoup que le lait dont nous parlons, ſorte en aſſés grande quantité pour éteindre le moindre feu: mais il y a eû des tems où il n'en falloit guere davantage pour faire un animal incombuſtible. L'on pourra même encore, ſi l'on veut, croire que l'animal dont les Anciens ont parlé n'eſt point celui-ci; & là-deſſus je m'en rapporte à l'envie que chacun peut avoir de juſtifier l'Antiquité, ou de convenir qu'elle a quelquefois cru legerement.

Enfin, en attendant qu'on trouve la veritable Salamandre, ceci ſera une proprieté de l'Ani-

l'Animal qui porte ſon nom, qui merite d'être obſervée, & qui a même quelque rapport, quoiqu'éloigné, avec le prodige des Anciens.

Voici les experiences ſur le venin de la Salamandre.

Je me propoſai deux choſes, 1° de faire mordre quelque animal par la Salamandre, 2° de faire manger la Salamandre à quelque animal. Mais ces experiences avoient un genre de difficulté, que ceux qui redoutent tant la Salamandre ne ſoupçonneroient guere; il falloit trouver des animaux qui vouluſſent manger la Salamandre; ou des Salamandres qui vouluſſent mordre. J'eus beau les irriter de mille manieres, jamais aucune n'ouvrit la gueule. Il fallut donc la leur ouvrir; mais ayant vû leurs dents, quelle apparence qu'elles puſſent bleſſer l'animal; petites, ſerrées, & égales, elles couperoient plutôt que de percer ſi la Salamandre en avoit la force, mais elle ne l'a pas. Il fallut donc chercher quelque animal à peau aſſés fine pour ſe laiſſer entamer. J'ouvris la gueule d'une Salamandre & lui fis mordre un poulet déplumé, à l'endroit de la morſure: mais quoi-que je preſſaſſe les mâchoires de la Salamandre, & que cette morſure fût beaucoup plus forte que la Salamandre la plus vigoureuſe ne pourroit la faire, les dents ſe dérangerent plutôt que d'entamer le poulet; enfin je lui ôtai une partie de la peau de la cuiſſe, & y fis faire pluſieurs morſures.

Pour n'être plus obligé d'écorcher les animaux que je ferois mordre, je penſai à chercher

cher quelque partie assés délicate pour que les dents pussent penetrer.

Je fis faire plusieurs morsures à la langue & aux levres d'un Chien, & à la langue d'un Coq d'Inde, par des Salamandres nouvellement prises; aucun des animaux mordus n'eût le moindre accident.

Quoi-que je fûsse alors que les animaux dont la morsure est la plus venimeuse, ne sont point nuisibles étant avalés; je voyois que la morsure de la Salamandre n'étoit rien: une espece de déference pour la crainte qu'on a de cet animal, & le goût de la liqueur qu'il a sous la peau, me porterent à éprouver si, comme aliment, il seroit nuisible. La peine étoit d'en faire manger à quelques animaux; ils auroient plutôt souffert les plus longs jeûnes, que de goûter à l'animal preservé par le lait détestable, & la Salamandre n'est pas de grosseur à la pouvoir faire avaler par surprise.

Je fis ouvrir la gueule d'un Chien, & ayant coupé une Salamandre par morceaux, je les lui fis tous avaler, la plûpart vivans encore, & lui tins la gueule liée pendant une demi-heure.

Je fis en même tems avaler une petite Salamandre entiere à un jeune Coq d'Inde.

Ces deux animaux parurent toûjours aussi gais qu'à leur ordinaire. Une demi-heure après que j'eus delié la gueule du Chien, c'est-à-dire, une heure après qu'il eut avalé la Salamandre, il en revomit la queue & les pattes, les parties apparemment qu'il auroit eû le plus de peine à digerer. Pour le Coq d'In-

d'Inde, on ne revit rien de la Salamandre qu'il avoit avalée. L'un & l'autre but & mangea à ſon ordinaire, & ne donna pas le moindre ſigne de maladie.

Je voulus faire encore une experience.

Je trempai du pain dans le lait de la Salamandre, & en fis manger à un poulet ; je trempai dans le même lait de petits bâtons pointus, & les enfonçai dans des playes que j'avois faites à l'eſtomac & à la cuiſſe d'un autre poulet. Tout cela fut inutile, & la Salamandre me parut toujours auſſi peu dangereuſe.

Je n'ignore pas qu'il y a encore des reſſources pour ceux qui voudroient ſoûtenir que la Salamandre eſt nuiſible ; peut-être ne l'eſt-elle que dans certains tems & dans de certaines circonſtances ; peut-être ne l'eſt-elle que pour certains animaux, &c. Cependant il n'y a guere lieu de ſoupçonner tout cela, ni guere de moyens plus ſûrs ni plus pratiquables pour s'en éclaircir.

J'ajoûterai un fait qui me paroit digne de remarque. Ayant ouvert quelques Salamandres, je fus ſurpris de trouver dans la même tout à la fois, des œufs, & des petits auſſi parfaits que ceux des vivipares. Les œufs formoient deux grappes ſemblables aux ovaires des Oiſeaux, excepté que ces grappes étoient plus allongées ; & les petits étoient enfermés dans deux longs tuyaux, dont le tiſſu étoit ſi délié qu'on les voyoit très diſtinctement à travers. Je comptai dans une Salamandre 42 petits, & dans une autre 54, preſque tous vi-

vivans; auſſi bien formés, & plus agiles que les grandes Salamandres.

Ces animaux paroiſſent bien propres à éclaircir le myſtere de la generation; car quelque varieté qu'il y ait dans la nature, le fond des choſes s'y paſſe aſſés de la même maniere. L'on ſait aſſés quels avantages l'on retire de l'Anatomie comparée; la connoiſſance parfaite d'un ſeul corps ne ſeroit peut-être le prix, que de l'examen impoſſible de tous les corps de la nature.

EXPERIENCES SUR LA DISSOLUBILITÉ DE PLUSIEURS SORTES DE VERRES.

Par M. DU FAY.

M. Geoffroy donna en 1725 une analyſe très exacte d'un Verre qui ſe diſſolvoit dans la plûpart des liqueurs acides: les bouteilles qui en étoient faites gâtoient le Vin en très peu de tems, parce que la foible acidité du Vin ne laiſſoit pas d'agir ſur ce Verre, & le décompoſoit en quelque façon, au point que les parties qui s'en détachoient, ſe mêlant dans le Vin, le troubloient & le corrompoient très promptement.

ment. Tandis que M. Geoffroy travailloit à décompoſer ce Verre, ce qu'il a fait avec une exactitude infinie, je me ſuis appliqué à en compoſer un avec diverſes matieres & en différentes proportions. Je comptois bien faire de bon Verre en me ſervant des matieres connues & ordinaires; mais je ne m'attendois pas à en faire d'auſſi mauvais, & même de beaucoup plus mauvais & plus aiſé à diſſoudre que celui dont je viens de parler. Ce n'eſt pas d'aujourd'hui qu'on ſait qu'il y a ſouvent plus de fruit à recueillir des operations manquées, que de celles dont le ſuccès eſt tel qu'on ſe l'étoit promis. J'ai donc eſſayé en différentes proportions les cendres & le ſable qui avoient été envoyés de la Verrerie, où l'on faiſoit de ces mauvaiſes bouteilles, & enſuite pluſieurs autres ſortes de ſables & de cendres. Voici les experiences que j'ai faites, & les effets qui en ont reſulté.

J'ai pris 7 onces de cendres de leſſive ſéchées dans les arches du four de la Verrerie, une once de cendres du même four au défaut de cendres fortes ou non leſſivées, & 10 gros de ſable ſéché, ce qui étoit la proportion ordinaire des ouvriers de cette Verrerie; j'ai bien mêlé & tamiſé le tout, & l'ayant mis au feu de vitrification, j'ai eû un verre aſſés facile à fondre, opaque, noir; je l'ai verſé ſur le marbre, & j'ai mis des fragmens de la plaque qui s'y eſt formée avec des filets que j'avois détachés pendant la fuſion, dans de l'Eſprit de Nitre; il s'y eſt blanchi en une nuit ſur la ſurface, comme les verres rapportés dans le Memoire de M. Geoffroy, & même les filets un peu plus déliés que les autres étoient entierement diſſouts; en-

enfin il eſt devenu pareil à celui qui avoit été travaillé dans la Verrerie.

J'ai changé le ſable & la proportion de la cendre, & j'ai pris 5 onces de cendres de leſſive, une demi-once de cendres du four & autant de ſablon d'Eſtampes; le verre étoit noirâtre : il s'eſt fondu moins facilement que le premier, mais il s'eſt diſſout dans l'Eſprit de Nitre en auſſi peu de tems & à peu près de la même maniere.

J'ai pris ſept onces de cendres de branches ſéchées, une once de cendres du four de la Verrerie, & une once de ſable ſéché; ayant fondu ce mêlange j'ai eû un verre fort tranſparent, verdâtre, rempli de bulles d'air, & ſe mettant quoi-qu'avec aſſés de peine en fuſion bien claire; ce Verre s'eſt trouvé fort bon & ne s'eſt point diſſout dans l'eſprit de Nitre ni dans celui de ſel, quelque tems qu'il y ait demeuré.

Comme il entre dans cette compoſition une grande quantité de cendres de branches, j'en ai fait d'autre avec 4 onces de cendres de branches ſéchées, une once de cendres du four & une once de ſable; il s'eſt fondu plus difficilement que le précédent où il y avoit plus de cendres, & il s'eſt trouvé auſſi bon & auſſi indiſſoluble dans les acides.

Les cendres de leſſive m'ayant donné de mauvais verre, j'ai voulu voir ſi c'étoit celles de cette Verrerie ſeulement qui faiſoient cet effet, & pour cela j'ai pris 3 onces de cendres de mon feu que j'avois leſſivées & ſéchées, une demi-once de cendres neuves & autant de ſable ſéché : cette compoſition s'eſt miſe aſſés facile-

lement en fusion & a fait un verre brun ; mais ce qui m'a fort surpris, c'est qu'en une nuit il s'est dissout dans l'esprit de Nitre, beaucoup plus facilement qu'aucun des autres que j'ai essayé: il y a eû cependant quelque différence dans la matiere qui s'est formée, car j'ai trouvé une espece de mucilage bleuâtre à peu près semblable à celui que l'esprit de Vitriol avoit fait sur le Verre travaillé dans la Verrerie, qui entouroit & qui couvroit les fragmens qui avoient même changé de figure, & ne s'étoient point divisés en lames comme le Verre des bouteilles. Ayant détaché avec un petit bâton une partie de ce mucilage, il m'a paru que c'étoit une gelée assés solide, jaunâtre, transparente, & qui étant desséchée à l'air est devenue friable, mais se brisant en tout sens & n'ayant aucune disposition à se réduire en lames: mes cendres étoient de bois flotté, je les avois fait bouillir dans un chaudron de cuivre, & ayant versé l'eau plusieurs fois par inclination je les avois séchées dans un creuset à une chaleur mediocre: il m'a semblé depuis qu'elles n'avoient pas été suffisamment séchées, parce qu'elles étoient plus pesantes que celles qui l'avoient été dans les arches du four ; mais il n'est pas possible, comme on le verra par les operations suivantes, que ce soit ce défaut qui ait rendu le Verre dissoluble dans les acides.

Pour être assûré que des circonstances étrangeres, comme le degré de feu, le tems que les matieres demeuroient en fusion, les creusets, n'avoient point de part à ces accidens, j'ai recommencé la composition qui m'avoit donné de bon Verre, & dans les mêmes proportions ;

j'en

j'en ai eû de tout pareil & qui a été auſſi bon que le premier.

J'ai pris 3 onces de cendres de bois flotté de mon feu ſans être leſſivées, & une once du ſable de la Verrerie; j'ai eû un Verre très fuſible, beau, verdâtre & avec moins de bulles d'air qu'il n'y en avoit dans les autres; il a commencé à être attaqué ſenſiblement par l'eſprit de Nitre en moins de deux heures; au bout de 10, les fragmens ſans avoir ſenſiblement diminué de volume, étoient entourés & couverts de l'épaiſſeur d'un travers de doigt d'un mucilage, ou d'une gelée transparente & aſſés ſolide pour ne ſe point écouler lorſque j'inclinois le Verre; enfin au bout de deux jours toute la liqueur s'eſt trouvée transformée en cette eſpece de gelée. Ainſi tout le Verre que j'ai fait avec mes cendres de bois flotté leſſivées, ou non leſſivées, a été mauvais; avec cette différence cependant, que celles qui ont été leſſivées ſont encore plus mauvaiſes, & font le Verre beaucoup plus brun & d'une couleur aſſés déſagreable.

J'ai eſſayé les cendres de bois neuf; j'en ai pris quatre onces ſans être leſſivées, que j'ai mêlées avec une once de ſable ſéché: cette compoſition n'a jamais pû ſe mettre en fuſion bien claire, quelque chaleur que j'aye donnée, & même juſques à vitrifier preſque entierement le creuſet; je l'ai cependant coulé ſur le marbre, mais je n'ai eû qu'une maſſe brune, caſſante, poreuſe, paroiſſant ſeulement vitrifiée en quelques endroits; il s'y eſt trouvé quelques gouttes de Verre très noir; le tout avoit une odeur de Soufre, & en

quelques endroits on remarquoit un goût salin.

J'ai diminué la proportion du sable, & j'en ai mêlé une demi-once avec 3 onces & demie de cendres de bois neuf lessivées; ce mêlange a eû aussi beaucoup de peine à se fondre; j'en ai cependant eû quelques goutes qui ont coulé: elles sont d'un beau verre, transparent, verdâtre, & tout à fait semblable au meilleur verre dont on fait des bouteilles. Le reste de la matiere a été une masse vitrifiée en dessus, grise en dedans, poreuse & ressemblant assés à la pierre-ponce. L'un & l'autre de ces deux Verres, aussi-bien que la matiere poreuse, se sont dissouts dans l'esprit de Nitre, & se sont réduits en cette espece de gelée dont j'ai déja parlé: le Verre m'a paru se dissoudre encore plus facilement que la matiere poreuse, car au bout de huit jours étant entierement dissout & réduit en mucilage blanc, la matiere poreuse n'étoit encore qu'un peu blanchie vers la surface. Ainsi les cendres de bois neuf n'ont pas mieux réussi que celles de bois flotté.

J'ai pris cinq onces de cendres de branches, & une once de sable séché; j'avois déja employé un pareil mêlange, mais avec plus de cendres, & le Verre avoit été fort bon: celui-ci s'est mis en fusion bien claire; il étoit jaunâtre, transparent & de très bonne consistance; il ne s'est point dissout dans l'esprit de Nitre, quelque tems qu'il y ait demeuré; enfin on le pouvoit regarder comme un très bon verre & très propre à travailler. Il est à remarquer que je n'y ai point mis de cendres

dres du four, comme dans le premier mêlange, ce qui cependant n'a fait de changement que dans la couleur; car celui-ci tiroit sur le jaune, & le premier sur le verd.

Comme les cendres du four n'avoient fait aucun tort dans le Verre de la 3e & 4e experience, qui se sont trouvés tous deux fort bons, quoi-que dans l'une il y en eût un 8e & dans l'autre un 5e, j'ai essayé à faire du Verre avec 4 onces de ces cendres & une once de sable séché: il est devenu clair, fluide, transparent, tirant sur le jaune & fort semblable au précédent, si ce n'est qu'il étoit un peu plus foncé; mais il s'est dissout dans l'esprit de Nitre en très peu de tems.

J'ai fait un autre mêlange composé de 4 onces de cendres de lessive séchées au feu, de 6 gros de cendres du four, & d'une once de sable: cette matiere a fait un Verre très brun, mediocrement beau, qui a resisté à l'esprit de Nitre pendant 24 heures, mais qui à la fin est devenu comme les autres. C'est le meilleur que j'aye fait en employant les cendres de lessive, qui par toutes les experiences que je viens de rapporter me paroissent les plus mauvaises de toutes, & dont il est cependant difficile de se passer, par la difficulté d'en avoir des autres en assés grande quantité.

J'ai mêlé avec 4 onces de cendres de lessive séchées dans les arches, demi-once de cendres du four, six gros de sable séché, & une once de charbon pilé: ce mêlange n'a jamais pu se vitrifier à cause du charbon, & est resté en poudre telle que je l'avois mise.

Voyant que les cendres tant neuves que leſſivées faiſoient de mauvais Verre, j'ai beaucoup augmenté la proportion du ſable; j'en ai mis deux onces avec 4 onces de cendres de bois neuf, qui m'avoient été envoyées de la Verrerie; cela m'a donné un Verre très brun, aſſés vilain, qui a commencé à ſe diſſoudre en moins d'une demi-heure, & l'a été entierement en 24 heures.

Je ſuis revenu aux cendres de branches qui ſont les ſeules qui m'avoient fait de bon Verre, & j'en ai mêlé deux onces avec 4 onces de cendres de leſſive ſéchées, une once de cendres du four & une once de ſable; ce mêlange a donné un Verre extrêmement difficile à fondre, & qui même ne s'eſt jamais pu mettre en belle fuſion, mais a fait une matiere très brune, opaque, & n'ayant point, ou du moins que très peu de parties tranſparentes: cette matiere s'eſt diſſoute en très peu de tems dans l'eau forte.

J'ai augmenté la quantité de cendres de branches, j'en ai pris trois onces avec trois onces de cendres de leſſive ſéchées au feu, une once de cendres du four & une once de ſable; ce mêlange s'eſt fondu plus facilement que le precedent; il a fait un Verre noir tirant ſur le Caffé dans ſes parties tranſparentes, & de bonne conſiſtance, c'eſt-à-dire difficile à ſe caſſer, & ſe caſſant fort net: ce Verre a reſiſté plus longtems que les autres à l'action de l'eau forte, à cauſe de la plus grande quantité de cendres de branches qui y étoit entrée, mais il s'eſt diſſout à la fin, & on ne doit pas le regarder comme de bon verre.

On

On attribuoit d'abord la mauvaiſe qualité de ce Verre à la façon de le travailler, ou à la conſtruction du four, & pour s'en éclaircir on a tranſporté des matieres de cette Verrerie dans celle de Cormera, & on les y a travaillées; mais le Verre en a été auſſi mauvais que dans l'autre, il s'eſt diſſout dans l'eſprit de Nitre, & s'eſt ſéparé en feuilles à l'ordinaire.

Le Verre fait avec les matieres de la Verrerie de Cormera, a été fort bon, & ne s'eſt point diſſout dans les eaux fortes.

Il reſulte de toutes ces experiences, que les cendres des environs de cette Verrerie, tant celles qui ſont neuves que celles qui ont été leſſivées, ne ſont point propres à faire de bon Verre: ce défaut n'eſt pas même particulier à ces cendres, puiſqu'on vient de voir que j'en ai fait d'auſſi mauvais avec diverſes autres cendres; & il eſt peut-être plus ordinaire qu'on ne penſe, de trouver du Verre diſſoluble dans les acides: on ne s'aviſe pas ſouvent de mettre les bouteilles communes à cette épreuve, & ceux qui employent ordinairement des eſprits acides, ſavent qu'il arrive quelquefois que les bouteilles en ſont attaquées, & ſur-tout par l'eſprit de ſel qui les ronge ſouvent, au point qu'elles ſe ſéparent à l'endroit où étoit la ſurface de la liqueur lorſqu'on les ſouleve par le col: cela m'eſt arrivé deux fois, & je ne doute point que cela ne ſoit arrivé à pluſieurs autres. Il y a même apparence que M. Homberg a rencontré de pareil Verre lorſqu'il a fait une experience qui eſt rapportée dans l'Hiſtoire Latine

de M. Duhamel en 1694. Il dit que l'eau forte diſſout le Verre, ſi on le fait rougir au feu & qu'on le trempe enſuite dans du plomb fondu: j'ai fait pluſieurs fois cette experience ſur diverſes ſortes de Verres, & j'ai toûjours trouvé que celui qui étoit réellement bon ne ſe diſſolvoit point après cette préparation; ainſi il eſt vrai-ſemblable que celui ſur lequel M. Homberg a fait cette remarque, ſe ſeroit également diſſout dans l'eau forte avant de le plonger dans le plomb fondu.

Les cendres de branches ſont les ſeules dont le Verre ſe ſoit trouvé fort bon, quoi-qu'il y eût un 8e ou même un 5e de cendres du four; mais lorſque je les ai mêlées avec parties égales d'autres cendres, le Verre eſt devenu moins bon, & enfin a été très mauvais lorſque la quantité d'autres cendres a ſurpaſſé celle des cendres de branches. Il eſt certain que le ſable de cette Verrerie n'a aucune part à la mauvaiſe qualité du Verre, car j'ai fait de très bon Verre avec ce ſable, & de fort mauvais avec le ſablon ordinaire. C'eſt donc aux cendres ſeules qu'il ſe faut arrêter. J'avoue qu'il n'eſt pas aiſé d'expliquer un fait qui paroît auſſi ſingulier; on peut cependant remarquer que les cendres de leſſive & celles du four ſont la plûpart de bois mort, ou du moins très vieux, & qui peut avoir perdu la partie de ſes Sels, la plus propre à rendre le Verre d'une tiſſure plus forte, plus ſolide, & plus difficile à être penetrée par les acides de l'eau forte; peut-être ces ſels ſont-ils devenus plus alkalis qu'ils ne doivent être, & par-là ſont-ils trop aiſés à diſſoudre, au-lieu que les ſels des cendres de branches vertes ſont plus ap-

approchans de la nature du sel moyen, & par-là resistent à l'action des liqueurs acides. Quoi qu'il en soit, on ne peut donner ces raisons que comme des conjectures, & il faut attendre qu'une plus longue experience nous ait fait trouver d'autres Verres qui ayent le même défaut: on pourra peut-être alors, par l'examen des matieres qui les composent, connoître la veritable cause d'un effet jusques à present inconnu ou negligé par ceux qui l'ont remarqué; & il y a apparence que si l'on parvient à en découvrir exactement la cause, on pourra en même tems y trouver le remede.

SECOND MEMOIRE,

OU

REFLEXIONS NOUVELLES

SUR

UNE PRECIPITATION SINGULIERE

DE

PLUSIEURS SELS PAR UN AUTRE SEL,

Déja rapportée en 1724, *& imprimée dans le Tome de la même année, sous le Titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE, *sur la dissolution successive de différens Sels dans l'eau commune.*

Par M. LEMERY.

IL s'agissoit dans ce Memoire, dont celui-ci est la suite ou le supplément, d'une proprieté singuliere du Sel de Tartre, & jusque-là inconnue.

On sait que le Sel de Tartre mêlé dans l'eau avec un Sel salé concret propre à fermenter avec lui, enleve à ce Sel son acide; devient par-là lui-même de Sel alkali, Sel salé, & par conséquent très différent de ce qu'il étoit auparavant; qu'enfin il opere la précipitation de

de la matrice terreuſe ou métallique du Sel dont il a operé la décompoſition ; & que cette matrice précipitée & privée de l'acide qui la rendoit diſſoluble, ne l'eſt plus en cet état, du moins comme elle l'étoit auparavant, à moins qu'on ne lui rende ce qu'on lui a ôté ; car ſans cela, elle ne ſe diſſoudra dans l'eau que comme le font ordinairement les autres matieres terreuſes ou métalliques, c'eſt-à dire à force de trituration, de tems & de peine, & encore en petite quantité.

Mais on ne ſavoit point que le Sel de Tartre preſenté à différentes ſortes de Sels fondus dans l'eau, avec leſquels il ne fermente point, qu'il n'altere point, & ſur leſquels il n'agit point auſſi, mais ſur les parties d'eau qui les tiennent en diſſolution, excite néanmoins la précipitation de ces Sels, qui tout précipités qu'ils ſont, & toûjours tels qu'ils étoient auparavant, ſont également diſſolubles, & ſe redilſoudroient en effet dans la même liqueur, ſi le Sel de Tartre au travers duquel cette même liqueur s'eſt filtrée, & à l'embouchure des pores duquel elle a laiſſé le Sel qu'elle tenoit diſſout, dont les petites parties diviſées s'y ramaſſant, ſe précipitent à l'inſtant, comme il a été expliqué plus en détail dans le Memoire donné en 1724 ; ſi le Sel de Tartre, dis-je, ne ſe diſſolvoit pas dans la même quantité de liqueur, & y occupant la place du Sel précipité, ne l'empêchoit pas par-là d'y rentrer dans la ſuite.

Nous avons auſſi rapporté pour preuve, que ni le Sel précipité, ni le Sel de Tartre ne s'alteroient mutuellement par leur mêlange dans la même liqueur ; que chacun de ces ſels après

la précipitation de l'un excitée par l'autre, pouvoit toujours reſervir à refaire la même experience ; c'eſt-à-dire qu'en rediſſolvant dans de nouvelle eau le Sel précipité, & lui repreſentant enſuite le même Sel de Tartre degagé des parties aqueuſes qui le tenoient diſſout, & qu'il avoit enlevées dans la premiere experience au Sel précipité, il le précipite encore une ſeconde fois & pluſieurs autres de même.

Enfin nous avons remarqué que ce n'eſt pas parce que le Sel de Tartre ſe diſſout dans les mêmes parties d'eau qui appartenoient à l'autre Sel, que cet autre Sel ſe précipite, mais que c'eſt pour cela que cet autre Sel ne rentre point dans la liqueur; & en effet, la précipitation de cet autre Sel precede d'un inſtant la diſſolution du Sel de Tartre: les petites portions d'eau chargées de l'autre Sel ne peuvent diſſoudre le Sel de Tartre qu'après s'être dépouillées à l'entrée de ſes pores, de celui qu'elles contenoient; d'ailleurs cette précipitation n'exige point par elle-même la diſſolution du Sel de Tartre; il ſuffit pour cette précipitation, que l'eau en ſe filtrant dans les pores du Sel de Tartre, abandonne à elles-mêmes les parties du Sel de Tartre qu'elle tenoit diſſoutes: il eſt vrai que ſi en cette occaſion le filtre ne ſe diſſolvoit pas immédiatement après, & qu'il n'occupât pas alors entierement les parties d'eau, elles ne manqueroient pas en rencontrant de nouveau le Sel précipité, de le rediſſoudre ; & c'eſt pour cela que la diſſolution du Sel de Tartre, inutile à la précipitation de l'autre Sel,

Sel, eſt abſolument neceſſaire pour l'empêcher de rentrer dans la liqueur.

Nous avons auſſi rapporté à cette occaſion, un fait; c'eſt que quand au lieu de Sel de Tartre non diſſous, on ſe ſert de Sel de Tartre fondu dans une quantité d'eau ſuffiſante avant que de le verſer ſur la diſſolution du Sel qu'on veut précipiter, il ſe précipite de même & à l'inſtant une quantité de ce Sel proportionnée à la quantité du Sel de Tartre fondu qui a été employé: or on ne peut point dire que cette précipitation fût l'effet immediat de la diſſolution du Sel de Tartre dans la même portion d'eau du Sel précipité, puiſque cette diſſolution étoit déja toute faite dans une autre portion d'eau, & bien avant le mêlange des deux Sels dans le même liquide.

Cette précipitation excitée, non par le Sel de Tartre, ſous une forme ſeche, & tel que nous l'avons employé pour la même experience rapportée il y a environ trois ans; mais par le Sel de Tartre fondu auparavant dans ce qu'il lui faut d'eau, pour former ce qu'on appelle communément l'Huile de Tartre par défaillance; cette précipitation, dis-je, donne lieu à quelques remarques & réflexions phyſiques aſſés curieuſes, déja annoncées dans le Memoire de 1724, & qui feront le ſujet & la matiere d'un ſecond & d'un troiſieme Memoire. Ces remarques & ces réflexions s'y trouveront compriſes dans les objections ſuivantes que nous nous ferons, & dans les reponſes que nous tâcherons d'apporter aux difficultés propoſées.

La premiere de ces objections, c'eſt que ſi

le Sel de Tartre, quoi-que tout diſſous, peut toujours par la ſeule rencontre de ſes parties & de celles du liquide qui tenoit un Sel moyen en diſſolution, cauſer la précipitation de ce Sel moyen; quand après avoir diſſout deux gros de Nitre, par exemple, dans une once d'eau, on en a fait précipiter enſuite une certaine quantité par le moyen d'une demi-once de Sel de Tartre qui s'y eſt fondue, & qui y a pris la place du Nitre précipité; comme la même liqueur contient alors & à la fois une demi-once de Sel de Tartre & un gros de Nitre, qui occupent chacun une partie de la liqueur, il ſeroit inutile de preſenter alors à ce liquide une nouvelle quantité de Sel de Tartre, pour en faire précipiter le Nitre qui y eſt encore, la demi-once de Sel de Tartre qui y a d'abord été fondue, & qui habite avec le Nitre, devroit ſuffire pour le précipiter en peu de tems & juſqu'à la fin; de même qu'une demi-once de Sel de Tartre fondu dans une demi-once d'eau, & verſé en cet état ſur un gros de Nitre fondu dans une autre demi-once d'eau, précipite à l'inſtant ce gros, ou une partie de ce gros de Nitre.

Je reponds, qu'à ne conſidérer ces deux experiences que d'un certain côté; je veux dire, par la doſe du Sel de Tartre & du Salpêtre mêlés enſemble, avec ce qu'il leur faut à chacun de parties aqueuſes, tout paroît ſi ſemblable de part & d'autre, qu'il ſembleroit que l'effet devroit auſſi être le même dans l'une & dans l'autre experience, & ne différer tout au plus que par la promptitude de la pré-

précipitation. Mais comme ſa différence va bien au-delà, & que la précipitation qui dans l'une des deux experiences ſe fait à l'inſtant & en aſſés grande quantité, manque tout à fait dans l'autre, ou ſi on y en apperçoit quelqu'une, elle eſt infiniment petite, & n'arrive ſenſiblement qu'après beaucoup de tems, & ſeulement encore dans la ſolution de quelques Sels, tel que le Salpêtre: voyons ſi nous ne trouverons point la cauſe de cette différence dans ce que chacune de ces experiences ont de particulier.

La premiere & la ſeule différence eſſentielle qui s'offre à notre examen, c'eſt que dans l'une de ces experiences la portion d'eau qui tient le Sel de Tartre en diſſolution eſt déja toute mêlée avec l'autre portion d'eau appartenante au Salpêtre; que ces deux Sels ſont partie du même liquide; que leurs parties y nagent les unes avec les autres; & que celles du Sel de Tartre ne peuvent agir ſur la portion aqueuſe de l'autre Sel, l'abſorber & cauſer la précipitation de cet autre Sel, qu'en vertu des mouvemens qui ſe paſſent dans l'interieur de ce liquide, & dont elles reçoivent leur contingent ſuivant la diſtribution qui s'y en fait à chacune des parties qui le compoſent.

Dans l'autre experience au contraire, la portion d'eau appartenante au Sel de Tartre, n'eſt point mêlée avec celle du Salpêtre, elle ne s'y mêle qu'après y avoir été verſée; & ce mouvement particulier par lequel l'Huile de Tartre tombe ſur la ſolution du Nitre, & qui eſt tout à fait different de celui qui agite les

parties du liquide & qui en excite la fluidité, peut d'autant mieux être reputé la cauſe de la précipitation du Salpêtre, que cette précipitation ſuit immédiatement ce mouvement; qu'elle continue tant que l'effet de ce mouvement, c'eſt-à-dire, le trouble, la confuſion, le deſordre, regnent dans la liqueur; & que dès que le calme & l'ordre s'en ſont une fois emparés, & que toutes les parties du liquide ne ſont plus agitées que par la cauſe interne de leur fluidité, on ne voit plus rien alors ſe précipiter de nouveau, quand même la liqueur contiendroit encore beaucoup plus de Salpêtre qu'il n'en a été précipité: ce qu'il eſt aiſé de ſavoir au juſte.

Pour concevoir d'où peut provenir cette différence, il eſt à propos de faire attention que quoi-que les différentes parties de l'eau ſe meuvent, les unes en un ſens, les autres en un autre, on auroit tort d'en induire que tout eſt en confuſion dans le ſein de ce liquine: la regularité des différens phénomenes qu'on apperçoit dans la diſſolution des Sels, ſuppoſe un ordre & un arrangement particulier dans les mouvemens différens du liquide qui les ſoûtient; & il ſeroit aiſé de prouver, & par la raiſon qui vient d'être alleguée, & qu'il s'agiroit d'examiner plus en détail, & par l'action de la cauſe à laquelle l'eau eſt redevable de ſa fluidité, que les mouvemens qui ſe paſſent dans l'interieur de ce liquide, ſont très reguliers, &, ce qui paroîtra peut-être un paradoxe, qu'ils ſont tous auſſi bien règlés que ceux de la meilleure pendule. En attendant cet examen, pour entendre ce que nous

nous avons à faire voir dans la ſuite, conſiderons d'abord que l'eau ne ſe donne point à elle-même la fluidité qu'elle a, & que le principe de cette fluidité n'eſt autre, comme je l'ai ſuffiſamment prouvé dans un Memoire imprimé dans le Tome de l'année 1709, que la matiere même du feu ou du Soleil, qui produit & entretient dans les parties de l'eau une vraye fuſion, parfaitement comparable à celle des métaux par le feu ordinaire.

Or comme un nombre infini de petites portions de cette matiere de feu, ou de ce fluide qui frappent de tous côtés, & penetrent en tout ſens le liquide, pouſſent de tous les points de ce liquide, ſelon des directions particulieres & différentes, une infinité de petites maſſes d'eau, d'un volume proportionné à celui des portions du fluide qui les agite, & les fait marcher les unes à droite, les autres à gauche, & ainſi du reſte; ce qui produit le mouvement en tout ſens qu'on apperçoit ſenſiblement dans l'eau en y faiſant fondre un morceau de quelque Sel, & conſidérant comme il y eſt à la fois attaqué de toutes parts par les parties du liquide: nous pouvons ſuppoſer avec un fondement legitime, & conclure hardiment de ce qui vient d'être remarqué, que tout liquide ſe partage naturellement en différentes petites portions, diſtinctes & ſeparées les unes des autres, & que nous regardons en quelque ſorte comme ſes parties organiques; que dans celui qui a diſſout & qui contient à la fois du Sel de Tartre & du Salpêtre, certaines portions ſont chargées de Sel de Tartre, d'autres le ſont de

de Salpêtre; & que les unes & les autres, contraintes par la cauſe de leur mouvement à ſuivre des routes différentes, forment dans le liquide autant de petits courans particuliers chargés de Sels différens.

Cela étant, on conçoit aiſément, 1°. que les courans de ce liquide qui marchent à côté les uns des autres, pourront y ſubſiſter ſans ſe confondre, & par conſéquent ſans exciter de précipitation; comme nous voyons deux Rivieres qui en ſe joignant dans le même lit, marchent long-tems à côté l'une de l'autre ſans mêler leurs eaux.

2°. Que pour les courans qui marchent les uns contre les autres, comme ils ont tous à peu près le même degré de mouvement, & qu'ils ne ſont pas plus en état l'un que l'autre de s'enfoncer & de percer dans l'interieur l'un de l'autre, tout ce qu'ils pourront faire, ſera de rejaillir en quelque ſorte, & de former des eſpeces de petits tourbillons, ſans que ce rejailliſſement donne lieu à aucune précipitation, parce que les particules d'eau qui enveloppent & charrient le Nitre, ne rencontreront pas toûjours les parties du Sel de Tartre du courant oppoſé, ce qui ſeroit une premiere condition neceſſaire pour la précipitation; mais elles rencontreront les parties d'eau qui enveloppoient le Sel de Tartre, ce qui ne produira qu'un conflict entre les particules d'eau d'un courant & celles du courant oppoſé. Et lorſque des particules d'eau appartenantes au Nitre, rencontreront veritablement des parties de Sel de Tartre d'un autre courant, comme les pores de ce

Sel

Sel y ſont toûjours remplis des particules d'eau du même courant, ou de la même petite maſſe ou portion du liquide, & que, comme il a déja été remarqué, tous les différens courans de ce liquide ont à peu près la même force; on ne voit pas comment les particules d'eau d'un courant viendroient à bout de repouſſer & de chaſſer hors des pores du Sel de Tartre de l'autre courant, les particules d'eau qui y ſont déja, pour ſe loger en leur place, & ſe dépouiller du Nitre qu'elles contiennent en ſe filtrant au travers de ces pores, dans leſquels s'ils ne parviennent point à penetrer, il ne ſe fera jamais qu'un contact exterieur des particules d'eau d'un courant avec les particules de Sel de Tartre de l'autre courant; & ce contact, qui n'ira pas plus loin, n'operera jamais de précipitation.

3°. Que ſuppoſé que deux courans vinſſent à ſe confondre, il ne ſe feroit point encore de précipitation, à moins que l'un des deux courans ne contînt du Salpêtre & l'autre du Sel de Tartre; ce qui ſe prouve évidemment, parce que quand on jette ſur une ſolution de Nitre une ſolution du même Sel, il ne ſe fait point de précipitation; au lieu qu'il s'en fait une très prompte & très abondante quand on y verſe une ſuffiſante quantité d'Huile de Tartre.

4°. Quand deux portions d'eau, dont l'une ſeroit chargée de Nitre & l'autre de Sel de Tartre, viendroient à ſe confondre, & feroient l'une par rapport à l'autre, tout ce qui ſeroit neceſſaire pour exciter la précipitation

tion du Nitre contenu dans la petite portion de la ſolution nitreuſe, on verra par la ſuite qu'il ne ſe feroit point encore alors de précipitation complette, à moins qu'on n'empêchât en même tems les parties d'eau qui viennent d'abandonner & de perdre le Nitre qu'elles contenoient, de le recueillir preſqu'auſſi-tôt qu'il commence à ſe précipiter, & de le faire diſparoître en l'obligeant à rentrer dans la liqueur dont il ſe ſéparoit.

Enfin, ſuppoſé que toutes les circonſtances requiſes concourent à exciter une précipitation dans la liqueur chargée de Nitre & de Sel de Tartre, il eſt aiſé de juger par tout ce qui a été dit, que la précipitation du Nitre ne ſe fera toûjours que dans quelques endroits de cette liqueur, & que la quantité en ſera fort petite; c'eſt auſſi ce que j'ai déja rapporté, que l'experience m'avoit fait reconnoitre.

J'ai même obſervé que quand l'un des deux Sels que contenoit la liqueur, étoit du Salpêtre, on pouvoit appercevoir quelquefois le premier aſſemblage des parties de ce Sel, d'où naiſſoient inſenſiblement & après un long tems des aiguilles très fines à la verité, mais très ſenſibles par leur longueur, & qui après avoir été ſuſpendues quelque tems dans la liqueur, formoient au fond du vaiſſeau une très petite doſe de précipité. Nous allons rapporter une autre experience, où la formation & l'aſſemblage de ces aiguilles arrivent en bien moins de tems & en plus grande quantité, & peuvent être plus aiſément apperçûes.

Il ſuit de tout ce qui a été dit, que quand une

une certaine doſe de Sel de Tartre a pris en quelque ſorte ſon rang & ſa place dans un liquide, avec une autre doſe de Sel moyen, & que les deux Sels contenus chacun dans leurs courans particuliers obéiſſent aux mêmes mouvemens de ce liquide; comme en vertu de ces mouvens reglés, uniformes, & diſtribués également à toutes les petites maſſes d'eau, il regne dans toutes ces petites maſſes une eſpece d'équilibre de force, moyennant lequel elles ont bien aſſés de mouvement pour ſuivre leur route, & pour reſiſter à l'impulſion des autres maſſes au milieu deſquelles elles ſe ſoûtiennent avec vigueur contre leur effort, ſans ſe laiſſer entamer, mais elles n'en ont pas aſſés pour faire ſur les autres maſſes une impreſſion différente de celle qu'elles en reçoivent ; le Sel de Tartre par toutes ces raiſons, trouve alors bien moins d'occaſions, toutes choſes d'ailleurs étant égales, de précipiter le Nitre contenu dans les autres maſſes du liquide avec leſquelles il y nage, que quand après avoir diſſout ſéparément ces deux Sels dans une quantité d'eau, & l'en avoir parfaitement ſoulée, on verſe la liqueur de Sel de Tartre ſur l'autre ſolution.

Car la liqueur qui tombe à plomb ſur l'autre, a en cette occaſion un mouvement que n'a point l'autre liqueur, & avec lequel non ſeulement elle s'y fait jour & détruit l'ordre & l'arrangement de ſes courans, mais encore chaque petite portion de l'Huile de Tartre qui perce dans une portion de la ſolution nitreuſe avec laquelle elle ſe mêle & ſe

ſe confond, force & détermine par ſa chûte même les parties aqueuſes qui contenoient le Nitre, d'enfiler les pores du Sel de Tartre; à peu près, de même qu'un morceau de métal garni de trous, au travers duquel un liquide paſſeroit librement, & qu'on jetteroit dans un vaiſſeau rempli d'eau, obligeroit l'eau qu'il preſſeroit en tombant, de paſſer au travers de ces pores. Et ce qui aſſûre encore d'autant plus dans l'experience dont il s'agit, l'effet de la précipitation, c'eſt que chaque petite portion d'Huile de Tartre, tombant toûjours ſur autant de petites portions de la ſolution nitreuſe, elles ne portent jamais à faux, comme dans le cas precedent, où deux courans chargés des mêmes Sels pourroient ſe rencontrer & ſe confondre, ſans qu'il en reſultât pour cela aucune précipitation.

REGLES
OU
LOIX GENERALES
DES
IMPULSIONS OBLIQUES DES FLUIDES,
CONTRE
UNE SURFACE PLANE.

Par M. PITOT.

LEs avantages qu'on peut tirer de la Théorie des impluſions obliques des fluides, m'ont excité à la reduire à des regles generales ; & j'ai vû naître avec plaiſir de celles que j'ai trouvées, la ſolution de pluſieurs belles & importantes queſtions, reſolues, à la verité, par pluſieurs grands Géometres, mais par des voyes très différentes & plus compliquées. Je m'étois engagé de travailler ſur cette matiere dans le Memoire que je donnai l'année derniere, ſur ma méthode de déterminer le plus grand effet poſſible de toutes les machines mûes par des fluides : je conſiderai dans ce Memoire, que toutes les ſurfaces choquées par un fluide, étoient oppoſées directement ou perpendiculairement à ſa di-

direction, n'ayant égard qu'aux chocs directs, & me reservant de traiter des chocs ou impulsions obliques. Les regles auxquelles je suis parvenu, & qui feront la matiere de ce Memoire, me paroissent les plus simples & les plus commodes qu'on puisse desirer; puisque d'une seule Equation du second degré on peut deduire la situation la plus avantageuse des ailes des Moulins à vent; l'angle que doit faire le gouvernail d'un Navire, pour virer le plus promptement qu'il est possible; la situation la plus avantageuse de la Quille d'un Vaisseau, par rapport au vent; celle de la Voile par rapport à celle de la Quille ou de la route donnée; & enfin les deux situations, tant de la Quille que de la Voile, pour gagner le plus au vent.

I. Je suppose pour trois principes connus, que si une surface plane reçoit obliquement l'impulsion d'un fluide, 1°. que les forces relatives des impulsions sont entr'elles comme les quarrés des sinus des angles d'incidence, 2°. que la direction selon laquelle cette surface est poussée par le fluide, est toûjours suivant une ligne qui lui est perpendiculaire, appellée par cette raison, *ligne de la force mouvante*, 3°. & qu'on peut décomposer cette force totale de l'impulsion du fluide en forces laterales paralleles, & perpendiculaires, à telle direction qu'on voudra.

* II. Si AB ou Ab est la surface choquée par l'impulsion d'un fluide suivant la direction RAT ou RPB, on voit, après avoir dé-

* Fig. 1.

décrit le demi cercle TSO, que AP eſt le ſinus de l'angle d'incidence; BG perpendiculaire à la ſurface AB ſera la ligne de la force mouvante: que ſi la direction donnée eſt toûjours parallele à une ligne droite donnée EAC, on lui menera par les points B & b les paralleles BQF & bqf. Maintenant ſi BG exprime la force totale de l'impulſion, ayant mené GK perpendiculaire à BQF, BK ſera la force laterale avec laquelle la ſurface eſt pouſſée ſuivant la direction BQF parallele à CAE, & KG la force laterale perpendiculaire à la même direction. Soit encore mené du point C la perpendiculaire CD au rayon AS, & des points A & B les perpendiculaires AQ & BV, à la direction donnée.

III. Avant que de paſſer au Calcul de ces forces laterales, il eſt à propos de faire les obſervations ſuivantes.

1°. Que la ſurface AB peut avoir deux poſitions différentes ſous un même angle d'incidence AP; ce qui fait deux cas principaux, le premier lorſque l'angle TAB eſt aigu, & le ſecond lorſqu'il eſt obtus: or il eſt viſible que ces deux angles ſont toûjours le complément l'un de l'autre.

2°. Que lorſque l'angle d'incidence ABP ou TAB eſt moindre que l'angle TAC ou DCA fait par la direction donnée & par celle du fluide, la perpendiculaire GK tombera à la droite du point B ou du côté du point F, dans ce cas la ſurface ſera pouſſée lateralement de B en K en avançant contre la direction du fluide; & c'eſt en ce ſens que nous prendrons les valeurs poſitives de cette force. Mais lorſque ce même angle ABP ſera plus grand que l'angle ACD,

ACD, le point K tombera à gauche du point B, & la ſurface ſera pouſſée lateralement de B en K, en fuyant pour ainſi dire le fluide: ainſi c'eſt en ce ſens que nous devons prendre les laterales paralleles négatives.

Pour ce qui eſt des laterales perpendiculaires, nous prendrons les poſitives à droite de la direction donnée, & les négatives à gauche.

Il eſt à propos d'obſerver encore, que pour éviter les repetitions, nous avons marqué dans nos figures toutes les lignes du premier cas, par des grandes lettres; & toutes celles du ſecond par des petites, pour appliquer le même raiſonnement au calcul de l'un & de l'autre Cas.

IV. Ayant nommé les données AS ou AB, a; AD, b; DC, c; le ſinus de l'angle AP, x; la laterale parallele BK, z; & la laterale perpendiculaire KG, y; Par l'Art. I. l'impulſion perpendiculaire eſt à l'impulſion oblique, comme $\overline{AS}^2$ eſt à $\overline{AP}^2 :: aa. xx. :: a. \frac{xx}{a}$. Ainſi exprimant par a, la force totale de l'impulſion perpendiculaire à la ſurface, $\frac{xx}{a}$ ſera celle de l'impulſion oblique, ou la valeur de BG. Or les triangles ſemblables CDA, BPF & bPf donnent CD, c; DA, b; $:: BP$, $\sqrt{aa-xx}$; PF, $\frac{b}{c}\sqrt{aa-xx}$. D'où l'on tire dans le premier Cas $AF = \frac{b}{c}\sqrt{aa-xx}-x$, & dans le

le second $Af = \frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} + x$. Mais AC, a; CD, :: $AF\ \frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} \pm x$ de l'un & l'autre Cas, sera à AQ ou Aq, $\frac{b}{a}\sqrt{aa - xx} \pm \frac{cx}{a}$, & de plus les angles BGK, BAV, ou ABQ sont égaux, faisant chacun un angle droit avec l'angle KBG, ainsi les triangles rectangles ABV ou ABQ & BKG sont semblables. D'où l'on tire AB, a; AQ ou BV $\frac{b}{a}\sqrt{aa - xx} \pm \frac{cx}{a}$ :: BG, $\frac{xx}{a}$. BK $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} \pm cx^3}{a^3} = z$, valeur de la force laterale parallele à la direction donnée pour l'un & l'autre Cas, savoir $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3}{a^3} = z$ pour le premier, & $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} - cx^3}{a^3} = z$ pour le second.

Pour avoir maintenant l'expression de la force laterale perpendiculaire KG, y, les mêmes triangles semblables que ci-dessus, donnent CD, c. CA, a:: BP, $\sqrt{aa - xx}$. BF $\frac{a}{c}\sqrt{aa - xx}$. & AC, a. AD, b:: AF, $\frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} + x$ FQ $\frac{bb}{ac}\sqrt{aa - xx} + \frac{bx}{a}$, & enfin AB, a. BQ ou $BF - FQ = \frac{a}{c}$

$\sqrt{aa-xx} - \frac{bb}{ac}\sqrt{aa-xx} + \frac{bx}{a} :: BG,$

$\frac{xx}{a}.KG, y = \frac{aaxx\sqrt{aa-xx} - bbxx\sqrt{aa-xx}}{a^3c} + bcx^3,$

valeur de la laterale perpendiculaire de l'un & l'autre Cas; que je reduis à $cxx\sqrt{aa-xx} \pm bx^3 = a^3y$, en ſubſtituant cc pour $aa-bb$, nous avons donc les 4 égalités ſuivantes.

1. $bxx\sqrt{aa-xx} - cx^3 = a^3z.$
2. $bxx\sqrt{aa-xx} + cx^3 = a^3z.$
3. $cxx\sqrt{aa-xx} + bx^3 = a^3y.$
4. $cxx\sqrt{aa-xx} - bx^3 = a^3y.$

La 1ère pour les laterales paralleles du premier Cas, la 2me pour celles du ſecond, la 3me pour les laterales perpendiculaires du premier Cas, & la 4me pour celles du ſecond.

* V. Pour conſtruire les lieux des Egalités ci-deſſus, ou, ce qui eſt le même, pour trouver les valeurs des forces laterales correſpondantes à tous les angles d'incidence, on menera du point P la perpendiculaire PI à la ſurface AB; & du point I la perpendiculaire IL à la ligne de direction donnée: je dis que IL eſt l'expreſſion de la laterale parallele du premier Cas, iL celle du ſecond; AL la laterale perpendiculaire du 1er Cas, & AL

* Fig. 2.

AL celle du second : ainsi si l'on fait sur le point P les ordonnées $PM=IL$, $Pm=iL$, $PN=AL$, & $Pn=Ai$, on aura les 4 points M, m, N & n ; dont le 1er M sera à la Courbe ou au lieu AME des laterales paralleles du premier Cas, le 2me m, sera à la Courbe ou au lieu AmE des laterales paralleles du second Cas, le 3me N à la Courbe ANH des laterales perpendiculaires du premier Cas, & enfin le 4me n, sera un point de la Courbe AnH des laterales perpendiculaires du second Cas.

Si l'on fait la même operation pour tous les points P, ou tous les sinus des angles d'incidence AP, on formera les 4 rameaux AME, AmE, ANH & AnH, ou les deux folium $AMEmA$ & $ANHnA$, dont le 1er est le lieu de toutes les laterales paralleles, & le 2me celui des laterales perpendiculaires.

DEMONSTRATION.

* Les triangles semblables ABP, API donnent AB, a, AP, x :: AP, x. AI, $\frac{xx}{a}$, valeur de la force totale BG ; mais le triangle AIL est semblable au triangle ABV ou BAQ, & par conséquent au triangle KBG. Or les deux triangles rectangles semblables AIL, KBG ayant leurs hypothenuses AI & BG égales, sont entierement égaux, ainsi $PM=BK$ & $PN=KG$.

VI. Si dans l'Equation des forces laterales paral-

* Fig. 1. & 11.

paralleles $bx\sqrt{aa-xx} \mp cx^3 = a^3z$ on ſuppoſe $x=b$, on aura $b^3c \mp b^3c = a^3z$. D'où il ſuit qu'au point où $x=b$, la force laterale parallele eſt dans le premier Cas égale zero, & dans le ſecond égale à $\frac{2b^3c}{a^3}$, ainſi le premier rameau AME coupe l'axe AS au point D.

Si l'on fait $x=a$, on trouvera dans la même Egalité $z=-c$ dans le premier Cas, & $z=+c$ dans le ſecond; ce qui montre que $SE=DC$, & que les deux rameaux ſe rencontrent au point E de la droite HSE perpendiculairement à l'axe AS; que ſi l'on fait $x=b$ dans l'Equation des laterales perpendiculaires, on aura dans le premier Cas $y=\frac{bb}{a}$, & dans le ſecond $y=\frac{bbcc-b^4}{a^3}$; & lorſque $x=a$, on a dans les deux Cas $y=b$ ou $SH=AD$.

VII. Chaque rameau a ſon *Maximum*, c'eſt-à-dire, qu'il y a dans chaque Cas une poſition la plus avantageuſe de la ſurface AB pour les plus grandes forces laterales paralleles & perpendiculaires. Or pour trouver le *Maximum* du 1er rameau $AMDE$, ou la plus grande force laterale parallele du 1er Cas, on prendra ſuivant la méthode la différence de $bxx\sqrt{aa-xx} - cx^3 = a^3z$, qui eſt $\frac{2baaxdx-3bx^3dx}{\sqrt{aa-xx}} - 3cx^2dx = a^3dz$, & qu'il faut

ſup-

ſuppoſer égale à zero pour avoir cette égalité $2aab-3bxx-3cx\sqrt{aa-xx}=0$, de laquelle ayant ôté l'incommenſurable, ſubſtitué aa au lieu de $bb+cc$, & diviſé tout par aa, on tirera l'Equation ſuivante,

$$x^4-aaxx=-\tfrac{4}{3}aabb$$
$$-\tfrac{1}{3}bbxx,$$

dont les racines ſont

$$xx=\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{6}bb+\tfrac{1}{2}\sqrt{a^4-\tfrac{10}{9}aabb+\tfrac{1}{9}b^4}.$$

Que ſi l'on veut avoir le *Maximum* du rameau AmE, ou la plus grande force laterale parallele du ſecond Cas, on fera comme ci-deſſus la différence de

$bxx\sqrt{aa-xx}+cx^3=a^3z$ égale à zero pour avoir l'égalité $2aab-3bxx+cx\sqrt{aa-xx}=0$, ſur laquelle ayant fait les mêmes operations que ci-deſſus, on aura préciſément la même Equation que nous venons de trouver.

$$x^4-aaxx=-\tfrac{4}{3}aabb$$
$$-\tfrac{1}{3}bbxx.$$

Cette Equation renferme donc les *Maximum* des deux Cas, ou des deux rameaux AME & AmE; & en effet ces deux racines ſont réelles & poſitives, & il eſt viſible que la plus petite $x=+\sqrt{\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{6}bb-\tfrac{1}{2}\sqrt{a^4}}$, &c. donne le ſinus d'incidence pour le *Maximum* du premier Cas; & la plus grande

$x=+\sqrt{\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{6}bb+\tfrac{1}{2}\sqrt{a^4-\tfrac{10}{9}aabb+\tfrac{1}{9}b^4}}$ donne celui du ſecond Cas.

VIII. On trouvera de la même maniere la plus grande force laterale perpendiculaire du 1er Cas, ou le *Maximum* du rameau *ANH* en prenant la différence de

$cxx\sqrt{aa-xx}+bx^3=a^3y$ qu'on ſuppoſera égale à zero pour en tirer l'égalité

$2caa-3cxx+3bx\sqrt{aa-xx}=0$, & qu'on reduira à cette Equation,

$$x^4-aaxx=-\tfrac{1}{3}aacc$$
$$-\tfrac{1}{3}ccxx$$

toute ſemblable à celle de l'Article precedent, excepté que c ſe trouve au lieu de b.

C'eſt encore ici la même choſe que dans l'Article precedent, c'eſt-à-dire que les deux racines

$$xx=\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{6}cc\pm\tfrac{1}{2}\sqrt{a^4-\tfrac{10}{9}aacc+\tfrac{1}{9}c^4},$$

donnent les *Maximum* des deux rameaux des laterales perpendiculaires, avec cette ſeule différence, que la plus grande racine donne le *Maximum* du premier Cas, & la petite celui du ſecond.

IX. Si l'on veut avoir les ſinus d'incidence où les forces laterales paralleles & perpendiculaires ſont égales, ou le point d'interception des rameaux *AME* & *ANH* dans le premier Cas, & des rameaux *AmE*, *AnH* dans le ſecond, on fera ſimplement $b\sqrt{aa-xx}-cx=c\sqrt{aa-xx}+bx$ dans le premier Cas, & $b\sqrt{aa-xx}+cx=c\sqrt{aa-xx}-bx$ dans le ſecond. D'où l'on tirera pour l'un & l'autre Cas $x=\sqrt{\tfrac{1}{2}aa-bc}$. Mais pour avoir

avoir le point d'interception z, on voit qu'il faut faire $b\sqrt{aa-xx}-cx=c\sqrt{aa-xx}-bx$.

D'où l'on tirera $x=\sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4+aabc}{aa-2bc}}=\sqrt{\frac{1}{2}aa}$.

X. L'Angle d'incidence ou son sinus s étant donné pour trouver la force laterale parallele, on substituera la valeur donnée de x, que je nomme p, dans l'Equation $bxx\sqrt{aa-xx}+cx^3=a^3z$ pour avoir $z=\frac{bpp\sqrt{aa-pp}+cp^3}{a^3}$. On fera la même chose pour les laterales perpendiculaires.

XI. Que si la force laterale parallele est donnée, & qu'on se propose de trouver l'angle d'incidence, on substituera cette force donnée que je nomme f, dans l'Equation des deux Cas $bxx\sqrt{aa-xx}+cx^3=a^3z$ pour avoir $bxx\sqrt{aa-xx}=a^3f+cx^3$; de laquelle ayant ôté l'incommensurable & divisé par aa, on aura dans le premier Cas $x^6-bbx^4+2acfx^3+a^4ff=0$, & dans le second $x^6-bbx^4-2acfx^3+a^4ff=0$, dont l'une des racines donnera la valeur de x, sinus de l'angle d'incidence.

On fera précisément de même pour les laterales perpendiculaires.

* XII. Considerant maintenant que la direction donnée CAF soit perpendiculaire à cel-

* Fig. 3.

celle du fluide RAT ou RPB, il eſt viſible que dans cette ſuppoſition, les points D & C ſe confondront avec le point S, le point V avec le point P, & la ligne BQF ſera parallele à la ligne SA; ainſi DC, c, devient égal à zero, & AD, $b = a$ effacent donc les termes où c ſe trouve dans nos Egalités, (*Art. IV*,) & ſubſtituant a au lieu de b, on aura $xx\sqrt{aa-xx} = aaz$ pour les laterales paralleles des deux Cas, & $x^3 = aay$ pour les laterales perpendiculaires. D'où il ſuit que les deux rameaux des laterales paralleles deviennent entierement ſemblables, auſſi-bien que ceux des laterales perpendiculaires.

XIII. Lorſque $x = a$, la 1ere Egalité $xx\sqrt{aa-xx} = aaz$, donne $z = o$, & la ſeconde $x^3 = aay$, donne $y = a$; d'où l'on voit que l'angle d'incidence étant droit, la force laterale parallele à la direction SA, ou perpendiculaire à celle du fluide, eſt nulle, & que celle de la laterale perpendiculaire à la même direction, ou parallele à celle du fluide, eſt égale à la force totale de l'impulſion.

XIV. Pour avoir les *Maximums* des rameaux AMS, AmS ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction du fluide, on fera ſimplement, (*par les Art. VII. & XII*,) $b = a$ dans

$$xx = \tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}$$

pour avoir $xx = \frac{2}{3}aa \pm \sqrt{o}$ ou $x = \pm\sqrt{\frac{1}{3}aa}$. Or ces 2 valeurs de x étant ici égales, prouvent l'évidence de nos Calculs; car on voit viſi-

visiblement d'ailleurs, que dans ce Cas particulier les deux rameaux sont entierement semblables.

XV. Que si l'on veut avoir dans ce même Cas le *Maximum* des rameaux ANH, Anb, ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction SAF parallele à celle du fluide, on fera (*par les Art. VIII & XII,*) $c=0$ dans $xx=\frac{1}{2}aa+\frac{1}{6}cc+\frac{1}{2}\sqrt{a^4-\frac{10}{9}aacc+\frac{1}{3}c^4}$; & on trouvera $x=\pm a$ & $x=0$. D'où l'on voit que les rameaux ou la Courbe des laterales paralleles à la direction du fluide, n'a point de *Maximum*; en effet cette Courbe devient ici la 1ere parabole cubique, & fait voir évidemment que dans ce Cas les laterales perpendiculaires à la direction SAF vont toûjours en augmentant, & deviennent enfin égales à la force totale de l'impulsion lorsque la surface AB est en AS.

XVI. On aura le point d'interception des rameaux AMS, ANH, en faisant $c=0$ dans $x=\sqrt{\frac{1}{2}aa-bc}$ que nous avons trouvé, (*Art. IX.*) pour avoir $x=\sqrt{\frac{1}{2}aa}$. D'où l'on voit que dans ce Cas les forces laterales sont égales lorsque l'angle d'incidence est de 45 degrés.

XVII. Nous n'entrerons pas dans un plus long détail de ce Cas particulier; on pourra y appliquer facilement les Calculs des Art. X & XI. Mais nous ajoûterons encore ici en forme de supplément, 1°. qu'on peut re-

SU

D
en leu
gens fi
autant
courir
ge ont
où ces
fin la G
à ces in
vée, &
derniere
tout.

Lor
frappe
ſée à
avec to
frappe q
ſon cou
face, il
oblique
partiales
ſurface,
frappée q
à elle dan
lement par

* V. les M

ici par l'aîle du Moulin, doit faire pour avoir cette plus grande force, eſt AP, $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, qu'on trouvera dans les Tables de ſinus de 54° 44'. D'où l'on voit que la largeur des aîles ou volans AB doit être inclinée à l'arbre XT de 54° 44'.

M. Parent a donné la ſolution de cette queſtion dans ſes Elemens de Mechanique & de Phyſique, mais par une voye très compliquée.

* XIX. Poſons maintenant que la ſurface AB repreſente le gouvernail d'un Navire, dont AE eſt la Quille; BPR repreſente ici la direction du fil de l'Eau, toûjours parallele à la Quille. Pour trouver l'angle le plus avantageux BAE ou BAT, que le gouvernail AB doit faire avec la Quille AE, pour virer ou changer de route le plus promptement qu'il eſt poſſible, on décompoſera la force de l'impulſion de l'Eau en deux forces laterales paralleles & perpendiculaires à ſa direction; & conſiderant leurs effets ſéparément, on verra que la force laterale parallele pouſſant le gouvernail dans la direction AT ou PB, eſt directement oppoſée au mouvement du Vaiſſeau, tandis que la laterale perpendiculaire tend à le faire virer, en pouſſant la pouppe A dans la direction AF. D'où l'on voit clairement, que la plus grande force laterale ſuivant la direction AF perpendiculaire à celle de l'Eau, doit faire virer le Navire le plus promptement qu'il eſt poſſible; ainſi

* Fig. 55

ainſi par l'Art. XIV, on aura le ſinus de l'angle d'incidence ABP ou BAT $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa}$.

M. Renaud eſt, je crois, le premier qui a traité cette queſtion, dans ſa Théorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux, p. 64. La ſolution qu'il en a donnée, a été approuvée par Mrs. Huigens & Bernoulli, quoi-qu'il ait voulu s'en retracter lui-même dans une de ſes reponſes aux objections de M. Huigens. Le P. Paul Hoſte publia peu de tems après une nouvelle démonſtration de cette queſtion, dans ſon Traité des Evolutions Navales; enfin Mrs. Huigens, Bernoulli & Guinée en ont donné chacun une ſolution particuliere.

* XX. Pour appliquer nos principes à la reſolution des principaux & des plus utiles Problêmes de la Manœuvre des Vaiſſeaux, nous ſuppoſerons avec Mrs. Renaud, Huigens & Bernoulli, que la dérive eſt nulle ou inſenſible. Cela poſé, pour trouver la direction la plus avantageuſe de la Quille XF pour gagner au Vent dans le Cas le plus ſimple, qui eſt lorſque la Voile BAT eſt parallele à la Quille XF:

La force totale BG de l'impulſion du Vent ſur la Voile AB, étant décompoſée en deux laterales BK, KG; l'une parallele à ſa direction, & l'autre perpendiculaire, on verra évidemment que ce n'eſt qu'en vertu de la force laterale perpendiculaire BK, que le Vaiſſeau peut aller dans la direction XAF en

* Fig. 6.

en gagnant au Vent, car la laterale KG lui est directement opposée. D'où l'on voit que dans ce Cas l'inclinaison de la Voile AB ou de la Quille XAF doit être telle que la force laterale perpendiculaire à la direction du Vent soit la plus grande de toutes, & que par conséquent ce Cas se reduit encore au Calcul de l'Art. XIV. c'est à-dire, que pour avoir la position la plus avantageuse de la Quille pour gagner au Vent, on doit faire le sinus $AP = x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$.

XXI. Les trois questions que nous venons de resoudre, ne sont, à proprement parler, que des applications du seul & même principe de l'Art. XIV. Les voyes différentes que plusieurs Géometres ont employées pour les resoudre, montrent combien il est avantageux de proceder dans ces recherches par des principes generaux ; car bien souvent plusieurs verités particulieres ne sont que des suites ou des conséquences d'un seul principe.

Nous pourrions rapporter ici plusieurs autres applications utiles & curieuses de ce même principe de l'Art. XIV. Tel est le mechanisme employé ingenieusement pour les Bacs ou Bateaux de passage de quelques Rivieres, comme le Rhône, &c. Le devant du Bateau, ou la Proue étant une fois dirigée obliquement au fil de l'Eau, par le moyen du Gouvernail ou autrement, le Bateau passe tout seul par la seule force de l'impulsion qu'il reçoit de l'Eau.

* Voici en deux mots comment cela se fait. On tend sur deux grands arbres, ou des enfourchemens ab & cd, une longue Corde e, b, p, d, tout au travers de la Riviere, sur laquelle roule une Poulie ou Grenouillette p; c'est à cette Poulie que le Bateau ou Bac $ABCD$ est attaché par la Corde pf. Or il est visible que ce Bateau recevant obliquement l'impulsion de l'Eau, dont la force totale étant décomposée en deux laterales, l'une parallele, & l'autre perpendiculaire à son courant, la Corde pf resiste à la laterale parallele, & la laterale perpendiculaire pousse le Bateau dans la direction PAF, & lui fait traverser la Riviere. D'où l'on voit que pour passer le plus promptement qu'il est possible, il faut que l'angle d'inclinaison ABP soit tel que la laterale perpendiculaire au courant de l'Eau soit la plus grande de toutes, ou (*par l'Art. XIV*,) que le sinus d'incidence AP

$x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$.

On voit aisément, que le Bac passe d'autant plus vîte, que le courant de la Riviere est plus rapide, & que cet usage ne seroit pas fort expeditif sur les Rivieres d'un courant mediocre, telle que la Seine, & encore moins sur la Loire.

† XXII. La route d'un Vaisseau, ou, ce qui est le même, l'angle de la Quille CF & de la ligne du Vent CR étant donné, pour dé-

* Fig. 7. † Fig. 1 & 2.

déterminer la situation la plus avantageuse de la Voile AB, pour gagner au Vent dans le Cas qu'on va au plus près du Vent, & pour le fuir dans le Cas du Vent largue; on prendra seulement (*dans l'Art. VII*,) la direction donnée CAF pour celle de la Quille, la surface AB pour la surface de la Voile, & on verra clairement par ce même Art. que le *Maximum* du 1er rameau AME ou la plus petite racine

$$x = \sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb - \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{12}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}}$$

sera le sinus de l'angle d'incidence de la situation la plus avantageuse de la Voile AB pour aller dans la direction ou la route CAF en gagnant au Vent; & que le *Maximum* du second rameau AmE sera de même le sinus d'incidence ou la plus grande valeur de

$$x = \sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{12}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}}$$

pour aller dans la même direction ou la route FAC en perdant au Vent, ou de Vent largue; surquoi il faut bien observer de prendre dans ce second Cas l'angle d'incidence, dont AP, x est le sinus dans le quart de cercle AOS; car par l'Art. III, TAB étant toûjours l'angle d'incidence du 1er Cas, OAB est toûjours celui du second.

M. Huigens a resolu le premier cette question; mais il en avoit caché l'analyse, que M. Bernoulli a dévelopée ensuite dans sa Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, qu'il a publiée en 1714.

* XXIII. Pour avoir maintenant la situation la plus avantageuse de la Voile, qui convient à la situation la plus avantageuse de la Quille que nous avons trouvée, (*Art. XX.*) & avoir par conséquent les deux situations, tant de la Voile que de la Quille pour gagner le plus au Vent, on fera AD, $b = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$; car il est visible que B est toûjours le sinus de l'inclinaison donnée, laquelle est ici la même que celle de la Quille, ou de la route du Vaisseau; substituant donc $\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ à la place de b dans

$$x = \sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}},$$

on aura $x = \sqrt{\frac{11}{18}aa + \frac{1}{18}aa}$, ou $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, & $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$. Or il est clair que la petite racine $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$ est le sinus de l'angle d'incidence que la Voile AB doit faire avec la ligne du Vent RPB, pour avoir avec la situation la plus avantageuse de la Quille le plus grand avantage à gagner au Vent: on voit que ces deux sinus d'incidence $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$ & $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, le premier de la situation la plus avantageuse de la Quille, & le second de celle de la Voile, sont le complément l'un de l'autre, ainsi que M. Bernoulli l'a remarqué.

Quant à la plus grande racine $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$, el-

* Fig. 8.

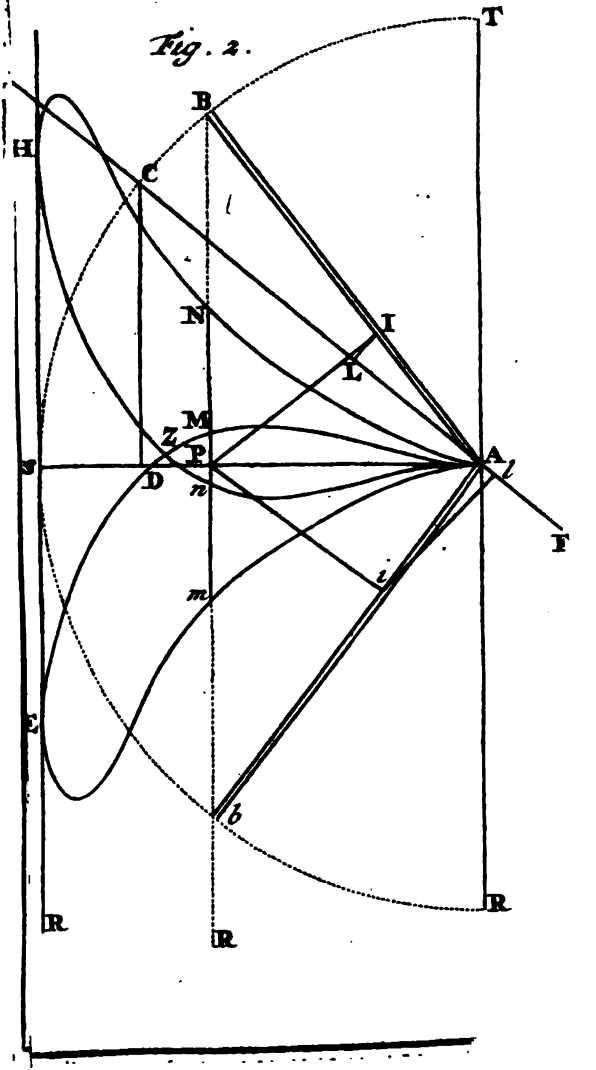


Fig. 2.
T
B
H
C
l
N
I
L
M
z
P
A
S
D
n
l
F
i
m
E
b
R
R
R

elle eſt, comme dans l'Art. precedent, le ſinus de l'angle d'incidence de la Voile, pour aller de Vent largue dans la direction ou la route FAC, dont l'angle d'inclinaiſon eſt $b = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

DISSERTATION ASTRONOMIQUE SUR LE MOUVEMENT DE LA LUNE, ET DE LA TERRE,

Où l'on examine laquelle de ces deux Planetes tourne autour de l'autre, comme Satellite.

Avec des Remarques sur les Satellites en général.

Par M. DE MAIRAN. *

IL eſt ſurprenant que parmi un ſi grand nombre d'arrangemens, & de mouvemens différens, ſouvent aſſés bizarres, attribués aux parties de l'Univers, le ſyſtême du mouvement de la Terre autour de la Lune n'ait été imaginé par aucun Philoſophe ancien ou moderne, ou que l'ayant été, il ſoit demeuré inconnu, & ſans ſectateurs. Ce n'eſt point là pourtant une de ces idées de pur caprice, maiſeſtement contraires aux apparences celeſtes, & aux Obſervations. Nos yeux ne nous diſent pas plus diſtinctement de la Lune, qu'elle tourne autour de la Terre, qu'ils ne nous l'avoient dit du Soleil, & des autres Planetes, auſſi bien que des Etoiles fixes. Et à l'égard des raiſons qu'on eſt

* 26 Avril 1727. *Aſſemblée publique.*

eſt obligé d'employer pour renverſer un tel ſyſtême, elles dépendent de circonſtances aſſés délicates, & qui auroient pû échaper long-tems aux Obſervateurs, ou être éludées par la complication de quelque autre hypotheſe. *Ptolomée* originaire d'Egypte, & au milieu d'Alexandrie, a ſoûtenu le mouvement de Venus & de Mercure autour de la Terre; quoi-que dans le ſyſtême Egyptien, qui ne pouvoit manquer de lui être très connu, & qui étoit en cela conforme à la nature, ces deux Planetes fiſſent leurs revolutions autour du Soleil *. Il faut bien cependant que le ſyſtême de *Ptolomée* ait paru dans la ſuite abſolument inſoûtenable à cet égard, puiſque *Tycho Brahé*, *Argolus*, *Riccioli*, & tous les Aſtronomes les plus jaloux de l'immobilité de la Terre, & qui ont fait de ſi grands efforts pour lui conſerver le privilege d'être le centre des mouvemens celeſtes, n'ont pû ſe diſpenſer de faire tourner tout au moins Venus & Mercure autour du Soleil. Le ſyſtême dont il s'agit ici auroit pû ſans doute avoir un ſemblable ſort, s'il favoriſoit autant les mêmes préjugés. Il y a long-tems apparemment qu'il auroit été imaginé, & défendu avec chaleur, peut-être même avec ſuccès, ſur-tout en des ſiecles où l'on n'avoit ni les Inſtrumens, ni les Pendules que nous avons aujourd'hui, & où l'on ne faiſoit nulle difficulté, à la premiere inégalité de mouvement qui ſe preſentoit, d'appeller à ſon ſecours les Excentriques, & les Epicycles. Quoi qu'il en ſoit, il paroît depuis peu une Diſſertation ingenieuſe ſur les cauſes

* Macrob. *Somn. Scip. l.* 1. *c.* 19.

ſes du Flux & Reflux de la Mer *, où l'Auteur établit pour principe, & tâche de démontrer que c'eſt la Terre qui tourne autour de la Lune, & non la Lune autour de la Terre, comme on l'avoit crû juſqu'à preſent. *Baliani* noble Genois très ſavant, qui vivoit vers le milieu du dernier ſiecle, & qui a écrit pluſieurs Traités de Philoſophie & de Mathematique, avoit eu une ſemblable penſée, & par rapport à l'explication du même Phénoméne †. Mais l'ayant propoſée ſans preuves, dans un païs, & en un tems, où tout ſyſtême fondé ſur la mobilité de la Terre étoit tenu pour ſuſpect, & contraire à des verités ſuperieures, elle fut étouffée dès ſa naiſſance, & n'eut aucune ſuite. Je ne prétends point inſinuer que l'Auteur de la nouvelle Diſſertation ait puiſé ſon ſentiment dans cette ſource, qu'il a pû ignorer, & que j'ignorois moi-même quand ſon ouvrage m'eſt tombé entre les mains. J'avoue au contraire, que la hardieſſe & la ſingularité de ſon hypotheſe ont piqué ma curioſité, & qu'accoûtumé à regarder la Lune comme notre Satellite, & la Terre comme ſa Planete principale, j'ai ſenti quelque impatience de ſavoir ce qu'il en faloit penſer. Voici la Méthode que j'ai tenue pour y parvenir : elle conſiſte principalement à déterminer par la comparaiſon des vîteſſes de la Terre & de la Lune dans leurs orbites, les irregularités que nous devrions appercevoir dans le mouvement propre & apparent du Soleil, ſi ce-

* *Par le R. P. D.* Jacques Alexandre *Benedictin. Imprimée à Bordeaux en* 1726, *& enſuite à Paris, chez* Baluty.

† *Epiſt. ad* Ricciol. *q. v. in ejus Alm. t.* 2. *l.* 9. *ſect.* 4. *c.* 15.

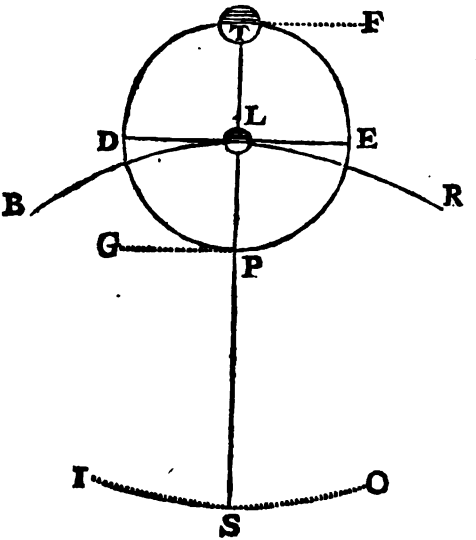
celui qu'on attribue à la Terre, dans cette hypotheſe, étoit réellement dans la Nature. Les preuves tirées de ce principe ſeront accompagnées de quelques autres, & de réflexions générales ſur les proprietés qui conviennent aux Satellites qui nous ſont connus, & qui ne ſauroient convenir à la Terre.

Suppoſons que la Terre tourne en effet autour de la Lune, & ſur la même Orbite que nous avons donnée juſqu'ici à cette Planete, qui par conſéquent, ſe trouvera placée ſur le grand Orbe où étoit la Terre, ſelon le ſyſtême de *Copernic*, & avec lequel elles étoient emportées toutes les deux autour du Soleil, dans l'eſpace d'une année. La Terre aura donc deſormais trois mouvemens; le mouvement diurne, qui ſe fait ſur ſon axe, le mouvement periodique ou menſtruel, qui ſe fera autour de la Lune, & le mouvement annuel, qui ſe fera toûjours autour du Soleil; mais qu'elle n'aura plus qu'en vertu du mouvement annuel de la Lune qu'elle ſuit comme Satellite. Nous n'avons ici nul beſoin de conſiderer le mouvement diurne, & nous ne parlerons que des deux autres.

Soit S le Soleil, L la Lune, & BR l'Orbe annuel; T la Terre, & $TEPD$ l'Orbite Terreſtre.

Il eſt clair que nous aurons nouvelle Lune, lorſque la Terre ſera en T, hors de l'Orbite BR, ſur le rayon prolongé $SPLT$; & pleine Lune, lorſqu'elle ſera en P, dans l'Orbite BR, ſur le même rayon accourci, SP. Et ſi l'on ſuppoſe que le mouvement annuel, tant de la Lune que de la Terre, ſe fait de B vers R, le mouvement periodique de la Terre ſe fera de

T



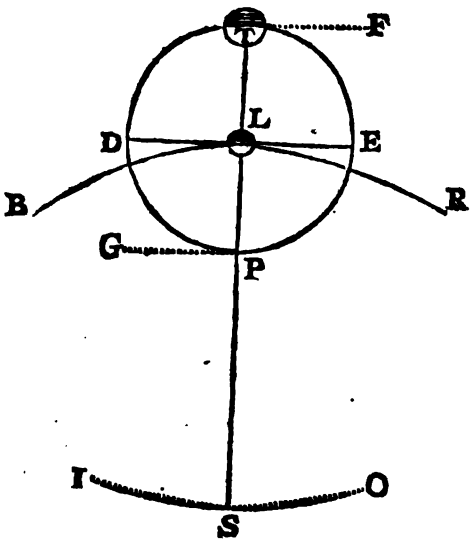
T vers *F* dans la nouvelle Lune, & de *P* vers *G* dans la pleine Lune; conforme dans le premier cas, & contraire dans le ſecond au mouvement annuel. Il en ſera de même à l'égard du mouvement apparent du Soleil, qui dans la même ſuppoſition du mouvement annuel de la Lune, de *B* vers *R*, doit nous paroître aller de *S* vers *I*.

Donc le mouvement periodique de la Terre autour de la Lune doit augmenter ſon mouvement annuel, & le mouvement apparent du Soleil, lorſqu'elle eſt en *T*, & que nous voyons nou-

nouvelle Lune ; & le diminuer, lorſqu'elle eſt en *P*, & que nous voyons pleine Lune. Car c'eſt autant de nouveau mouvement à ajoûter, ou à ôter, à celui qu'on ſuppoſe qu'elle a déja dans le ſyſtême ordinaire de *Copernic*.

Les Auteurs qui ont traité de l'Aſtronomie Comparative, ou qui, par quelque fiction ſe ſont tranſportés ſur le globe Lunaire, n'ont pas oublié d'y remarquer cette Inégalité apparente de mouvement, applicable à toute Planete qui tourne autour d'une autre. Mais comme ils n'ont penſé ſerieuſement ni à établir, ni à refuter l'immobilité de la Lune, ou le mouvement periodique de la Terre autour d'elle, ils n'ont fait là-deſſus que des reflexions générales, qui ne ſauroient ſuffire pour décider la queſtion.

Si la vîteſſe réelle du mouvement propre & periodique de la Terre autour de la Lune, étoit plus grande que la vîteſſe du mouvement annuel, elle nous feroit donc paroître le Soleil rétrograde, & aller vers *O*, lorſque la Terre ſeroit en *P*, & qu'elle tendroit vers *G*, c'eſt-à-dire, à toutes les pleines Lunes, & un peu avant & après, plus ou moins, ſelon l'excès de cette vîteſſe ſur celle du mouvement annuel. Ce qui eſt évident, puiſqu'il y auroit alors plus de mouvement à lui ôter en ce ſens, qu'elle n'en a en ſens contraire autour du Soleil. Mais comme nous ſavons que la vîteſſe du mouvement periodique réel ou apparent de la Lune, & par conſéquent celle du mouvement qu'on ſuppoſe ici à la Terre, eſt beaucoup plus petite que celle du mouvement annuel, la rétro-



trogradation apparente du Soleil, ni l'abſurdité qu'on en tireroit contre le mouvement de la Terre autour de la Lune, ne peut avoir lieu. Il s'agit donc de ſavoir, ſi dans l'hypotheſe de ce mouvement, l'accélération du mouvement du Soleil dans les nouvelles Lunes, & ſon retardement dans les pleines Lunes, doivent être ſenſibles, ou inſenſibles. S'ils ſont inſenſibles, nous ne ſaurions trouver, du moins par cette voye, laquelle des deux Planetes tourne autour de l'autre: s'ils ſont ſenſibles, & contraires aux

Ob-

Observations, & à la variation connue du tems vrai, nous en conclurons avec certitude, que la Terre ne tourne pas autour de la Lune, & que celle-ci au contraire n'est que son Satellite.

Pour rendre ce Calcul le plus simple qu'il est possible, je suppose d'abord que les Orbites, tant annuelle que periodique, BR, $TEPD$, sont des cercles parfaits; j'en ôte toute excentricité, & je fais le mouvement des Planetes qui les parcourent, absolument uniforme. On verra dans la suite, que je mets par-là les choses sur le plus bas pied, & à l'avantage du systême en question.

Cela posé, le rayon LS, du grand Orbe, ou la distance moyenne de la Terre au Soleil, est selon feu M. *Cassini* de 22000 demi-diametres Terrestres, & le rayon LP, de l'Orbite $TEPD$, ou la distance moyenne de la Lune, de 56 des mêmes demi-diametres. Les circonférences des cercles étant entre elles comme leurs rayons, il suit que les Orbites ou circonférences BR, $TEPD$ décrites par la Lune, & par la Terre, sont entre elles comme 22000, & 56; c'est-à-dire, comme 392 $\frac{6}{7}$, & 1.

Donc si la Terre parcouroit son Orbite $TEPD$, seulement dans une année, ou dans le tems que cette Orbite, & la Lune, font leur revolution autour du Soleil, sur le grand Orbe BR, sa vîtesse propre seroit à la vîtesse annuelle, à la vîtesse propre de la Lune L, & au mouvement apparent du Soleil

leil S, comme 1 à 392 $\frac{6}{7}$; ou pour éviter les fractions qui ne sont ici de nulle conſequence, & faciliter le calcul, comme 1 eſt à 390. Mais par l'hypotheſe, la Terre fait ſa revolution ſur ſon Orbite $TEPD$, en 27 jours, 7 heures, 43 minutes, qui eſt le tems d'un mois periodique de la Lune, dont la Terre tient ici la place, & il s'en faut plus de 10 jours, que ce ne ſoit la 13me partie de l'année ou du tems que la Lune employe, par hypotheſe, à faire la ſienne ſur l'Orbe annuel BR. Donc la viteſſe propre de la Terre ſera à la viteſſe propre de la Lune, &, ce qui revient au même, au mouvement apparent du Soleil, tout au moins comme 13 eſt à 390; ce qui donne tout juſte le rapport de 1 à 30. Donc le mouvement apparent du Soleil ſera acceleré dans toutes les nouvelles Lunes, de ſa 30me partie, &, par les mêmes raiſons, retardé d'autant à toutes les pleines Lunes. De ſorte que la différence du mouvement du Soleil, en un jour de pleine ou de nouvelle Lune, ſera de $\frac{2}{30}$, ou de la 15me partie de ſon mouvement moyen; c'eſt-à-dire, d'environ 4 minutes de degré, ou 3′ 56 $\frac{1}{2}$″, & de près de 16″ de tems. Or une différence ſi marquée, & ſi periodique, ne ſauroit être imperceptible, & ne pourroit manquer d'avoir été obſervée; elle ne l'a point été; donc la Terre ne tourne pas autour de la Lune.

Qu'une Inégalité de la 15me partie du mouvement propre diurne du Soleil d'une Syzygie à l'autre, puiſſe être apperçue directement ou indirectement, c'eſt ce dont on ne ſauroit

roit douter, si l'on prend garde, que les Astronomes ont observé de tout tems une inégalité à peu près pareille dans le mouvement du Soleil, de l'Apogée au Perigée, dont la periode ne revient cependant que de 6 en 6 mois. Car le mouvement diurne du Soleil en Apogée étant d'environ 57', & en Perigée d'environ 61', la différence qui est 4' ½ est la même que celle que nous venons de trouver, qui resulteroit de la nouvelle hypothese, d'une Syzygie à l'autre.

Cette Inégalité de mouvement étant une fois bien conçue, & rapportée à ses principes, comme nous venons de faire, on pourra la trouver, & l'exprimer d'une maniere plus générale, & plus exacte. Il n'y a pour cela qu'à multiplier tout d'un coup les distances, & les tems que donnent les Observations, sans les reduire à moindre dénomination. Car la fraction $\frac{1}{356}$, qui exprime dans le Cas posé, la quantité de mouvement à ajoûter dans les nouvelles Lunes au mouvement annuel de la Terre, ou au mouvement apparent du Soleil, & à ôter dans les pleines Lunes, n'est autre chose que le rapport de vîtesse des deux Planetes, en deux points quelconques de leurs Orbites. Or on sait que les vîtesses uniformes de deux mobiles sont entre elles, comme les chemins parcourus divisés par les tems, ou en raison composée, directe des chemins, & reciproque des tems. Si l'on fait donc $C =$ la distance de la Planete principale, ou, ce qui est la même chose, à la périphérie ou circonference qu'elle décrit autour du Soleil, proportionnelle à cette distance ; $T =$ tems

employé à la décrire dans une de ſes revolutions ; $c =$ la périphérie ou circonférence de la Planete ſecondaire, & $t =$ tems de ſa revolution autour de la Planete principale; $V =$ la vîteſſe de la Planete principale ; & $v =$ la vîtſſe de la Planete ſecondaire, on aura, $v. V :: cT. Ct.$ & $\frac{cT}{Ct}$ ſera la Formule générale de la quantité de mouvement à ajoûter, ou à ſouſtraire, dans les Syzygies de la Planete ſecondaire, par rapport au mouvement réel de la Planete principale, ou au mouvement apparent du Soleil : & ſelon que cT ſera moindre, égal, ou plus grand par rappport à Ct, on ſaura ſi les inégalités doivent être ſenſibles dans les Syzygies, & ſi le Soleil doit y paroître direct, ſtationnaire, ou rétrograde.

Dans le cas dont il s'agit, de la Lune, & de la Terre, $C = 22000$, $c = 56$. T ou l'année periodique $= 365$ jours, 6 heures, 9 min. $= 525969'$. (C'eſt ce que quelques Auteurs appellent l'année ſidérale, ou anomaliſtique, plus longue que l'année moyenne d'environ 20′, & que je prens ici préférablement à cette derniere, parce qu'elle reſulte de la revolution entiere de la Terre ou de la Lune dans ſon Orbite, & analogiquement au mouvement periodique des autres Planetes.) $t = 27$ jours, 7 heures, 43 min. $= 39343'$. Et partant $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 39343} = \frac{29454264}{865546000}$

$= \frac{1}{29\frac{11372344}{29454264}} = \frac{1}{29\frac{11}{29}}$, &c. qui eſt, comme

me on voit, plus grande que la fraction $\frac{1}{30}$, que nous avons trouvée ci-deſſus, & c'eſt à cauſe des 10 jours négligés dans la revolution annuelle comparée à la revolution periodique de la Terre. Nous nous en tiendrons cependant à ce rapport de 1 à 30, pour faciliter le calcul, & pour ſuppléer à quelques minuties que nous y négligerons, en montrant, comme nous allons faire, toute l'irregularité que cette ſeule cauſe répandroit ſur la meſure du tems, & ſur le mouvement apparent du Soleil, pendant l'eſpace d'un mois Lunaire.

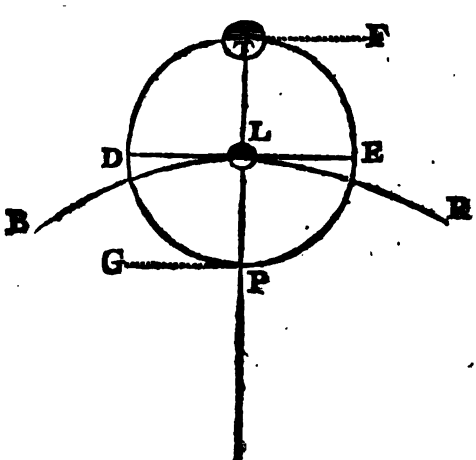
Ce qui a été dit des nouvelles & des pleines Lunes doit avoir lieu, quoi-que moins ſenſiblement, depuis le commencement du dernier quartier, juſqu'à la fin du premier, & depuis le commencement du ſecond, juſqu'à la fin du troiſieme. C'eſt-à-dire, que le mouvement apparent du Soleil doit être plus grand en vertu du mouvement periodique de la Terre, pendant tout le tems qu'elle parcourt la moitié ſuperieure *D T E*, de ſon Orbite, & plus petit, pendant qu'elle parcourt la moitié inférieure *E P D*. Il faut ſeulement remarquer que les point *T*, & *P*, de la nouvelle, & de la pleine Lune, ou des Syzygies, étant comme les *Maximums* de l'accélération, & du retardement apparent du Soleil, l'Inégalité dont il s'agit, qui eſt 0 aux points *D*, *E*, des Quadratures, & $+\frac{1}{30}$ aux points *T*, *P*, des Syzygies, ira en augmentant avant que la Terre arrive à chacun de

* *Fig. ci-après, p. 103.*

de ces derniers, & en diminuant après qu'elle y ſera arrivée, dans la raiſon des Sinus du cercle menés au diametre $D E$. Car quoi-que par hypotheſe le mouvement de la Terre autour de la Lune ſoit uniforme dans toute ſon Orbite, l'accélération apparente du Soleil vers la nouvelle Lune, & ſon retardement apparent vers la pleine Lune, ne ſauroient augmenter, ou diminuer uniformément, parce que l'accélération en T, & le retardement en P, ne ſe font réellement qu'entant que le mouvement periodique de la Terre ſuit une direction $T t$, ou $P G$, conforme, ou contraire à celle du mouvement annuel de B vers R, qui eſt cenſé à chaque inſtant dans une Tangente de l'Orbe annuel, ou dans une ligne projettée ſur cet Orbe; ainſi que le verroit un Obſervateur placé en S, dans le Soleil. C'eſt donc au diametre $D E$ de l'Orbite Terreſtre, qui paſſe par les points D, E, des Quadratures, qui eſt une de ces Tangentes, & qui exprime la ſomme des différences de tous les Sinus du demi-cercle, qu'il faut rapporter la ſomme des Inégalités apparentes du Soleil, qui reſultent du mouvement ſemblable ou contraire de la Terre, pendant qu'elle eſt dans chacune des moitiés, ſuperieure, ou inferieure, de ſon Orbite.

Je dis donc, comme le demi-cercle DTE, ou DPE, eſt à ſon diametre DE, ainſi $\frac{1}{35}$ d'accélération ou de retardement, qui a été trouvé pour le jour de Syzygie, ou environ 2' de degré, multipliées par le nombre de jours & d'heures d'une demi-revolution Lunaire, ſera à la ſomme que l'on cherche.

Soit

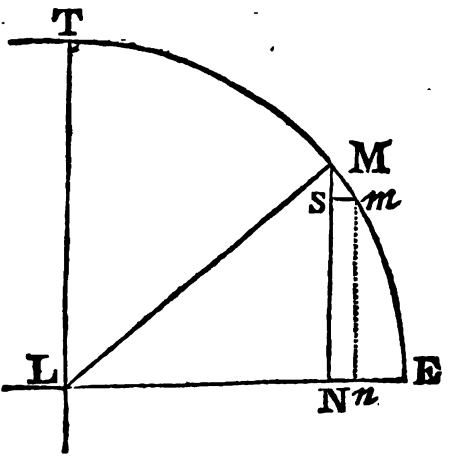


Soit le rapport du demi-cercle au diametre, comme 355 à 113×2, ou 355 : 226. La demi-revolution multipliée par 2′, devient la revolution entiere ; & parce qu'il s'agit ici de la revolution ſynodique, qui eſt de $29\frac{1}{2}$ jours, ou 29j 12h 44′, on aura 355. 226 : : $29\frac{1}{2}.\frac{226\times 29\frac{1}{2}}{355} = 18.\frac{277}{355}$; c'eſt-à-dire, près de 18′ 47″ de degré, qui étant reduites en tems, feroient environ 1′ 15″ pour la ſomme d'accélération ou de retardement du Soleil, pendant l'eſpace de la moitié d'un mois ſy-

nodique Lunaire. Mais comme ce Calcul eſt fondé ſur les 2′ d'Inégalité de mouvement, qui ſont un peu plus de la 30me partie du chemin que le Soleil paroît faire en un jour dans l'Ecliptique, par ſon mouvement moyen; il eſt plus à propos dans cette occaſion, de prendre tout d'un coup la 30me partie du mouvement moyen du Soleil, qui convient à 14 ½ jours, ou à une demi-revolution, & qui eſt $\frac{14^{\circ}33'12''}{30} = 29'6''$; & faiſant enſuite l'analogie ci-deſſus, 355 eſt à 226, comme 29′ 6″ eſt à un quatrieme terme, on trouvera 18′ 31″ de degré, & 1′ 14″ d'heure, qui ne différe de la quantité précédente que de 16″ de degré, & d'environ 1″ d'heure.

Par cette Théorie on aura pour un tems quelconque du mois Lunaire, & à tel point qu'on voudra de l'Orbite, l'Inégalité qui y répond; ou, reciproquement, l'Inégalité étant donnée on en tirera le moment correſpondant, & le point de l'Orbite où ſe doit trouver alors la Planete ſecondaire. Car tout le reſte demeurant comme dans la figure precedente; * Soit *M* le point de l'Orbite où ſe trouve la Planete entre la Syzygie *T*, & la Quadrature *E*. Ayant mené du centre de l'Orbite le rayon *LM*, & abaiſſé le Sinus *MN*, ſi l'on imagine que la Planete décrit l'Arc *Mm* infiniment petit, ou tel que l'Inégalité apparente au point *M*, eſt encore ſenſiblement la même en *m*, & que du point *m* on

* *Fig. ſuiv.*



on mene *mn*, *ms*, paralleles aux lignes *MN*, *LE*, il eſt évident qu'on formera le petit triangle *Mms*, ſemblable au triangle *MLN*. Donc *LM. MN*:: *Mm. ms*. Mais *ms* = *Nn* repréſente l'Inégalité partiale ou apparente qui répond à la vîteſſe ou Inégalité abſolue *Mm*, & n'eſt autre choſe que la projection de l'Arc *Mm* ſur le diametre *LE* vû du Soleil, ou ſur une égale portion de l'Orbe annuel. Donc on aura toûjours cette analogie. *Comme le rayon* (L M) *eſt au Sinus* (M N) *du complément de* T M, *ou au Sinus de l'arc compris entre le lieu* (M) *de la Planete*, & *la Quadrature* (E) *où l'Inegalité eſt à ſon* Minimum; *ainſi l'Inégalité abſolue*, & *telle qu'elle eſt à la Syzygie* (T)

ou à son Maximum, *est à l'Inégalité relative ou correspondante du point* M.

Je dois encore remarquer ici, que la méthode que nous avons employée * pour avoir la somme des Inégalités de tout le mois Lunaire, nous obligeroit en rigueur à faire une semblable correction par rapport aux 2′ ou 1′ 58″ d'heure, trouvée ci-dessus † pour l'Inégalité qui convient à chaque jour de Syzygie, c'est-à-dire, pour 24^{h}; savoir 12^{h} en-deçà, & 12^{h} au-delà du point synodique. Car on y suppose un mouvement uniforme pendant tout ce tems, & que l'Arc de l'Orbite circulaire décrit par la Planete, & qui est de 13° 10′ 35″ soit égal à sa corde, ce qui n'est pas exactement vrai. Mais comme, après avoir cherché leur différence en 10000000mes parties du diametre, j'ai trouvé par l'analogie qu'elle ne donnoit pas 1″ de degré à retrancher de l'Inégalité de 24 heures, il seroit tout à fait inutile de s'y arrêter & d'en tenir compte.

Pour revenir à l'Inégalité repandue sur le mois Lunaire, il faut donc conclure que si la nouvelle hypothese étoit vraie, on devroit avoir alternativement d'une Quadrature à l'autre, une somme d'accélération ou de retardement de 18′ 31″ de degré sur le moyen mouvement du Soleil, & de 1′ 14″ d'heure sur le tems moyen.

Il ne faudroit pas s'étonner que quelques Astronomes du 16me siecle ‡, ou du commencement du 17me, & parmi lesquels se trou-

* p. 102. 103. † p. 98.
‡ Chrisman, Witichius, &c.

trouve le fameux *Wendelin*, euſſent méconnu une Inégalité de tems de 1′ 14″, eux qui nioient totalement l'Inégalité des jours Solaires dans le cours de l'année, tout avouée qu'elle étoit des Anciens *, & malgré ſa prodigieuſe ſenſibilité en comparaiſon de celle dont nous venons de parler. Car la différence du tems moyen au midi vrai, va quelquefois, comme on ſait, d'une ſaiſon à l'autre, à plus d'une demi-heure, & elle eſt par-là 25 fois plus aiſée à remarquer, & à démontrer, que celle de 1′ 14″, qui naîtroit du mouvement de la Terre autour de la Lune, d'une Quadrature à l'autre. Il faut donc avouer qu'avant l'invention des Horloges à Pendule, il eût été impoſſible de s'aſſûrer ſi une pareille Inégalité venoit du Ciel, ou de l'Horloge. De ſorte qne ſi le noble Genois dont il a été fait mention ci-deſſus † avoit voulu s'obſtiner à ſoûtenir ſon ſyſtême du mouvement de la Terre autour de la Lune, il auroit pû à cet égard défier tous les Aſtronomes de ſon tems de lui en démontrer la fauſſeté par Obſervation. Mais outre qu'il n'en eſt pas tout à fait de même de l'Inégalité du mouvement apparent, & des autres preuves qu'on verra dans la ſuite de ce diſcours, il n'y a pas lieu de croire aujourd'hui, qu'une irregularité de tems auſſi periodique, & auſſi conſiderable que celle que nous venons de trouver, eût échapé aux Aſtronomes qui ſont venus depuis, & qui, avec le ſecours des Pendules, ont eu encore celui des

* Ptol. *Alm. l.* 3. *c.* 10. † *p.* 98.

des Quarts de cercle à Lunettes ; ſur-tout en une partie ſi cultivée par eux, & ſur laquelle ils nous ont laiſſé des Tables d'Equation ſi exactes, & qui ſurpaſſent ſi fort en préciſion la quantité de 1′ 14″ dont il s'agit ici.

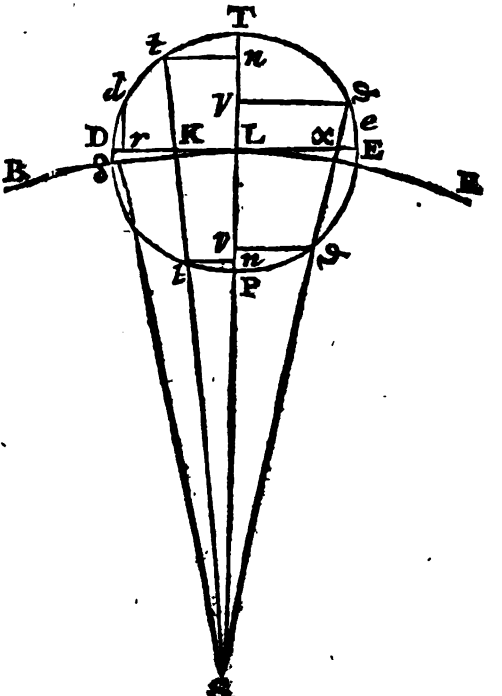
Je ne parlerai pas des Inégalités apparentes que produiroit le mouvement de la Terre autour de la Lune, dans ſes Syzygies, par rapport aux Planetes de Mars & de Venus. Ces Inégalités pourroient être cependant très ſenſibles, puiſque la premiere de ces Planetes ſe trouve dans certaines rencontres une fois plus près de nous que le Soleil, & la ſeconde deux fois plus près. Ce qui fourniroit alors une Inégalité double, ou triple de celle que nous avons déterminée pour le Soleil. Mais outre que le mouvement des Planetes eſt plus compliqué, & moins connu que celui du Soleil, il faut prendre garde que les rencontres dont je viens de parler n'arrivent que rarement, & après des intervalles de pluſieurs années. C'eſt pourquoi les preuves qu'on en pourroit tirer contre la nouvelle hypotheſe ſeroient par-là très défectueuſes, en comparaiſon de celles que nous avons données ci-deſſus.

Mais voici une autre eſpece d'Inégalité qui ne doit pas être paſſée ſous ſilence.

La revolution Lunaire vraye ou apparente autour de la Terre ne quadre pas avec la revolution annuelle ou ſolaire : il y a entre elles une ſorte d'incommenſurabilité, qui fait qu'une poſition quelconque de la Lune, ou plutôt de la Terre, comme nous le ſuppoſons ici, ſur ſon Orbite particuliere, & dans un

un certain tems, doit se compliquer & se combiner avec telle autre position quelconque qu'on voudra, de la Terre ou de la Lune sur l'Orbe annuel. Or deux situations différentes de ces Planetes à l'égard du Soleil, & par rapport à un même point de l'année, doivent apporter à la durée de l'année une varieté qui surpasse de beaucoup celle qui pourroit naître de la différence des Observations. Car soit, par exemple, * la Terre en Syzygie T, ou P, sur la ligne TS, dans l'instant de l'Equinoxe, ou au commencement, ou à la fin d'une année, soit periodique, soit tropique, ou moyenne; elle verra le Soleil, S, en Υ, ou en Ω, ou en $\Upsilon\!\!\!\!\Upsilon$, ou vis-à-vis une certaine fixe, dans le moment que la Lune le voit répondre au même degré de longitude reduit à l'Ecliptique. Mais l'année étant revolue, & la Lune se retrouvant au même lieu, L, de l'Orbe annuel BR, sur la ligne LS, d'où elle avoit vû le Soleil en Υ, par exemple, & où elle le voit de nouveau, la Terre ne se retrouvera pas sur la même ligne, $TLPS$; puisque le mois synodique, ni sa moitié ne mesurent pas exactement l'année, & n'en sont point partie aliquote; mais elle sera, par exemple, en deçà en t, ou au-delà en ϑ. Donc au lieu de revoir le Soleil au premier degré d'Υ, elle le verra au-delà, ou en deçà, de la quantité de l'angle TSt, ou $TS\vartheta$, & l'année sera trop longue, ou trop courte, de tout le tems que la Terre employe à décrire, par son mouvement composé, un Arc exprimé par le Sinus

* Fig. suivante.



tn, ou $n\vartheta$, ou par la partie KL, ou $L\alpha$, du diametre DE.

Pour ſavoir plus préciſément ce que peut produire cette nouvelle cauſe de retardement, ou d'accélération dans le mouvement apparent du Soleil, & dans la meſure du tems, ſuppoſons, comme ci-deſſus, la Terre & la Lu-

Lune sur une même ligne $TLPS$, à la premiere année, & au moment de l'Equinoxe, où le Soleil est vu en Υ. Soit ensuite la Terre à l'intersection δ des Orbites, ou, ce qui donne sensiblement le même point, en D, & en Quadrature, au commencement d'une autre année. L'angle au Soleil DSL, dont la Tangente, ou, ce qui revient encore ici au même, le Sinus ou la soûtendante n'est autre chose que le demi-diametre DL, de l'Orbite terrestre $TEPD$, exprimera le retardement, ou l'excès de durée de cette année sur l'année moyenne, qu'on n'a déterminée jusqu'ici que dans l'hypothese de la Terre au centre L, de l'Orbite $TEPD$. Or si l'on fait SL (22000,) est à LD (56,) comme le Sinus total est à un quatrieme terme; on trouvera la Tangente, ou le finus LD, qui répond à un angle de 8 min. 45 sec. Il s'en faudra donc 8′ 45″, de degré que le Soleil ne soit arrivé au point où il devroit être, & qu'on n'ait l'Equinoxe où l'on devroit l'avoir. Ce qui est une différence assés sensible. Mais elle le sera bien davantage, si l'on convertit ces minutes en tems. Car comme il s'agit ici du mouvement annuel, où 8′ 45″ repondent à 3 heures 33 min. 7 sec. du tems moyen, il est évident qu'il s'en faudra à peu près ce tems que l'année Equinoxiale ne soit finie, lorsqu'elle devroit l'être, & par conséquent qu'elle sera plus longue d'autant, si on la compare à l'année Equinoxiale ordinaire, ou à celle qui avoit la Terre en T, ou en P, sur la ligne $TLPS$. Et parce qu'il se peut trouver une autre année où la Terre sera en

E,

E, lorſque la Lune étant en *L*, verra le Soleil en ♈, il eſt clair que celle-ci aura été plus courte d'un pareil intervalle. Ainſi deux années comparées entre elles pourront donner plus de 7 heures de différence.

Une ſemblable preuve n'auroit encore eu ſans doute que peu de force, & n'eût été que de pure ſpeculation chés les Anciens, du tems d'*Hipparque*, & de *Ptolomée*. Car avec leurs *Armilles* ou cerceaux de bronze, & par la methode dont ils ſe ſervoient, ils ne pouvoient guere déterminer les Equinoxes qu'à un quart de jour près : * ce qui eût emporté preſque toute l'Inégalité que nous venons de trouver. Mais avec les inſtrumens modernes, & par le moyen des hauteurs meridiennes du Soleil corrigées par la refraction, & par la parallaxe, & comparées avec la hauteur de l'Equinoxial, l'erreur ne ſauroit jamais aller à une heure de différence. Sans compter que l'Obſervation immediate peut tirer de grands ſecours de la détermination comparée priſe ſur la maſſe de toutes les revolutions qui ſe ſont écoulées depuis *Hipparque*. Sept heures de différence dans la durée de deux années ſeroient donc aujourd'hui une Inégalité très conſidérable, & très ſuſceptible d'Obſervation.

Il eſt vrai que les cas extrêmes qui donnent cette Inégalité ſi grande, ne ſauroient arriver que rarement ; mais il y en a de moyens qui en approchent, qui ſont très frequens, & qui ſuffiſent pour la preuve dont il s'agit. L'Equinoxe de Mars de l'année prochaine 1728,

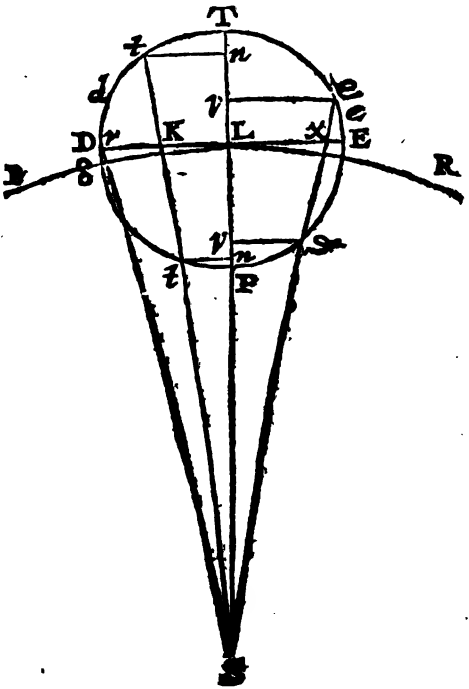
* Ptol. *Alm. l.* 3. *c.* 2.

1728, & celui de la suivante 1729, en fourniront un exemple. Car dans le premier, les Ephemerides † donnent le premier quartier de la Lune le 18, à $9^h\ 5'$ du soir, & l'entrée du Soleil en ♈ le 20, à $9^h\ 12'$ du matin, c'est-à-dire $35^h\ 20'$ de distance l'un de l'autre; & dans le second, l'entrée du Soleil en ♈ est le 20, à 3 heures 12 min. du soir, & le dernier quartier de la Lune le 21, à minuit $6'$, à environ $32^h\ 56'$ de distance. Ce qui, par l'hypothese, détermineroit la Terre en e, par exemple, dans le premier Cas, & en d, dans le second, & donneroit selon la Théorie, & le Calcul ci-dessus, environ $6\frac{1}{4}$ heur. de différence entre l'arrivée de l'Equinoxe du Printems des années 1728, 1729, par rapport au moment qu'il arriveroit pour la Lune, ou pour la Terre supposée en L à sa place, selon la détermination qui a été reçûe jusqu'ici.

Ce Calcul exige seulement en rigueur, une correction qui est de peu de consequence; mais que je ne veux pas omettre, de peur de laisser quelque scrupule sur l'erreur qu'elle pourroit causer, si l'on ne savoit pas à quoi elle peut aller.

Nous avons évalué le tems que la Terre avoit à employer pour parvenir du point D, de la Quadrature, ou du rayon SD, mené du Soleil, au point T, de la nouvelle Lune, ou au rayon ST, comme si elle restoit immobile sur le point D, de son Orbite, pendant qu'elle parcourt l'angle DST, ou la par-

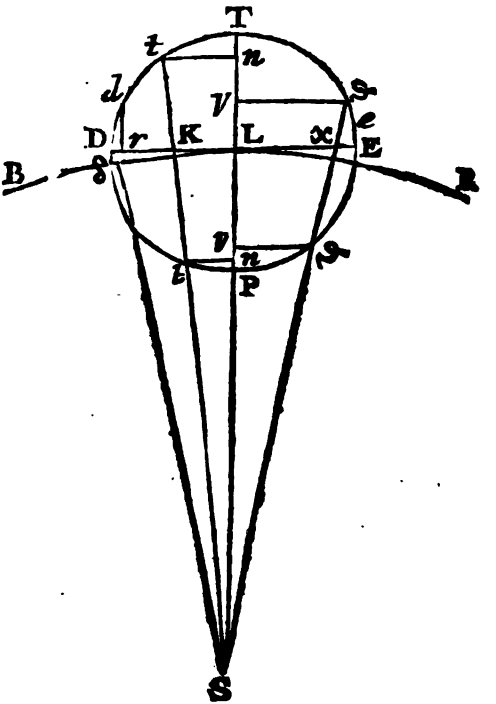
† *Ephem. de M.* Desplaces.



partie *D L*, par le mouvement annuel. Mais la Terre a ſon mouvement propre ſur ſon Orbite de *D* vers *T*, lequel augmente d'autant le mouvement commun qui la porte vers ce même côté, & accourcit par conſequent de même le tems que nous avons compté qu'il lui falloit pour arriver au rayon *ST*. Il en ſera de même, en ſens contraire, de

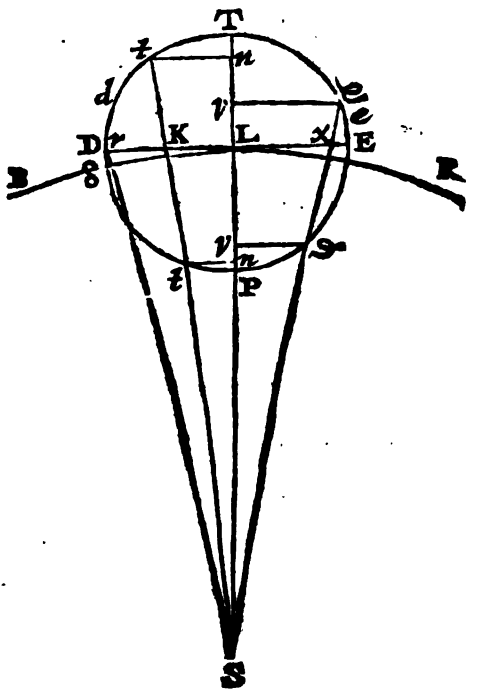
ſon

ſon mouvement compoſé, qui la porte de SE vers SP, & ainſi à proportion dans les cas moyens. Pour ſavoir donc de combien ce ſecond mouvement retarde, ou accélére l'arrivée de l'Equinoxe, ou de telle autre Epoque, dans le Cas donné, & pour rendre la queſtion plus ſimple, nous ſuppoſerons ce mouvement rapporté au diametre DLE, comme s'il étoit uniforme, quoi-que ſelon ce rapport il ne le ſoit pas: car il doit croître en raiſon des Sinus verſes Dr, pris de D vers L, pour tout l'angle DSL, & décroître dans le même ordre, de L vers E, pour tout l'angle LSE. Je dis donc, ſi la Terre parvient de D en L, par ſon mouvement annuel, en $3^h\ 33'\ 7''$, & par ſon mouvement propre & periodique, en $6^j\ 19^h\ 55'\ 46''\frac{1}{2} = \frac{27^j\ 7^h\ 43'\ 6''}{4}$, en combien de tems y parviendra-t-elle par un mouvement compoſé de ces deux? & je trouve par la méthode ordinaire employée à la ſolution de ces ſortes de Problemes, que c'eſt en $3^h\ 28'\frac{1}{2}$, qui ſeroient près de $5'$ moins que ci-deſſus. Mais comme la Terre n'eſt parvenue qu'au commencement du quart de ſon Orbite DT, & vers d, où le mouvement reduit à DL eſt très lent, dans le tems que par le mouvement annuel ſeul elle ſeroit arrivée en L, il eſt évident que cette correction ôte trop. Pour la rendre donc plus exacte, je remarque, 1° que dans le tems que le mouvement annuel peut porter la Terre de DS en TS,



TS, c'eſt-à-dire, en 3^{h} 33′ 7″, elle parcourt par ſon mouvement periodique un Arc *Dd*, que les Tables donnent de 1 deg. 57′; 2° que le Sinus verſe de cet Arc n'eſt pas la 1728me partie du rayon *DL*; 3° que par conſequent le mouvement periodique de la Terre ne lui fait parcourir ſur *DL*, dans le cas poſé, tout

au



au plus que la 1728me partie de l'eſpace que le mouvement annuel lui fait parcourir ſur la même *DL*. D'où il ſuit, & d'où l'on verra par la même méthode, que ce que cette compoſition de mouvement donne à retrancher du retardement ou de l'accélération trouvée ci-deſſus, ne va pas à une minute de tems.

Tout

Tout ce qu'on pourroit alleguer contre ces preuves, & nos Calculs, c'eſt qu'étant appuyés ſur l'hypotheſe de feu M. *Caſſini*, qui n'a fait la diſtance moyenne de la Terre au Soleil que de 22000 demi-diametres terreſtes, il en reſulte des Inégalités bien plus ſenſibles, en conſequence du mouvement de la Terre autour de la Lune, qu'elles n'auroient été, ſi nous avions ſuivi le ſentiment de quelques Aſtronomes célebres, qui ont cru cette diſtance beaucoup plus grande. M. *de la Hire*, par exemple, celui de tous qui l'a pouſſée le plus loin, la ſuppoſe dans ſes Tables de 34377 des mêmes demi diametres. Ces différentes déterminations viennent de la différente Parallaxe que ces Aſtronomes ont donnée au Soleil. M. *Caſſini* faiſoit cette Parallaxe de 10″, & M. *de la Hire* ne l'admettoit tout au plus que de 6″. Mais que s'enſuivroit-il de l'opinion de M. *de la Hire* ſur ce ſujet, en faveur du nouveau mouvement attribué à la Terre? 34377 demi-diametres ne ſont pas à beaucoup près une diſtance double de celle de 22000, ſur laquelle portent nos preuves; & il eſt aiſé de voir que quand ils la feroient, nous en tirerions encore des Inégalités ſuffiſantes pour être apperçues, & démontrées par les Aſtronomes modernes: puiſqu'elle donneroit pour les Syzygies dans le mois Lunaire, une différence de près de 2′ de degré, & de 8″ de tems, par jour, des nouvelles aux pleines Lunes, & des pleines Lunes aux nouvelles; de 9′ 15″ de degré d'une Quadrature à l'autre, & de 37″ de tems; & qu'à l'égard de l'Inégalité annuelle elle iroit

à

à 7^h, ou 3^h 30'. Car il eſt clair que ces Inégalités ſeroient toûjours en raiſon renverſée des diſtances, & en raiſon directe des Parallaxes.

Dira-t-on enfin que rien n'empêche que la diſtance du Soleil ne ſoit pouſſée encore plus loin qu'elle ne l'a été par M. *de la Hire*, & juſqu'au point de faire entierement diſparoître toute inégalité ſenſible de mouvement ou de tems, par rapport à l'Orbite de la Planete ſecondaire? Que rien ne ſeroit plus conforme au progrès que l'Aſtronomie a fait ſur cette matiere? Que les derniers Aſtronomes ont toûjours rencheri ſur ceux qui les avoient précédés, en faiſant la diſtance du Soleil plus grande, ou ſa Parallaxe, qui en eſt le fondement, plus petite; & que cette Parallaxe pourra bien un jour nous échapper abſolument & ſe reduire à rien?

Pour répondre à cette difficulté, qui eſt fondamentale & la plus forte qu'on puiſſe faire ſur ce ſujet, je remarquerai d'abord que la propoſition aſſés communément reçue, que les Aſtronomes les plus avancés ont toûjours fait la diſtance du Soleil à la Terre plus grande que ceux qui les avoient précédés, n'eſt ni exacte, ni vraye. *Ptolomée* qui vivoit dans le deuxieme ſiécle, a reduit la plus grande diſtance du Soleil à 1210 demi-diametres terreſtres, ayant devant lui *Hipparque* plus ancien de près de 300 ans, qui l'avoit faite de 1586, & *Poſſidonius* du tems de Pompée, de 13141 *.

On

* *Savoir de* 501000400 *Stades.* Plin. *l.* 2. *c.* 23. *Sect.* 21. *Sur quoi voyés* Ricc. *Alm. t.* 1. *p.* 111.

On peut juger de l'exactitude de *Posſidonius* ſur ces matieres par ſa détermination de la grandeur de la Terre, ſi approchante, ſelon feu M. *Caſſini*, de celle qu'il avoit trouvée lui-même *. Après *Ptolomée*, *Albategnius* dans le 9me ſiecle, le Roi *Alphonſe* dans le 13me, & enfin *Copernic* au commencement du 16me, ont encore diminué cette diſtance de pluſieurs demi-diametres. Il eſt vrai qu'en général les Modernes font la diſtance du Soleil plus grande que ne la faiſoient les Anciens, & nos prédéceſſeurs. Mais ce ne ſont que les Modernes du dernier renouvellement de l'Aſtronomie, & depuis l'invention des Lunettes & des Pendules. Car *Tycho-Brahé*, *Longomontanus*, *Kepler*, *Lanſberge*, *Galilée*, *Bouillaud*, *Riccioli*, & cent autres qui peuvent paſſer pour Modernes, & qui le ſont aſſurément beaucoup à l'égard de *Poſſidonius*, ont fait la diſtance du Soleil de pluſieurs milliers de diametres de la Terre, moindre que lui; la plûpart ſe ſont peu écartés de la détermination de *Ptolomée*, & pluſieurs ſont demeurés au-deſſous de celle d'*Hipparque*. Il ne s'agit donc que des Aſtronomes les plus récens, qui ont eû tous les ſecours & toutes les lumieres que nous avons aujourd'hui ſur cette matiere. Or où eſt la grande variation de ces Aſtronomes ſur la diſtance du Soleil, & dont on puiſſe eſperer de plus en plus une augmentation ſans bornes, & au gré de tout inventeur de ſyſtême qui en aura beſoin? M. *de la Hire*, auſſi grand Géometre que grand Aſtro-

* *Mem. de l'Acad.* 1701. *p.* 227. & ſuiv.

Aſtronome, & qui eſt celui de tous qui s'eſt le plus éloigné du commun ſentiment ſur ce ſujet, merite ſans doute qu'on faſſe une extrême attention à tout ce qu'il nous a laiſſé de déterminations Aſtronomiques. Mais, comme nous l'avons vu, il s'en faut beaucoup qu'il ait doublé la diſtance communément reçue, que nous avons adoptée, & qui eſt celle de feu M. *Caſſini*; & quand il l'auroit fait, ſon hypotheſe nous donneroit encore, comme nous venons de voir, une Inégalité plus que ſuffiſante pour démontrer l'incompatibilité du nouveau mouvement de la Terre avec les Obſervations.

Du reſte, ce n'eſt pas ſans fondement que nous avons donné la préférence à l'hypotheſe de M. *Caſſini*. On ſait les raiſons qui ont déterminé ce grand Aſtronome à faire la Parallaxe du Soleil de 10″, & l'on ignore celles qu'a eu M. *de la Hire* pour ne la faire que de 6″. C'eſt par des méthodes nouvelles, & auſſi ſolides qu'ingénieuſes, que *M. Caſſini* a déterminé la parallaxe de Mars. Car la regle de *Kepler* nous donnant aujourd'hui les rapports de diſtance de toutes les Planetes dont les revolutions autour d'un même centres ſont connues, il ſuffit de trouver la diſtance abſolue, ou la Parallaxe d'une d'entre elles, pour en conclure celle de toutes les autres. Or ces rapports de diſtance, indépendamment de toute meſure abſolue, font voir que la Parallaxe de Mars peut être plus que double de celle du Soleil, & par là d'autant plus ſuſceptible d'obſervation. C'eſt ce qui arrive lorſque cette Planete eſt dans ſon Perigée,

& dans ſon Perihelie tout à la fois; circonſtance favorable, qu'on n'a pas manqué de ſaiſir en 1672, & en 1704. Nos Memoires ſont pleins des Obſervations réiterées, & des ſavantes recherches que feu M. *Caſſini*, & après lui M. *Mæraldi*, nous ont laiſſé ſur ce ſujet *. Tout s'y accorde à donner à Mars une parallaxe de 25 ou de 27″ tout au plus, d'où reſulte celle de 10″ ou environ pour le Soleil. La plupart des Aſtronomes Anglois ont ſuivi les mêmes principes, & s'ils ont différé dans la conſequence, c'eſt en faiſant la Parallaxe du Soleil un peu plus grande, & la diſtance de cet Aſtre à la Terre un peu plus petite que ne l'a faite M. *Caſſini*. M. *Halley* ſur-tout, dans une Diſſertation qu'il écrivit ſur cette matiere en 1716 †, & où il montre que le paſſage de Venus par le Soleil, qui doit arriver en 1761, pourra donner la diſtance du Soleil à la Terre à une 500me partie près, s'en tient, en attendant, pour cette diſtance, à 16500 demi-Diametres Terreſtres, & pour la Parallaxe, à 12 ½″. De ſorte que ſi l'on venoit à recueillir les voix, il ſe trouveroit que depuis le commencement de ce ſiecle on a plutôt diminué la diſtance du Soleil, qu'on ne l'a augmentée.

On voit donc que s'il reſte encore ici quelque incertitude, elle eſt renfermée entre des limites aſſés étroites, & telles du moins qu'on n'en ſauroit tirer dequoi diminuer conſidérablement les Inégalités que nous avons trouvées,

* *Elémens de l'Aſtron. par feu M.* Caſſini, *n.* 26, *pag.* 31. *Voyages de l'Acad. Et Hiſt. & Mem.* 1706, 1722, *&c.*

† *Tranſact. Philoſ. n.* 348. *p.* 454.

vées, & qui doivent être inſéparables de la nouvelle hypotheſe.

Nous avons examiné les ſuites du mouvement de la Terre autour de la Lune, en ſuppoſant les Orbites de ces Planetes circulaires & ſans excentricité, & leur mouvement uniforme dans tout ſon cours; il faut preſentement appliquer une partie de ce qui en a été dit, à leurs Orbites, & à leurs mouvemens ſuppoſés tels que les Obſervations nous les repreſentent.

L'excentricité, & la figure à peu près elliptique de l'Orbite de la Lune, & ſes différentes diſtances de la Terre, ſont la principale cauſe de l'inégalité de ſon mouvement; & l'on ſait que cette inégalité devient en partie optique ou ſimplement apparente, & en partie phyſique & réelle.

Une autre cauſe d'irrégularité dans la Lune, eſt ſa rencontre ſur une même ligne avec la Terre & le Soleil. Car, quelle que ſoit la raiſon d'un tel Phénomene, il eſt conſtant par les Obſervations modernes, que pluſieurs Corps Celeſtes ne ſauroient paſſer les uns près des autres, ſans que leur mouvement n'en ſoit troublé, & accéléré en raiſon directe de leurs proximités. Auſſi la Lune dans les Syzygies ou conjonctions, qui eſt le tems où nous la conſiderons preſque toujours dans ce Memoire, ſe meut-elle ſenſiblement plus vîte qu'en toute autre circonſtance, toutes choſes d'ailleurs égales.

Si à ces deux cauſes on joint les Nœuds de l'Orbite, leur mouvement, & les différentes latitudes de la Lune par rapport à l'E-

cliptique, on aura les trois principales ſources d'inégalité, auxquelles je crois qu'on peut rapporter toutes les autres, directement, ou indirectement, ou comme reſultantes de leur combinaiſon.

Mais toutes ces inégalités de mouvement que nous venons d'attribuer à la Lune, ceſſeront de lui appartenir, ne ſeront qu'apparentes à ſon égard, & deviendront réelles à l'égard de la Terre, dès que la nouvelle hypotheſe de ſon mouvement autour de la Lune aura lieu. Et ſi ces inégalités appartiennent veritablement à la Terre, elles influeront donc ſur le mouvement apparent du Soleil, & par-là devront être ſuſceptibles d'Obſervation. J'avoue que la prodigieuſe diſtance du Soleil en doit faire diſparoître quelques-unes. Mais leur ſomme entre elles, qui doit revenir dans le cours reglé de certaines periodes, leur addition à l'Inégalité tirée du mouvement moyen, qu'elles rendront tantôt plus petite, & tantôt plus grande, en un mot leurs différentes rencontres, &, pour ainſi dire, leurs intercalations, ne ſauroient manquer de produire des effets ſenſibles, lorſqu'on y voudra être attentif. Tout au moins feront-elles voir, qu'en établiſſant d'abord nos Calculs ſur les moyens mouvemens de la Lune, & du Soleil, & ſur l'uniformité de leurs revolutions dans des cercles, nous n'avons fait que prendre les choſes ſur le plus bas pied.

Car 1° cherchons, par exemple, la viteſſe periodique de la Terre, exprimée par la Formu-

mule $\frac{cT}{Ct}$, dans une nouvelle Lune, en supposant que les deux Planetes sont en même tems aussi près l'une de l'autre qu'elles puissent être, c'est-à-dire, que la Lune est dans son Perigée; nous trouverons au lieu d'une 30me comme ci-dessus *, plus d'une 26me, ou environ une 25me. C'est que le mouvement horaire moyen de la Lune, sur lequel nous avons fait nos Calculs, n'étant que de 32′ 56″ de degré, & son mouvement horaire vrai dans les Syzygies en Perigée, étant de 38′ 15″, on a au lieu du tems periodique de 27 jours, $7^h\ 43' = 39343'$, celui de 23 jours $12^h\ 34' = 33874'$ qu'il faut introduire dans la Formule, & qui donne $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 33874} = \frac{29454264}{745228000} = \frac{1}{25 - \frac{8871400}{29454264}}$. De sorte que le mouvement apparent du Soleil, dans une nouvelle Lune en Perigée, ou à peu près, comme il arrivera le 19me Decembre 1729, se trouveroit augmenté tout au moins de sa 26me partie. Par la même raison, & dans les mêmes circonstances, il seroit retardé d'autant dans la pleine Lune du 14e Avril de l'année 1737. Ce qui donneroit une 13me de différence entre deux pareilles Syzygies. Et au contraire, si la Lune se trouvoit dans son Apogée pendant les Syzygies, comme il doit as-

* p. 100. 101.

arriver le 5e Decembre 1729, à la pleine Lune, & le 31e Mars 1737, à la nouvelle Lune, ſon mouvement horaire vrai n'étant alors que de 29′ 25″, on aura pour la revolution periodique qui doit entrer dans la Formule, 30 jours, $14^h\ 6' = 44046'$, qui donneroit $\frac{cT}{Ct}$

$$= \frac{56 \times 525969}{22000 \times 44046} = \frac{29454264}{969012000} = \frac{1}{32\ \frac{26475552}{29454264}}.$$

C'eſt-à-dire, moins qu'une 32me de viteſſe, ou d'Inégalité dans le mouvement apparent du Soleil, à chaque Syzygie, & qu'une 16me de différence entre les deux Syzygies.

Il en ſera de même de l'Inégalité annuelle, ſi au lieu des diſtances moyennes, & des mouvemens uniformes, on prend les diſtances & les mouvemens qui reſultent de l'Excentricité des Orbites, & de leur figure elliptique. Il eſt clair que l'accélération, ou le retardement de l'Equinoxe, ou de telle autre époque donnée, ſera tantôt plus conſiderable, & tantôt moindre, par une combinaiſon, & par des corrections toutes ſemblables aux précédentes.

2° La diſtance de la Lune à la Terre dans ſon Apogée étant d'environ 61 demi-diametres Terreſtres, la différence de diſtance de la Terre au Soleil pourra être en deux tems différens, par cette ſeule cauſe, deux fois de 61, c'eſt-à-dire de 122 demi-diametres Terreſtres, qui ſont près de la 180me partie de ſa diſtance moyenne. Or, on ſait que les diametres apparens du Soleil, qui vont depuis 31′ 38″ juſqu'a 32′ 44″, croiſſent ou décrois-

croiſſent en raiſon renverſée de ſa diſtance à la Terre, en vertu ſeulement de l'Excentricité, ou de la figure elliptique de l'Orbe annuel. C'eſt ſur cette hypotheſe, du moins, que roulent toutes les Tables des diametres du Soleil, qui ont été dreſſés juqu'ici. Mais ſi le mouvement de la Terre autour de la Lune étoit vrai, il faudroit introduire de tems en tems une augmentation, ou une diminution de la 180me partie de 31′ 38″, ou de 32′ 44″, c'eſt-à-dire d'environ 10 à 11 ſecondes, par la ſeule rencontre des Syzygies. Comment cette difference auroit-elle échappé au Micrometre, dont la préciſion peut aller juſqu'à une demi-ſeconde?

3° La Terre, en conſequence des Nœuds de ſon Orbite, & de ſa Latitude par rapport à l'Ecliptique, laquelle ſera, comme on l'a déterminée pour la Lune, tout au moins de 5 degrés, devra appercevoir le Soleil hors de l'Ecliptique, & lui attribuer une Latitude tantôt Boreale, & tantôt Auſtrale, d'environ 50 ſecondes, lorſqu'elle ſe trouvera elle-même à ſa plus grande Latitude, vers le Pole contraire. Et ſi c'eſt dans le tems des Solſtices, elle pourra le voir de toute cette quantité au-delà des Tropiques. Car le Sinus de 5 degrés donne environ $\frac{1}{23}$ du demi-diametre DL; ce demi-diametre contient autour de 56 demi-diametres Terreſtres, dont les $\frac{1}{23}$ en valent près de 5; le demi-diametre Terreſtre vû du Soleil eſt la Soutendante d'environ 10′. Donc, &c. ſi au lieu de prendre $DL = 56$, on le prend de 61, & que le Soleil ſoit ſup-

posé en même tems à sa plus petite distance, cette Latitude ira à près d'une minute.

Enfin toutes ces Inégalités venant à se compliquer les unes avec les autres, & avec celles qui nous étoient déja connues, elles produiroient des sommes, ou des restes tantôt plus grands, & tantôt plus petits : elles changeroient dans nos Tables de reduction du tems moyen au midi vrai, des diametres du Soleil, & de ses déclinaisons, le Signe additif en soustractif, & le soustractif en additif, toutes les fois qu'elles tomberoient sur le passage presque insensible de l'un à l'autre. En un mot elles jetteroient dans les détermination Astronomiques les plus constantes, un desordre qu'on n'auroit pas manqué d'y appercevoir, & que l'on n'y a pas apperçû.

On voit par-là, que s'il y avoit des habitans dans la Lune, ou dans une Planete Secondaire quelconque, ils auroient des ressources que les habitans des Planetes Principales n'ont pas pour se convaincre que leur globe est en mouvement. Et l'on peut regarder cet avantage comme une petite compensation de la grande difficulté qu'apporteroit à leur Astronomie le mouvement de plus qu'ils ont autour d'un centre, qui n'est pas celui du Tourbillon Solaire. Les habitans de la Lune, par exemple, toutes exceptions faites des mouvemens qui lui sont particuliers, devroient observer toutes les irrégularités que nous venons de remarquer par rapport à la Terre, dans la nouvelle hypothese. D'où il leur seroit aisé de conclure, qu'ils ne sont

que

que ſur un ſimple Satellite, dont nous occupons la Planete Principale.

A l'égard des Satellites qui ſont pluſieurs autour d'une Planete, tels que ceux de Jupiter & de Saturne, leurs *Facilités* à s'appercevoir qu'ils ne ſont que Satellites, par l'Inégalité du mouvement apparent du Soleil dans leurs Syzygies, ſont entre elles en raiſon renverſée de la grandeur de leurs Circulations autour de la Planete Principale. Car ſelon leurs diſtances, & leurs periodes connues, ou, plus généralement, ſelon la Regle de *Kepler*, les tems de leurs revolutions étant comme les Racines quarrées des Cubes de leurs diſtances, ou, ce qui revient au même, de leurs Périphéries, qui ſont les chemins parcourus, & ces chemins devant être comme les tems multipliés par les vîteſſes, on trouvera que leurs vîteſſes ſont entre elles reciproquement comme les Racines quarrées de leurs Périphéries, ou de leurs diſtances. D'où il eſt clair, qu'il doit naître d'autant plus d'Inégalité dans le mouvement, & dans le tems vrai de chacune de ces Planetes, relativement aux Phaſes, & à la revolution apparente de celle qui occupe le centre de leur Tourbillon, que la Circulation ſe fait plus près de ce centre.

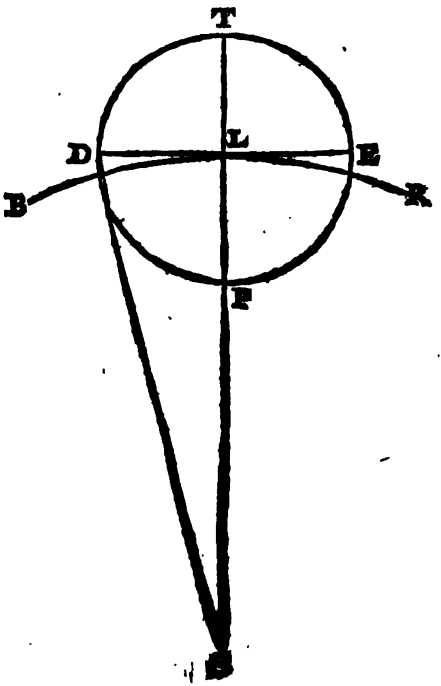
Ainſi les diſtances des Satellites de Jupiter, par exemple, à commencer par le premier, & priſes en diametres de Jupiter, étant 2 $\frac{1}{6}$, 4 $\frac{1}{2}$, 7 $\frac{1}{6}$, 12 $\frac{2}{3}$, ou, reduiſant à même denomination, & en 6mes de ce diametre, 17, 27, 43, 76; leurs vîteſſes ou leurs Facilités ſeront

entre elles reciproquement, $\sqrt{76}, \sqrt{43}, \sqrt{27}, \sqrt{17}$, & à peu près comme les nombres $8\frac{7}{10}$, $6\frac{5}{10}$, $5\frac{1}{10}$, $4\frac{1}{10}$ :: 87, 65, 51, 41.

Quant à leurs Facilités abſolues, & à l'Inégalité additive, ou ſouſtractive, qui reſulte de leur mouvement ſecondaire, rapporté au mouvement periodique de la Planete Principale, & au mouvement apparent du Soleil dans les Syzygies, on les trouvera par la Methode que nous avons employée * pour la Lune, & par la Formule $\frac{cT}{Ct}$, appliquée à l'un des quatre. Après quoi on aura celle des autres, ou par la même Formule, ou par l'analogie de leurs Facilités relatives. Nous ne conſiderons toujours que la revolution moyenne & uniforme de ces Planetes autour de leur Planete Principale, & nous ne touchons point aux irrégularités qui ſe tireroient de leurs Anomalies, qui ſont peut-être fort ſemblables à celles de la Lune.

Cela poſé, pour trouver, par exemple, la Facilité abſolue du premier Satellite de Jupiter, par rapport aux Inégalités apparentes du mouvement Solaire à ſes Syzygies, TLS, LPS, je fais c, où la diſtance, TL, du centre de revolution $= 2\frac{1}{4}$ diametres de Jupiter $= 62\frac{1}{2}$ demi-diametres Terreſtres, dont je ſuppoſe que le diametre de Jupiter contient 22; C, ou ſa diſtance moyenne, LS, de Jupiter au Soleil $= 114424\frac{1}{2}$ demi-diametres

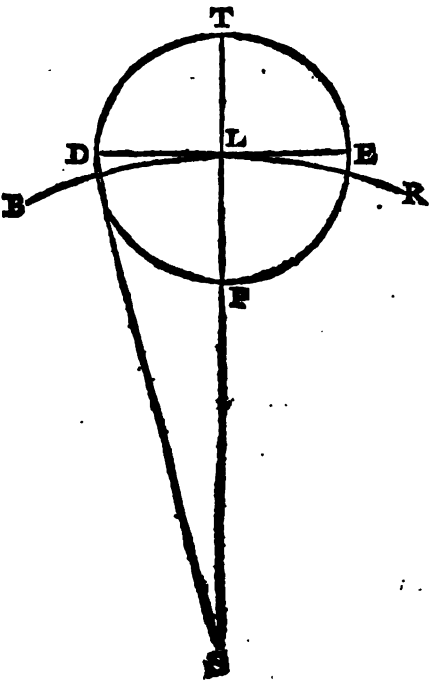
* *Ci-deſſus*, p. 100.



tres Terreſtres, qui reſultent de la Regle de *Kepler*, & de la ſuppoſition ci-deſſus, que la diſtance moyenne de la Terre en contient 22000; $t = 11^{j}, 18^{h}, 28', 36'' = 2548'$; & T (Revol. Period.) $= 11^{a}, 10^{m}, 17^{j}, 12^{h}, 20', 25'' = 6238820'$. D'où l'on tire $\frac{cT}{Ct} =$

$\frac{62\frac{1}{3}\times 6238820}{114424\frac{1}{3}\times 2548} = \frac{388886447}{291552861} = 1\ \frac{97333586}{291552861}$

$= 1\frac{1}{3}$; qui montre que la vîteſſe du premier Satellite de ſon Orbite ſurpaſſe la vîteſſe de Jupiter dans la ſienne, ou celle du mouvement apparent du Soleil vû de ce Satellite, de $\frac{1}{3}$ de ce mouvement. Deſorte que le premier Satellite de Jupiter doit voir ſon moyen mouvement du Soleil, qui eſt d'environ 12'' par heure, plus que doublé de $\frac{1}{3}$, c'eſt-à-dire en tout de 28'', dans les Conjonctions de ſa Planete Principale, au point T. Environ 4^h 50′ après, en allant vers E, dans le 42me degré de ſon Orbite, à compter du point T, le moyen mouvement du Soleil lui doit paroître doublé tout juſte; parce que $\frac{cT}{Ct}$ y devient égale à ce mouvement; comme il eſt aiſé de voir par la Méthode ci-deſſus, p. 103 & 104. Mais à même diſtance de l'Oppoſition, en deçà de P, c'eſt-à-dire 4^h 50′ avant que d'y arriver, dans le 139me degré de ſon Orbite, cette égalité de $\frac{cT}{Ct}$ avec le mouvement moyen du Soleil rendra le Soleil ſtationnaire; parce que le mouvement propre du Satellite eſt contraire à celui de ſa Planete Principale dans tout le demi-cercle inferieur DPE. Et comme ce mouvement vû du Soleil, S, ou rapporté au diametre DE, augmente toujours juſqu'en P, où $\frac{cT}{Ct}$ devient $= 1\frac{1}{3}$, il faut que le Soleil



leil lui paroiſſe retrograde en P, de la quantité $\frac{1}{3}$. Enfin les mêmes apparences devant arriver à diſtances égales de part & d'autre des Syzygies T, & P, il eſt clair que 4^h $50'$ après l'Oppoſition & de P vers D, dans le 222me degré de ſon Orbite, le Satellite retrouvera le Soleil ſtationnaire, comme il en reverra le mouvement doublé, 4^h $50'$ avant la Conjonc-

jonction de ſa Planete Principale avec le Soleil, en allant de D vers T, dans le 319me deg. de ſon Orbite; & tout cela en moins de deux en deux de nos jours.

Si nous euſſions habité une ſemblable Planete, il n'y a pas d'apparence que nous nous fuſſions flatés long-tems de l'immobilité de notre habitation.

Les trois autres Satellites éprouveront de ſemblables Inégalités, en de pareils points de leurs Orbites, mais moindres, en raiſon de leurs moindres vîteſſes, & des Racines reciproques de leurs diſtances.

Le ſecond aura encore le Soleil retrograde dans les Oppoſitions de ſa Planete Principale, d'environ la 18me partie du mouvement moyen du Soleil. Car $\frac{cT}{Ct} = \frac{99 \times 6238820}{114424\frac{1}{3} \times 5118}$

$= \frac{617643180}{585623056} = 1 - \frac{32020124}{585623056} = 1 - \frac{1}{18\frac{92}{320}}$ &c.

& il verra le Soleil ſtationnaire près de ce point, à environ 18 à 19 degrés de part & d'autre.

Au troiſieme, la retrogradation manque totalement; il s'en faut d'environ la 12me partie de ſon moyen mouvement du Soleil, qu'il ne le puiſſe voir retrograder.

Au quatrieme, il s'en faut de plus d'un tiers. Ce n'eſt plus qu'une ſimple alteration apparente dans le mouvement Solaire, telle que la doit voir notre Satellite, la Lune, mais environ 18 fois plus grande.

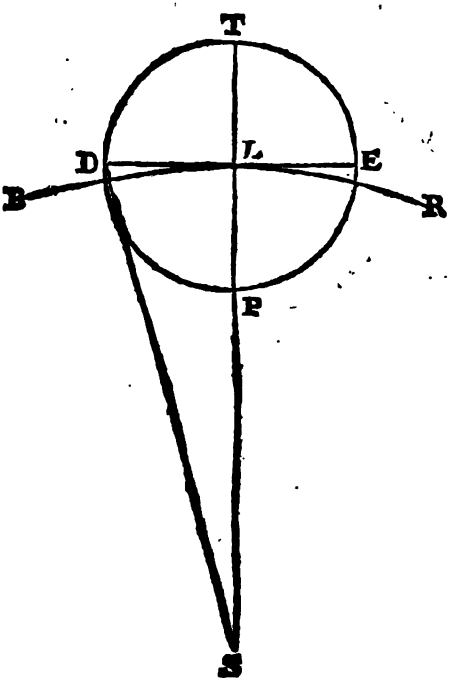
Com-

Comme toutes les Syzygies des trois premiers Satellites de Jupiter ſont écliptiques, la ſuperieure, en T, ou la Conjonction de la Planete Principale donnant au Satellite une Eclipſe de Soleil toûjours totale avec demeure de deux ou trois de nos heures, & l'inferieure en P, ou l'Oppoſition une Eclipſe de ſa grande Lune, ou de Jupiter, toûjours partiale, en raiſon à peu près du diſque du Satellite à celui de Jupiter; il eſt évident que l'accélération apparente du Soleil que nous avons donnée au 1er Satellite, par exemple, ne ſauroit être viſible, à la rigueur, qu'autour du point T, avant ou après la ſortie de l'ombre. Et parce qu'il y a toûjours à compter tout au moins 1h 3 ou 4′ de part & d'autre du point T, & environ 10 deg. il ſuit que l'accélération viſible du mouvement du Soleil ſera un peu moins grande que nous ne l'avons calculée pour le point T. Mais en général la circonſtance des Syzygies écliptiques, bien loin de diminuer la Facilité des Satellites pour s'appercevoir de leur mouvement propre autour d'un centre commun, L, doit au contraire l'augmenter: puiſque les Eclipſes ſont déterminer avec plus d'exactitude & le lieu, & le mouvement des Planetes, en fourniſſant à l'Obſervateur dequoi comparer, & rapporter à celle qu'on connoît mieux, ce que l'on a vû dans celle qu'on ne connoiſſoit pas ſi bien. Tout au moins les Eclipſes partiales que les interpoſitions du Satellite produiſent ſur la Planete Principale, quand il arrive en P, doivent-elles l'aider à juger de ſa Circulation autour d'elle,

&

& lui donner par-là un ſpectacle aſſés ſingulier. Car outre la retrogradation ſenſible, qu'il peut appercevoir dans le Soleil, ſi c'eſt, par exemple, le premier Satellite de Jupiter, il doit voir courir ſon ombre comme une tache circulaire, ou ovale, & tantôt plus ou moins oblongue, pendant plus de deux heures, & en ſens contraire, ſur le diſque de Jupiter, dont elle n'occupe pas la 400me partie, quoi-qu'elle y paroiſſe 3 ou 4 fois auſſi grande que notre Lune; car le diſque de Jupiter, vû de ſon premier Satellite, y doit paroître plus de 1300 fois plus grand que ne nous paroît celui de la Lune. Il doit auſſi par-là, comme il eſt aiſé de le déduire des différentes diſtances, y réfléchir 38 fois plus de lumiere que ne nous en donne la Lune.

Quant aux Satellites de Saturne, ils devroient, ce ſemble, avoir des Inégalités encore plus marquées que les Satellites de Jupiter. Car leurs diſtances du centre commun n'étant pas plus grandes, ni même auſſi grandes dans les premiers, que celles des Satellites de Jupiter, ils ont cela de plus, que leur Planete Principale n'eſt pas tout à fait deux fois auſſi loin du Soleil que la leur, tandis que le tems de ſa revolution, qui eſt de près de 30 années, eſt beaucoup plus que double de celui de la revolution de Jupiter, qui n'eſt que de 12; ce qui devroit rendre ſa vîteſſe abſolue plus petite, & le rapport de cT à Cc d'autant plus grand. Mais l'avantage que les Satellites de Saturne ont à cet égard, ſe trouve ſurmonté par le plus de tems qu'ils employent à circuler dans de moin-



moindres Orbites, & diminue encore le rapport precedent, en augment la valeur de *Ct*. Car il eſt clair, que ſi l'égalité croît en raiſon des tems employés par la grande Planete à faire ſa revolution, elle décroît en raiſon de ceux que la Planete Secondaire employe à faire la ſienne.

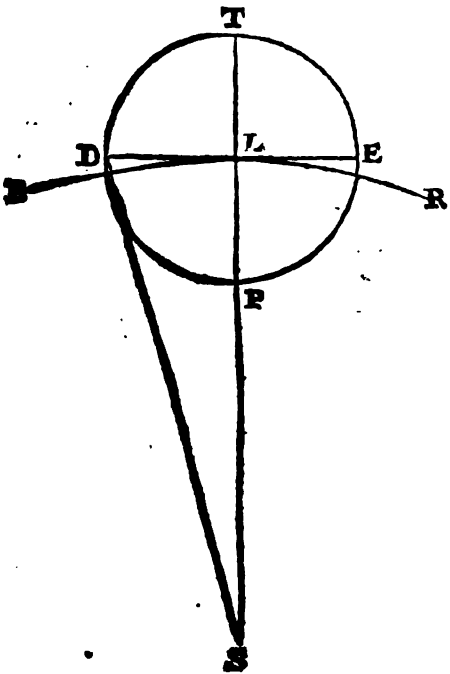
Auſſi le premier Satellite de Saturne qui n'eſt

n'eſt éloigné de ſon centre que d'environ le diametre de l'Anneau, ou de 43 demi-diametres Terreſtres, ne peut-il voir retrograder le Soleil, dans les Oppoſitions de la Planete Principale, que de la 6me partie de ſon mouvement moyen; une fois moins par conſéquent que le premier Satellite de Jupiter, qui le voit retrograder de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{4}$. Car la Formule nous donnant ici $c = 43$. $T = 10739^{j}\ 6^{h}\ 36' = 1546455 6'$, $C = 209836$, & $t = 11^{j}\ 21^{h}\ 19' = 2719'$; on a $\frac{cT}{Ct} = \frac{43 \times 1546455 6}{209836 \times 2719}$

$= \frac{664976908}{570544084} = 1\ \frac{1}{6\ \frac{3947140}{94432824}}$.

Par un ſemblable Calcul, on trouvera que le ſecond Satellite ne ſauroit voir de retrogradation ſenſible; puiſqu'elle ne peut guere être que de $\frac{1}{100}$. Le Soleil lui paroîtra donc ſtationnaire, pendant quelques heures, autour de l'Oppoſition, à environ 8 à 9 deg. de part & d'autre. L'Inégalité diminue encore au 3me, & au 4me; & enfin au 5me elle ſe reduit à moins que le tiers du mouvement moyen, & il s'en faut par conſequent de plus des 2 tiers de ce mouvement, qu'il puiſſe voir le Soleil retrograde.

Mais il y a encore ici une compenſation digne de remarque. Pendant que les Facilités, pour s'appercevoir de leur mouvement, par l'Inégalité, dans leurs jours de Syzygie, augmentent en raiſon reciproque des diſtances au centre commun, leurs Facilités en conſequence de l'Inégalité annuelle, qui peut reſul-



ſulter de l'incommenſurabilité de leurs revolutions avec celle de leur Planete Principale, croiſſent en ſens tout contraire, & en raiſon directe de ces mêmes diſtances. Car il eſt évident par la Théorie des pages 108. 109, & par l'exemple qui en a été donné pour la Terre, que l'année de chaque Satellite doit varier d'autant plus, qu'il peut ſe trouver plus

plus éloigné du rayon ſynodique TS, au commencement, ou à la fin de la revolution annuelle de ſa Planete Principale. Puiſque l'angle au Soleil DST, augmente par rapport à chaque Satellite en raiſon de ſa diſtance au centre L, & que l'Inégalité dont il s'agit eſt déterminée par la grandeur de cet angle. Ainſi les derniers Satellites & les plus éloignés de la Planete Principale auront l'avantage à cet égard, comme les premiers & les plus proches l'avoient à l'égard des Syzygies. Or je trouve ſur ce pied-là, & par la methode cideſſus, que le 4me Satellite de Jupiter peut voir differer deux de ſes années de près de 3 jours & $\frac{1}{2}$. * Car LS étant de 114424 $\frac{1}{7}$ demi-diametres Terreſtres, & DL de $279 = 13\frac{2}{3}$ diam. de Jupiter; on a par l'analogie du Sinus total SL, à la Tangente LD, l'angle au Soleil TSD, d'environ 8′ 26″. Ce qui donne environ 40 heures & $\frac{1}{2}$ au mouvement annuel, pour porter le Satellite de D en L. Et parce que la différence peut être doublée, lorſque ce Satellite ſe trouvera en E, au commencement, ou à la fin d'une autre revolution annuelle, on aura en tout 81h, ou 3 jours & 9 heures de différence entre les deux revolutions.

Par un ſemblable raiſonnement on trouvera que l'Inégalité annuelle du 5me Satellite de Saturne peut être d'environ 9 jours, ſur une année qui en vaut 30 des nôtres.

Le 1er Satellite de Jupiter, qui par ſa proximité du centre, & par le tems de ſa revolution, ne pourroit avoir qu'environ 18 heures d'Inégalité annuelle, ſe trouve encore en ce-

ci

* *Voy. la Fig. p. 139.*

ci tout à fait inferieur à tous les autres, & a ſenſiblement *o* d'Inégalité, par la circonſtance ſinguliere, & peut-être unique, de la commenſurabilité de ſa revolution avec celle de ſa Planete Principale. Ce que l'on verra aiſément ſi l'on compare entre eux les tems T, t, de la Formule ci-deſſus, p. 131. 132; la diviſion de l'un par l'autre donnant, à quelque ſeconde près, le rapport de 2448 à 1.

Je ne puis me diſpenſer ici d'avertir, qu'à l'égard de Jupiter & de ſes Satellites, j'ai plutôt déterminé ſon diametre en conſequence des Digreſſions & des diſtances de ſes Satellites, que je n'ai déterminé leurs diſtances par le veritable diametre qu'on doit lui attribuer. Il eſt vrai cependant, que les diſtances des Satellites de Jupiter ont preſque toûjours été données, & meſurées en diametres de la Planete, tant par feu M. *Caſſini*, que par les Aſtronomes les plus modernes: & c'eſt auſſi pour me conformer à cet uſage, que je les ai exprimées de même * dans les Calculs precedens. Mais comme je n'avois beſoin, pour le ſujet que je traite, que des diſtances des Satellites au centre de leurs revolutions, & que d'ailleurs le diametre de Jupiter qui en reſulte, differe peu de celui que les dernieres Obſervations lui donnent, je n'ai cherché qu'à bien déterminer ces diſtances. Car j'ai pris garde, que bien qu'il y ait une grande diverſité † entre les Aſtronomes touchant le diametre de Jupiter, & que depuis M. *Huigens*

* p. 129. † *V.* Chr. Kirchii *Diſquiſ. de Diam. Jovis Miſc. Berol. Contin.* 2. *p.* 150.

gens *, qui le fait de plus de 40 demi-diametres Terreſtres, il s'en trouve qui ne le font pas de 18, ou même de 17; ils s'accordent preſque tous néanmoins à donner les mêmes diſtances de ſes Satellites, en même proportion avec la Planete Principale, en même nombre de ſes diametres, & à peu près conformément à ce que feu M. *Caſſini* en avoit déterminé long-tems auparavant. Et cela ſans que les autres Elémens du Calcul, tels que les differentes diſtances moyennes qu'ils donnent de la Planete au Soleil, puiſſent rétablir l'analogie. Il eſt clair cependant que la diſtance des Satellites, celle du 4me, par exemple, ne ſauroit être ſujette aux mêmes apparences, & aux mêmes erreurs d'Optique, que le diametre de Jupiter. Car on ſait qu'une des principales difficultés pour déterminer le diametre de Jupiter, vient de l'extrême clarté, & d'une eſpece de rayonnement de cette Planete, qui font paroître ſon diſque un peu plus grand qu'il n'eſt. Or cette erreur doit influer d'autant moins ſur les Elongations du Satellite, qu'elles ſont plus grandes; parce qu'il n'eſt vû que comme un point lumineux, & que l'intervalle entre ce point & le diſque de la Planete, n'eſt diminué que par la ſeule clarté de ce diſque, & peut-être un peu par la ſienne propre, en raiſon arithmetique, & non autant de fois que cette diſtance contient de diametres de la Planete. Donc ſi M. *Caſſini* jugea le diametre apparent de Jupiter, dans ſa plus petite diſtance de la Terre, de 51″,

* *Cyſmotheo. p.* 101.

51'', qui donnent environ 22 demi-diametres Terreſtres, lorſqu'il détermina la diſtance du 4me Satellite de 12 ½ diametres de Jupiter; & ſi l'on trouve que cette détermination, que je ſuppoſe exacte, revient à 279 demi-diametres Terreſtres; quand par des inductions ou des obſervations particulieres au diſque de Jupiter, je viendrai à augmenter ou à diminuer ſon diametre, je dois changer en raiſon inverſe le nombre de ces diametres que j'aſſigne à la diſtance du Satellite, ſans changer l'angle apparent de ſes Digreſſions. Donc ſi, toutes choſes demeurant d'ailleurs les mêmes, je ne fais le diametre de Jupiter que de 18 demi-diametres Terreſtres, par exemple, je dois dire que ſon 4me Satellite eſt éloigné de ſon centre de 15 ½ de ſes diametres; ou au contraire, ſi je ſuppoſois avec M. *Huigens*, le diametre de Jupiter de 40 demi-diametres Terreſtres, il ne faudroit faire la diſtance de ſon 4me Satellite que d'environ 7 de ſes diametres, & toûjours de 279 demi-diametres Terreſtres, dans l'un & dans l'autre Cas. C'eſt ſur cette idée que je fais l'angle ſous lequel Jupiter ſeroit vû du Soleil à ſes moyennes diſtances, d'environ 40'', & de 22 demi-diametres Terreſtres, & que je ſuppoſe la plus grande Digreſſion de ſon 4me Satellite de 8' 26'', & de 279 demi-diametres Terreſtres. Et c'eſt moins par rapport au ſujet de ce Memoire, où une telle ſpéculation eſt peu eſſentielle, que je mets ici cette Remarque, que pour donner lieu à de nouvelles Obſervations, & à quelque éclairciſſement ſur cette matiere.

En

En attendant, j'ajoûterai qu'ayant observé plusieurs fois le paſſage du centre de Jupiter, & celui de ſon 4me Satellite dans ſes plus grandes Digreſſions, par les fils d'une excellente Lunette de 14 pieds, ſelon la Methode de *Borelli* *, le Calcul que j'en ai fait m'a redonné à peu près la diſtance que j'ai adoptée ci-deſſus.

Les Facilités des Satellites en vertu de leurs irregularités annuelles, quoi-que fort marquées en apparence, ne ſont pas cependant, à beaucoup près, auſſi conſiderables que celles qu'on tire de l'irregularité du mouvement apparent du Soleil aux Syzygies. Notre Lune a à peu près le même avantage à cet égard, que les derniers Satellites de Jupiter & de Saturne, qui ſont pourtant ceux qui en ont le plus. L'Inégalité annuelle du 4me Satellite de Jupiter eſt, comme nous avons vû †, de 3 jours 9 heur. & celle du 5me de Saturne de 9 jours : celle de la Lune n'eſt que de 7 heures dans le Cas le plus favorable ‡; mais comme ſon année ne vaut que la 12me partie de l'année de Jupiter & de ſes Satellites, & la 30me de celle de Saturne, les rapports de Facilité qui en reſultent doivent être compoſés des raiſons directes de 7^h à $3j$ $9^h = 81^h$, & 7^h à $9j = 216^h$, & des raiſons inverſes de 1^a à 12^a, & 1^a à 30^a; d'où il ſuit que la Facilité abſolue de la Lune à cet égard, ſera à la Facilité du 4me Satellite de Jupiter

$:: \overline{7 \times 12}. \overline{81 \times 1} :: 84. 81 :: 28. 27.$ & à celle du 5me Satellite de Saturne $:: \overline{7 \times 30}. \overline{216 \times 1} :: 210. 216 :: 35. 36.$

L'iné-

* *Theoriæ Mediceorum*, *l.* 2. *c.* 4.
† p. 140. ‡ p. 112.

L'inégalité annuelle des Satellites ne sauroit donc leur donner de preuve bien évidente de leur mouvement autour de la Planete Principale. Car, outre la difficulté en général d'avoir par observation le commencement précis de l'année, ou de telle autre époque, il est clair que cette sorte de preuve ne peut revenir que rarement, tant à cause de la longueur des années Solaires des Planetes Principales, que par le long intervalle, & le nombre de revolutions que peuvent exiger les retours des Satellites dans la position requise, selon la commensurabilité plus ou moins éloignée de leurs Orbites, & de leurs revolutions. Sans compter plusieurs circonstances, telles que l'obliquité de l'Ecliptique à l'axe de ces Planetes, & leurs Librations, si elles en ont comme la Lune, qui peuvent rendre leur année solaire très difficile à déterminer, si ce n'est par de grandes masses & de grandes Periodes. Au lieu que l'argument tiré du mouvement apparent aux Syzygies, se trouve par la grandeur de l'Inégalité, & par sa fréquence, très susceptible d'observation: Et rien n'est comparable à la retrogradation rapide que le premier Satellite de Jupiter voit dans le Soleil, en moins de deux en deux de nos jours.

Le premier Satellite de Jupiter demeurera donc, selon toute apparence, & toutes compensations faites, celui de tous les Corps Celestes qui nous sont connus, dont les habitans auroient la plus grande Facilité pour s'appercevoir du mouvement de leur Planete; & cela à cause du plus grand rapport de sa vîtesse propre à la vîtesse de sa Planete Principale, c'est-à-dire, par les mêmes circonstances, qui font la promptitu-

titude & la frequence de ſes Eclipſes dans l'Ombre de Jupiter, & qui l'ont rendu celui de tous les Corps Celeſtes qui donne à la Terre, & aux autres Planetes du Tourbillon, la plus grande Facilité pour connoître les Longitudes.

Tâchons, avant que de finir, d'approfondir encore un peu cette Théorie, & de la ramener à notre premier objet.

Tous les Satellites dont nous venons de parler, employent donc, comme on voit, d'autant moins de tems à faire leur revolution autour du centre commun & de la Planete Principale, qu'ils ſont plus près de ce centre. La Planete Principale elle-même eſt ſoûmiſe en partie à cette Loi; je dis en partie, parce que la Regle de *Kepler*, invariablement obſervée entre les differentes Planetes d'un même Tourbillon, ſouffre quelque exception à la ſurface de celle qui en occupe le centre. Cette ſurface ne tourne pas en auſſi peu de tems qu'elle devroit tourner en vertu de la Regle, & de ſa petite diſtance du centre commun des revolutions. Mais toûjours eſt-il certain, qu'elle tourne en moins de tems qu'aucune des Planetes ſecondaires qui circulent autour d'elle. Le premier Satellite de Jupiter, par exemple, celui de tous dont le mouvement eſt le plus prompt, employe 42 heures à faire ſa revolution autour de Jupiter. Jupiter, ſelon la Regle, devroit faire la ſienne ſur ſon propre centre en moins de 3 heures; il ne la fait qu'en un peu moins de 10, ce qui n'eſt pas encore le quart du tems employé par le premier Satellite, dont la diſtance du centre commun ne va pas à 3 diametres du globe de Jupiter. Le Soleil ſe trouve dans ce cas,

cas, eu égard aux Planetes Principales qui tournent autour de lui. Sa ſurface devroit faire une revolution entiere ſur ſon axe dans 3 heures ou environ, elle ne la fait qu'en 25$\frac{1}{2}$ jours. Mais la Planete de Mercure qui eſt la plus proche de toutes, & dont la diſtance n'eſt pas de 40 diametres Solaires, ne fait la ſienne autour de cet Aſtre qu'en 2 mois & 28 jours. Ce qui eſt conſtant, c'eſt qu'il n'y a pas deux Corps Celeſtes dans l'Univers connu, qui faſſent leurs revolutions en des tems égaux autour du même centre. Et c'eſt peut-être de toutes les abſurdités du ſyſtême de *Ptolomée* la plus grande, que l'égalité parfaite de mouvement diurne, qu'il attribue à tous les Aſtres autour de la Terre de 24 en 24 heures, malgré la prodigieuſe inégalité de leurs diſtances à ce centre commun.

Or je tire de là, ſi ce n'eſt une preuve, du moins une induction aſſés forte contre la nouvelle hypotheſe.

Car ſi la Terre tourne autour de la Lune, elle acheve donc ſa revolution périodique autour d'elle, dans un tems préciſément égal à celui que la Lune ſa Planete Principale employe à tourner ſur ſon propre centre. Ce qui eſt évident, puiſque la Lune nous preſente toûjours la même face, & un ſeul de ſes hemiſpheres. Nous ſuivrions donc ſon mouvement autour du centre, comme ſi nous étions attachés à la circonference d'une même roue, dont elle repreſenteroit le moyeu; & nous tournerions avec elle dans le même tems autour d'un centre commun, qui eſt le ſien en ce cas, quoi-que nous en ſoyons éloignés

de plus de 100 de ſes diametres. Je ne parle point de ſa Libration, qui ne fait rien à mon ſujet. Ce ſeroit donc là un exemple unique dans ce genre, une égalité de tems & de revolutions, entre la Planete Principale & ſon Satellite, où la ſuite des ſiecles n'auroit apporté ni laiſſé entrevoir la plus petite différence. Egalité ſuſpecte, pour ne pas dire abſolument contraire à la Loi générale, & à l'équilibre que gardent entre elles des couches du fluide ſi differentes, & ſi éloignées, dans un même Tourbillon.

Enfin nous ne devons pas omettre ici une circonſtance de même nature que la precedente, & qui s'eſt peut-être déja preſentée pluſieurs fois à l'eſprit du Lecteur; c'eſt que toutes les Planetes inconteſtablement Satellites & Secondaires ſont beaucoup plus petites que la Planete Principale autour de laquelle elles tournent, & que c'eſt-là le cas où ſe trouve la Lune à l'égard de la Terre. Ce ſont de ces preuves d'analogie & de convenance, qui ne ſauroient jamais conclure au préjudice des preuves directes, mais qui doivent être admiſes quand elles concourent toutes au même but.

La preuve tirée de la petiteſſe du globe Lunaire, en comparaiſon du nôtre, ne ſera donc pas d'un petit poids contre la nouvelle hypotheſe, après avoir été precedée des preuves directes & Aſtronomiques. Mais je ſuis fort trompé, s'il n'y a ici quelque choſe de plus que la ſimple convenance. Car quoique nous ne ſachions pas préciſément ce qui détermine le Tourbillon d'une Planete à être

de

de telle ou de telle grandeur, & à avoir telle ou telle force pour entraîner les corps durs ou fluides, qui le rencontrent dans la sphere de son activité; nous pouvons cependant presumer avec beaucoup de vrai-semblance, que dans le conflict de deux Tourbillons voisins, celui d'une Planete 50 ou 55 fois plus grosse qu'une autre, comme est la Terre par rapport à la Lune, a dû l'emporter sur le Tourbillon de celle-ci, le détruire, ou le contraindre à circuler avec lui en second.

Ce que doit faire à cet égard la grandeur proportionnelle des Tourbillons dans le système *Cartesien*, l'action respective des corps à raison de leurs masses le fera dans le système *Newtonien*. Car bien que, selon les principes de ce système, la densité du corps de la Lune soit plus grande que celle du globe terrestre, & en raison à peu près de 11 à 9; cependant comme son volume est tout au moins 50 fois plus petit, & que les quantités de matiere propre, ou les masses de deux corps, sont entre elles en raison composée de leurs densités & de leurs volumes, la Lune demeurera toûjours de moindre masse que la Terre, & sa quantité de matiere propre ne sera à celle de la Terre tout au plus que comme 1 est à 40. Ainsi elle devra toûjours ceder à l'action du globe Terrestre. Mais si nous voulons pénétrer plus avant dans l'esprit de ce système, qui n'est ici que la Théorie des *Forces Centrales*, nous trouverons que l'induction prise de la grosseur, ou de la masse de la Terre, à l'égard de celle de la Lune, peut devenir une veritable démonstration. Cette

Théorie bien entendue nous apprend qu'on ne peut pas dire en rigueur d'une Planete Principale, qui a une ou plusieurs Planetes Secondaires autour d'elle, qu'elles tournent l'une autour de l'autre. Car réellement elles ne tournent qu'autour de leur centre commun de Gravité. Et c'est ce centre, & non la Planete Principale, qui ne quitte jamais la Périphérie de l'Orbe annuel, & dont les rayons menés au Soleil ou au Foyer de cet Orbe qu'on suppose être une Ellipse, décrivent des Aires proportionnelles aux tems. Ainsi la Terre & la Lune, Jupiter & ses Satellites, le Soleil même & les Planetes de son Tourbillon, tournent reciproquement autour d'un pareil centre, soit qu'on les considere deux à deux, & séparément, ou en tel nombre qu'on voudra, & en total. Car il y a un centre commun général, qui est le seul point immobile du Tourbillon. Il faut donc entendre par un Corps Celeste quelconque qui tourne autour d'un autre, celui des deux qui est le plus éloigné du centre de Gravité commun, qui décrit une plus grande Courbe autour de ce centre, & qui, par cette courbe, renferme le second, & la courbe semblablement décrite par celui ci autour du même point. C'est-là, à parler exactement, ce qui constitue la Planete du second ordre & le Satellite. D'où l'on voit qu'il est essentiel à tout Satellite d'être plus petit, ou de moindre masse, que sa Planete Principale. Car les bras de levier qui sont les rayons descripteurs, & qui s'étendent de part & d'autre du centre de Gra-

Gravité commun, ſont entre eux en raiſon renverſée des maſſes, dont les centres propres ſont à l'extremité de ces bras. Et ce qui rend comme inſenſible le mouvement de la Planete Principale autour du centre commun, par rapport au mouvement de ſes Satellites, c'eſt la grandeur de ſa maſſe, ou plutôt la petiteſſe du bras de levier qui lui repond, & le peu de diſtance qu'il y a de ſon centre propre au centre commun. Cela poſé, & la ſuperiorité de maſſe de la Terre une fois admiſe, il eſt évident que la Lune doit décrire une plus grande courbe autour du centre de Gravité commun; ou, pour parler le langage ordinaire, il eſt évident qu'elle doit ſe mouvoir autour de la Terre, lui être exterieure, & la renfermer dans la Périphérie qu'elle décrit, en un mot être ſon Satellite.

Ce n'eſt pas ici le lieu d'examiner comment ce balancement mutuel de la Lune & de la Terre pourroit concilier l'explication du Flux & Reflux de la Mer, dans les principes de *Galilée*, avec les Phaſes & les mouvemens Lunaires; c'eſt ce que je ferai peut-être dans une autre occaſion. Il me ſuffit preſentement d'avoir montré qu'on ne ſauroit trouver aucune Loi de peſanteur, d'équilibre, ni de mouvement, dans l'Aſtronomie Phyſique, qui ne tende à ſubordonner la petite Planete à la grande, & à la faire tourner autour d'elle.

Voilà ce que j'ai penſé ſur ce ſujet, à l'occaſion de la nouvelle Diſſertation, qui établit pour principe le mouvement de la Terre autour de la Lune. L'Académie de Bor-

deaux, qui adjugea le prix à cet Ouvrage l'année derniere, & qui l'a rendu public avec éloge, nous avertit *, qu'*elle n'adopte pas les hypotheſes de toutes les Diſſertations qu'elle couronne. . .* & que *ſi elle n'adjugeoit le prix qu'à des ſyſtêmes nouveaux, établis ſur des preuves inconteſtables, elle auroit trop ſouvent le déplaiſir de ne pouvoir pas le diſtribuer; ce qui rendroit inſenſiblement inutile l'objet qu'elle ſe propoſe d'avancer le progrès des Sciences, en excitant l'émulation des Savans.* J'ai donc cru que cette celebre Compagnie, en couronnant la Diſſertation dont il s'agit, n'avoit pas ſeulement ſongé à en recompenſer le merite, mais qu'elle avoit encore voulu inviter ceux qui la liroient, à éclaircir une queſtion auſſi curieuſe & auſſi intereſſante que celle du mouvement de la Terre autour de la Lune. Ce n'eſt du moins que dans cet eſprit, que j'ai pris la plume contre cet article d'un Ouvrage dont je fais cas d'ailleurs, tant par lui-même, que par le ſort qu'il a eu dans une Compagnie à qui j'ai l'honneur d'appartenir comme membre, & dont je ſuis plus intereſſé que perſonne du monde à faire reſpecter les ſuffrages.

* *Edition de Bordeaux.*

O B-

OBSERVATIONS
SUR
UNE PAIRE DE CORNES
D'UNE GRANDEUR
ET FIGURE EXTRAORDINAIRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

IL y a plûſieurs années que Monſieur *Doyly*, homme fort curieux, & dont une certaine Etoffe d'Eté porte le nom, trouva dans une Cave, ou Magaſin, à *Wapping*, une paire de Cornes d'une grandeur extraordinaire, & d'une figure tout à fait étrange. Elles étoient aſſés gâtées, & les vers les avoient rongées fort avant dans la ſurface en divers endroits. Elles avoient été dans ce Magaſin ſi long-tems, que lorſque M. Doyly les acheta, perſonne ne put l'informer de quel pays elles étoient venues, ni en quel tems & de quelle maniere elles avoient été miſes là. Elles reſſembloient en diverſes choſes à des Cornes de Chevres, tellement que pluſieurs perſonnes les prirent pour des Cornes d'un Animal de cette eſpece, qui devoit probablement être auſſi grand en ſon genre, que le *Mouſe-deer*, eſpece de Cerf de l'Amerique. La Societé Royale ayant été informée de cette affaire,

faire, M. Hunt, alors leur Operateur, en fit un deſſein, & M. le Docteur Hook lut un Memoire là-deſſus à une des aſſemblées. Je crois que ce deſſein & ce Memoire ſe ſont perdus; mais je me ſouviens, qu'il conjectura que c'étoient les Cornes du *Sukotyro*, comme les Chinois l'appellent, ou *Sucotario*, bête très grande, & d'une figure tout à fait bizarre. *Nieuhof* fait mention de cette bête dans ſes Voyages aux Indes Orientales *, & il en donne la figure & la deſcription ſuivante: *Il eſt*, dit-il, *de la grandeur d'un grand Bœuf, ayant le muſeau approchant à celui d'un Cochon, deux oreilles longues & rudes, une queue épaiſſe & touffue. Les yeux ſont placés perpendiculairement dans la tête, d'une maniere tout à fait différente de ce qu'ils ſont dans d'autres Animaux. De chaque côté de la tête, tout proche des yeux, il ſort une longue Corne, ou plutôt une Dent, non pas tout à fait auſſi épaiſſe que la Dent d'un Eléphant. Il paît l'herbe, & eſt pris fort rarement.* Mais pour revenir, pluſieurs perſonnes allerent voir ces Cornes chés M. Doyly, & il en refuſa une bonne ſomme d'argent: mais quelque tems après l'ayant traité dans une maladie, fort à ſa ſatisfaction, il m'en fit preſent.

Elles ſont aſſés droites à une diſtance conſidérable de la baſe, & puis ſe courbant, elles vont inſenſiblement ſe terminer en pointe. Elles ne ſont pas rondes, mais un peu plattes comprimées, avec des *jours* ou ſillons larges & tranſverſaux ſur leur ſurface, ondées par deſſous. Elles ne ſont pas tout à fait

* *p.* 360. *de l'Edition Angloiſe.*

fait de la même grandeur: en ayant mesuré une (*Fig.* 1,) le long de sa circonférence, depuis le point *A* de la base *AB* jusqu'au point *D*, j'en trouvois la longueur *ACD* de six pieds six pouces & demi, mesure d'Angleterre; depuis *B* jusqu'à *D*, mesurant en droite ligne, il y avoit quatre pieds cinq pouces & un sixieme. Le diametre de la base *AB* étoit de six pouces & trois quarts, & la circonférence d'un pied cinq pouces. Elle pesoit 21 livres 10 onces, & contenoit dans sa cavité cinq quartes d'eau. Dans l'autre, (*Fig.* 2,) la circonférence *ACD* étoit de six pieds quatre pouces, la ligne *BD* de quatre pieds sept pouces, le diametre de la base *AB* sept pouces, & sa circonférence un pied six pouces. Celle-ci pesoit 21 livres treize onces & demi, & contenoit dans sa cavité quatre quartes d'eau & demi; mais elle en auroit contenu davantage, si elle n'avoit pas été fort rongée vers la base.

Le Capitaine d'un Vaisseau des Indes ayant vû ces Cornes, me dit qu'il avoit observé une grande espece de Bœufs dans les Indes, qui en portoient de semblables. Et plusieurs raisons me portent à croire que ce sont les Cornes d'une grande espece de Bœuf, ou de Vache, qui se trouve dans l'Ethiopie & d'autres Contrées au milieu de l'Afrique, & qui a été décrite par les anciens Ecrivains, quoi-que, ce qui doit paroître étrange, fort peu des Auteurs modernes en ayent fait mention.

Agatharchide le Cnidien, qui vécut autour de la CL. Olympiade, environ cent quatre-vingts ans avant la naissance de Jesus-Christ,

eſt le premier parmi les Anciens qui faſſe mention de ce Bœuf, grand & carnacier; il en donne une deſcription fort ample (dans les reſtes de ſon Traité de la Mer Rouge, conſervé par Photius dans ſa Bibliotheque *, & qui ont été pareillement imprimés avec ſa Vie dans les *Geographiæ veteris Scriptores Græci minores*, publiés par M. *Hudſon:*) & il paroîtra par ce qui ſuit, que la plupart des Auteurs qui ont vécu après lui, n'ont fait que le copier. (*A*) Je tranſcrirai ici tout le Chapitre où

* *p.* 364. *c.* 39.

REMARQUE.

(*A*) Cet Agatharchide fleuriſſoit principalement ſous Ptolomée Philometor: pluſieurs Ecrivains anciens font mention de lui, comme d'un Hiſtorien & Philoſophe Peripateticien, M. le Clerc (Hiſtoire de la Medecine, p. 327.) le range parmi les Medecins de ce tems-là, quoique ce n'étoit pas proprement ſa profeſſion, mais parce que dans ſon hiſtoire il parle d'une maladie dont Hippocrate ni les autres Medecins qui l'ont precedé, n'ont rien dit. Nous ſommes redevables de cette Obſervation à Plutarque, qui nous informe, ſur l'autorité d'Agatharchide, *que les peuples qui habitent autour de la Mer Rouge, parmi d'autres maladies étranges auxquelles ils ſont ſujets, ſont ſouvent tourmentés de certaines petits Dragons, ou petits Serpens, qui ſe trouvent dans leurs jambes ou dans leurs bras, & leur mangent ces parties. Ces Animaux montrent quelquefois un peu la tête, mais ſitôt qu'on les touche, ils rentrent, & s'enfoncent dans la chair, où s'y tournant de tous côtés, ils y cauſent des inflammations inſupportables.* Plutarque ajoûte, qu'avant le tems de cet Hiſtorien, ni même depuis, perſonne n'avoit rien vû de ſemblable en d'autres lieux. C'eſt certainement le Dragonneau ou Vena Medeni des Auteurs Arabes (dont voyés mon Hiſtoire Naturelle de la Jamaïque, vol. I. Introd. pag. CXXVI. & Vol. II. pag. 190. Tab. 235.) qu'Agatharchide décrit ici, maladie qui ſubſiſte encore aujourd'hui, non ſeulement parmi les Peuples dont il eſt parlé ici, mais auſſi ſur les Côtes de Guinée, & dans les parties méridionales de la Perſe,

où il traite de cet Animal, selon la traduction de Laurentius Rhodomannus. *De Tauro Carnivoro. Omnium, quæ adhuc commemoravi, immanissimum & maximè indómitum est Taurorum genus, quod carnes vorat, magnitudine crassius domesticis, & pernicitate antecellens, insigniter rufum. Os ei ad aures usque deductum. Vivus glauco colore magis rutilat quam Leoni. Cornua aliàs non secus atque aures movet, sed in pugna, ut firmo tenore consistant, facit. Ordo pilorum inversus, contra quam aliis animantibus. Bestias etiam validissimas aggreditur, & ceteras omnes venatur, maximeque greges incolarum infestos reddit maleficio. Solum est arcu & lancea invulnerabile. Quod in causa est, ut nemo id subigere, (quamvis multi id tentarint) valueris. In fossam tamen aut similem ei dolum, si quando incidit, præ animi ferocia citò suffocatur. Ideo rectè putatur, etiam a Troglodytis, fortitudine Leonis, & velocitate Equi, & robore Tauri præditum, ferroque cedere nescium.* Diodore de Sicile, dans le troisieme livre de sa Bibliotheque, n'a fait que copier Agatharchide, même jusqu'à se servir, à peu de chose près, de ses propres paroles: Il a ajoûté néanmoins les particularités suivantes; que ses yeux reluisent de nuit; qu'après avoir tué d'autres bêtes, il les devore; & que ni la force & le courage des Bergers, ni le grand nombre de Chiens, ne sont capables de l'effrayer quand il attaque des troupeaux de Bêtail. Le passage suivant qui a du rapport au même Animal, est tiré de Strabon *. *Sunt & ibidem* (in Arabia) *Tauri feri ac qui car-*

* *Geogr. l. XVI. p. 77. Ed. Casaub.*

carnem edant, noſtros & magnitudine & celeritate longe ſuperantes, colore rufo. Pline * paroît auſſi avoir copié Agatharchide. Ses paroles ſont: *Sed atrociſſimos habet* (Æthiopia) *Tauros Sylveſtres majores agreſtibus, velocitate ante omnes, colore fulvos, oculis cœruleis, pilo in contrarium verſo, rictu ad aures debiſcente juxta cornua mobilia, tergori duritia ſilicis omne reſpuens vulnus. Feras omnes venantur, ipſi non aliter quam fovea capti feritate ſemper intereunt.* Le même Auteur (dans le 45me Chapitre du VIIIe Livre de ſon Hiſtoire naturelle) fait mention d'une eſpece de Bœufs d'Inde: *Boves Indici, quibus Camelorum altitudo traditur, cornua in latitudinem quaternorum pedum.* Il eſt très probable, que ces Bœufs d'Inde ſont les mêmes avec ceux d'Ethiopie décrits ci-deſſus, principalement ſi on ſuppoſe que les Copiſtes de Pline ont écrit *latitudinem*, au lieu d'*altitudinem*. *Solinus* † n'a fait que copier Pline, avec cette ſeule différence, qu'il les appelle *Indicos Tauros, Taureaux des Indes*, au lieu que Pline lui-même les décrit parmi les Animaux d'Ethiopie. Ceci ne doit pas pourtant paroître étrange, quand on conſidere auſſi que l'Ethiopie a été comprise parmi les Indes par quelques Auteurs anciens. La deſcription qu'Elien donne de ces Animaux ‡ eſt parfaitement conforme à celle d'*Agatharchide*, & il ſemble l'avoir empruntée de lui: Il en fixe la grandeur au double de la grandeur des Bœufs ordinaires de la Grece. Il y a un au-

* *Hiſtor. Nat. lib. VIII. cap. XXI.*
† *Polybiſt l. II. cap. ... p. 58. Ed. Salmaſ.*
‡ *Hiſtor. Anim. lib. XVII. c. 45.*

autre passage dans Elien *, qui semble avoir du rapport à cette grande espece de Bœufs d'Ethiopie, aussi-bien qu'aux grandes Cornes décrites ci-dessus. Ses paroles sont: *Ptolomæo secundo ex Indiâ cornu allatum ferunt, quod tres amphoras caperet: unde conjicere possimus bovem illum, à quo ejusmodi tantum cornu extitisset, maximum fuisse. Ludolf* dans son Histoire d'Ethiopie †, parlant de ces grands Bœufs Ethiopiens, conjecture que ce sont les *Taurelephantes* que Philostorgius le Cappadocien ‡ dit avoir vû à Constantinople de son tems. Les paroles de Philostorgius, citées par Ludolf §, sont: *Habet & Terra illa maximos & vastissimos Elephantes; imo & Taurelephantes, ut vocantur, quorum genus quoad cætera omnia bos maximus est, corio verò coloreque Elephas, & ferme etiam magnitudine.*

Il paroît des passages que je viens de citer, qu'il y a en Ethiopie (& selon toutes les apparences aussi dans les Contrées méditerranées de l'Afrique, où fort peu de Voyageurs ont jamais penetré) une très grande espece de Bœufs, pour le moins deux fois aussi grands que nos Bœufs ordinaires, avec des Cornes d'une grandeur proportionnée, quoi-qu'autrement ils en different en bien des choses. Je ne saurois nier que les relations que les anciens Ecrivains nous ont laissé des choses extraordinaires, ne peuvent pas toûjours être passées sans restriction, le fabuleux y étant fort

* *Histor. Anim. lib. III. c. XXXIV.*
† *Lib* 1. *c.* 10.
‡ *Lib III. c.* 11.
§ *Comment. ad Histor. Æthiop. p.* 145.

fort ſouvent mêlé avec ce qui eſt vrai. Mais quant à cette grande eſpece de Bœufs, il y a quelques Auteurs modernes, qui nous aſſûrent qu'il y a un pareil Animal dans ce pays-là, quoi-qu'aucun, que je ſache, ne nous en aye donné une deſcripton aucunement ſatisfaiſante. *Ludolf* dans ſon Hiſtoire d'Ethiopie *, remarque qu'il y a dans ce pays-là des Bœufs d'une grandeur extraordinaire, deux fois auſſi grands que les Bœufs de Hongrie & de la Moſcovie; & qu'ayant montré quelques Bœufs d'Allemagne des plus grands à Gregoire Abyſſinien, (les écrits & la converſation duquel lui fourniſſoient les Memoires pour cet Ouvrage) il en fut aſſûré, qu'ils n'étoient que d'une grandeur moyenne à comparer à ceux de ſon pays. Il eſt fait mention auſſi dans divers endroits de Lettres des Jeſuites, de la grandeur de ces Bœufs; & le même Ludolf † cite le paſſage ſuivant, tiré d'une Lettre d'*Alphonſe Mendez*, Patriarche d'Ethiopie, datée le 1. Juin 1626: *Buoi grandiſſimi, di corne ſmiſuramente groſſe è lunghe, talmente que nella corna di ciaſcuno di eſſe potea capire un otre piocolo di vino*: c'eſt-à-dire, *des Bœufs très grands, avec des Cornes ſi longues & ſi épaiſſes, que chacune pourroit contenir un petit* uter *de Vin*. Bernier, dans ſa relation des Etats du Grand-Mogol ‡, remarque que parmi pluſieurs preſens qui devoient être preſentés par deux Ambaſſadeurs de l'Empereur d'Ethiopie, à *Aureng Zeb*, il y avoit une Corne de Bœuf prodigieuſe, remplie de Civette; que l'ayant

* *Lib.* 1. *c.* 10.
† *Comment. in Hiſt. Æthiop.*
‡ *Tome II. p.* 43.

l'ayant mesurée, il trouva que la base avoit demi-pied en diametre. Il ajoûte que cette Corne, quoi-qu'elle fût apportée par les Ambassadeurs à *Debli*, où le Grand-Mogol tenoit alors sa Cour, ne lui fut pas pourtant presentée, parce que se trouvant courts d'argent, ils avoient vendu la Civette longtems avant que de venir là.

Après tout, il me paroît fort probable, que les Cornes que j'ai dans ma Collection, décrites ci-dessus, comme aussi la Corne dont Bernier fait mention, sont les Cornes d'une très grande espece de Bœufs ou de Vaches, qui se trouve en Ethiopie, & autres Contrées méditerranées d'Afrique, & qui a tant de rapport au *Taureau* Carnivore, décrit par Agatharchide, Pline, & les autres Ecrivains anciens mentionnés ci-dessus, qu'il paroît que ce soit le même. Mais je ne saurois déterminer si c'est précisément le *Sucotorio*, ou *Sukotyro* de Nieuhof, la description qu'il donne de cet Animal n'étant pas assés étendue pour cela, quoi-qu'il y aye lieu de croire que ce soit le même. *Gesner* * parle, & nous donne la figure d'une Corne fort grande, qu'il dit avoir vû suspendue à une des colomnes dans la Cathedrale de Strasbourg, & qui paroît être de la même espece avec les Cornes en question. Il dit, que l'ayant mesurée le long de la circonférence exterieure, il trouvoit qu'elle avoit quatre verges romaines en longueur, & il conjecture que ç'avoit été la Corne d'un grand & vieux *Urus*, que vraisem-

* *Icon. Anim. Quadr. Ed.* 2. *Tigur.* 1560. *p.* 34.

ſemblablement on avoit ſuſpendue là à cauſe de ſa grandeur extraordinaire, peut-être deux ou trois cens années avant ſon tems. Finalement, quant aux Cornes qui ſe trouvent dans ma Collection, la conjecture qui me paroît la plus vrai-ſemblable, eſt, que du tems que les Anglois avoient un grand commerce à *Ormus*, elles furent portées là avec quelques autres marchandiſes, & enſuite envoyées ou apportées en Angleterre par quelque perſonne curieuſe.

OBSERVATIONS

SUR LE MELANGE

DE

QUELQUES HUILES ESSENTIELLES

AVEC

L'ESPRIT DE VIN.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

DANS les différentes operations que j'ai eû à faire ſur les Huiles Eſſentielles, j'en ai mêlé pluſieurs avec l'Eſprit de Vin; & l'examen de ce mêlange m'ayant fait connoître que ces deux liqueurs produiſoient un refroidiſſement aſſés ſenſible, j'ai crû que je pouvois communiquer mes Obſervations ſur

ce

ce Phénoméne, qui m'a paru nouveau.

Comme l'Eſprit de Vin eſt une Huile éthérée très inflammable, & que d'un autre côté les Huiles Eſſentielles ſont des Soufres exaltés, ſi prêts à prendre feu, qu'il ne faut qu'un eſprit acide pour les allumer ſubitement & avec exploſion, ainſi que je l'ai fait voir l'année derniere; je ne pouvois préſumer que le mêlange de ces Huiles avec l'Eſprit de Vin dût occaſionner aucune ſorte de froid réel, puiſque c'eſt joindre, pour ainſi dire, deux feux enſemble. J'eus donc recours au Thermometre qui donne en pareil cas la preuve la plus exacte & la plus déciſive; & en le plongeant dans le mêlange de l'Eſprit de Vin avec différentes Huiles Eſſentielles, je vis ſa liqueur deſcendre très ſenſiblement. La ſingularité de ce fait meritant d'être confirmée par des experiences variées, je vais, dans la ſuite de ce Memoire, rendre compte de celles que j'ai faites.

Un Phénomene tout oppoſé, ſur lequel j'ai donné des Obſervations en 1713, n'eſt pas moins ſurprenant; c'eſt que l'Eſprit de Vin, qui paroîtroit devoir être temperé par le mêlange de l'Eau pure, s'échauffe au contraire très vivement avec elle, & fait monter la liqueur du Thermometre à une hauteur très conſidérable.

Ces deux Phénoménes méritent aſſûrément quelque attention; car il ne paroît pas naturel que des Soufres exaltés produiſent du froid en s'uniſſant, & que l'eau jointe à l'un de ces Soufres, échauffe au lieu de refroidir. C'eſt auſſi une ſingularité remarquable, que

que l'eau ne produiſe pas ſur les Huiles Eſſentielles ce que j'ai fait voir qu'elle opere ſur l'Eſprit de Vin.

Avant que de riſquer des conjectures pour expliquer ces Phénomenes, je vais donner les faits tels que je les ai obſervés.

J'ai pris de l'Huile rectifiée de Terebenthine, je l'ai verſée ſur de l'Eſprit de Vin où elle a eû de la peine à ſe diſſoudre; quoi-que la bonne Terebenthine, toute groſſiere qu'elle eſt, s'y diſſolve parfaitement, mêlée à parties égales. L'une & l'autre blanchiſſent d'abord l'Eſprit de Vin, auquel elles s'uniſſent en les agitant enſemble, & la Terebenthine reſte toute entiere unie à l'Eſprit de Vin, auſſi-bien que la réſidence de ſon Huile Eſſentielle après la rectification; mais cette même Huile Eſſentielle rectifiée ne ſe joint à cet eſprit qu'en petite quantité, puiſque dans une once d'Eſprit de Vin, il ne peut s'en diſſoudre qu'un gros trois grains, & que le ſurplus s'en ſépare en ſe précipitant. On voit par-là, que plus une Huile eſt ſubtile, moins elle eſt diſpoſée à ſe joindre à l'Eſprit de Vin, & que cette union ſe fait plus aiſément avec des matieres ſulphureuſes plus groſſieres.

C'eſt en obſervant ce qui ſe paſſoit dans ces mêlanges, que je remarquai ce froid aſſés ſenſible dont j'ai parlé. Pour m'en aſſûrer avec exactitude, je plongeai un Thermometre dans chacune de ces liqueurs ſéparément, & je trouvai que dans l'une & dans l'autre il s'arrêtoit à la même hauteur. En effet, j'ai éprouvé que les liqueurs, qu'on appelle chaudes ou froides, à cauſe de leurs différentes pro-

proprietés pour l'uſage interieur, ont toutes le même degré exterieur de chaud ou de froid, pourvû qu'elles ayent été ſuffiſamment expoſées à l'air libre. Je fis enſuite un mélange de deux onces d'Eſprit de Vin & d'autant d'Huile rectifiée de Terebenthine, j'y plongeai le même Thermometre; & au moment que ces deux liqueurs s'uniſſoient, je vis deſcendre la liqueur du Thermometre d'une ligne & demie. Ayant fait un autre mélange avec une Huile moins rectifiée, à même poids, le Thermometre deſcendit de deux lignes à deux lignes & demie. Enfin dans le mélange de la Terebenthine elle-même avec l'Eſprit de Vin à parties égales & au poids de deux onces chacun, le Thermometre deſcendit encore au-deſſous.

Le mélange d'une once de Camphre avec une once du même Eſprit de Vin, fit baiſſer la liqueur du Thermometre de quatre juſqu'à quatre lignes & demie.

En faiſant le même eſſai ſur d'excellent Baume de Copahü, mêlé avec l'Eſprit de Vin, au poids de deux onces chacun, le Thermometre eſt deſcendu de trois lignes & demie, quoique dans ce mélange le Baume n'ait pas été entierement diſſous, puiſqu'il s'eſt ſéparé enſuite, pour la plus grande partie, d'avec l'Eſprit de Vin.

L'Eſſence de Lavande mêlée de même avec l'Eſprit de Vin, à parties égales, & au poids d'une once, s'y joint très intimément, & ne produit aucun changement au Thermometre.

L'Huile de Citron ſe diſſout dans l'Eſprit de

de Vin, presque aussi difficilement que l'Huile rectifiée de Terebenthine ; & mêlée avec cet Esprit au poids d'une once chacun, elle fait baisser le Thermometre de deux lignes & demie.

L'Huile Essentielle d'Anis, qui, comme on le sait, a la proprieté de se figer en forme de Cristaux dans les tems froids, s'unit pour l'ordinaire assés intimément avec l'Esprit de Vin, & étant mêlée avec cet Esprit à même dose, elle fait baisser la liqueur du Thermometre de quatre à cinq lignes.

L'Essence de Limette, dont une once d'Esprit de Vin ne dissout que trois Dragmes & demie, fait descendre le Thermometre de trois lignes.

L'Huile Essentielle de Girofle se mêle parfaitement avec l'Esprit de Vin, mais elle ne produit aucun changment à la hauteur du Thermometre.

Toutes ces différentes observations meritoient d'être comparées aux experiences dont j'ai parlé dans mon Memoire de 1713, du mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin : je les ai repetées cette année, & j'ai plongé un Thermometre dans ce mêlange, qui en a fait monter la liqueur de treize lignes. J'ai fait aussi ces experiences sur d'autres liqueurs aqueuses, mais chargées de parties salines, pour observer ce qui en resulteroit. J'ai choisi d'abord l'Urine, qui est en même tems huileuse & saline, mais où l'Huile & le Sel nagent dans une grande quantité de flegme. En la mêlant avec l'Esprit de Vin, le Thermometre n'a monté que de dix lignes ; ainsi la par-

partie huileuſe & ſaline paroît ôter, dans l'Urine, à la partie purement aqueuſe, une faculté d'augmenter la chaleur, qui, meſurée par le Thermometre, ſe trouve de trois lignes.

Le mêlange de l'Eſprit de Vin avec le Vinaigre diſtillé à pareille doſe, ou avec le Vin lui-même, a produit un effet ſemblable au precedent ſur le Thermometre.

Sachant que le Sel Ammoniac mêlé avec l'eau ſimple, en rallentit le mouvement de fluidité, & qu'il fait baiſſer conſidérablement la liqueur du Thermometre, j'ai voulu voir quel ſeroit ſon effet en le mêlant avec l'Eſprit de Vin. J'ai jetté un gros de ce Sel en poudre ſur une once de cet Eſprit, où le Thermometre étoit déja plongé; ce qui l'a fait deſcendre d'une ligne & demie. Mais comme une liqueur ſi ſpiritueuſe eſt peu propre à diſſoudre ce Sel, j'ai verſé par deſſus une once d'eau. J'avois lieu de croire que par cette addition de flegme les Sels étant plus diſſous, ils feroient baiſſer encore la liqueur du Thermometre: cependant tout le contraire eſt arrivé, & la liqueur eſt remontée de ſept lignes & demie; effet qu'on ne peut attribuer, à ce que je crois, qu'au mêlange de l'Eau avec l'Eſprit de Vin; & comme ce mêlange, s'il eût été d'eau ſeule & ſans l'addition précédente du Sel Ammoniac, auroit dû faire monter la liqueur du Thermometre à treize lignes & demie, on voit par cette experience, que la diſſolution de ce Sel ſuſpend l'effet du mêlange de l'eau ſeule, de la quantité de cinq lignes & demie. Cette diſſolution

tion agit donc plus puiſſamment que l'Urine, qui, toute ſaline qu'elle eſt, laiſſe monter la liqueur du Thermometre juſqu'à la hauteur de dix lignes, quand on la mêle avec l'Eſprit de Vin.

Le Sel volatile Ammoniac étant plus aiſé à diſſoudre par l'Eſprit de Vin dont il eſt déja penetré, a fait deſcendre le Thermometre de trois lignes, au lieu que le Sel Ammoniac ſimple ne l'avoit fait deſcendre que d'une ligne & demie.

Il paroît par toutes ces Obſervations, que les liqueurs empreintes de Sels, étant mêlées avec l'Eſprit de Vin, cauſent un rallentiſſement du mouvement, & par conſéquent une diminution de chaleur; d'où il eſt naturel de conjecturer que les Huiles Eſſentielles étant chargées de parties ſalines, comme je l'ai fait voir, doivent rallentir le mouvement de l'Eſprit de Vin dans lequel on les mêle, & faire baiſſer par conſéquent la liqueur du Thermometre.

Pour rendre raiſon du Phénomene oppoſé, qui eſt la chaleur du mêlange de l'Eau avec l'Eſprit de Vin, il faut conſidérer que dans le mêlange de deux liqueurs, ou elles s'uniſſent en agiſſant l'une ſur l'autre, ou elles s'uniſſent ſans action. Or dans le mêlange de l'Eau avec l'Eſprit de Vin, ces deux liqueurs ſe penetrant mutuellement & avec beaucoup de vîteſſe, il arrive que les Soufres contenus dans l'Eſprit de Vin produiſent en ſe dé elopant une effervescence qui fait monter la liqueur du Thermometre de plus d'un pouce.

J'ai

J'ai fait remarquer que l'Huile Eſſentielle de Lavande & celle de Geroſle, ce qui peut auſſi arriver à quelque autre, s'uniſſoient à l'Eſprit de Vin, ſans exciter ni chaud ni froid ſenſible, puiſqu'il n'arrive aucun changement dans le Thermometre. On en peut inférer que ces liqueurs ſe mêlent enſemble ſans action reciproque, comme l'Eau & le Vin, dont les parties en s'uniſſant ne font que ſe placer les unes auprès des autres : ainſi il n'arrive ni condenſation ni raréfaction. Les Sels de ces ſortes d'Huiles Eſſentielles, qui pourroient produire une eſpece de condenſation, ne ſont pas apparemment aſſés abondans ou aſſés diſſous pour le faire ; & comme les Soufres ne ſe développent point, parce que les liqueurs mêlées n'ont aucune action l'une ſur l'autre, ils ne produiſent non plus aucune raréfaction.

A l'égard de l'Huile d'Anis qui ſe mêle aſſés intimément avec l'Eſprit de Vin, & dont le mêlange fait deſcendre la liqueur du Thermometre de cinq lignes ou environ, il paroît que les Soufres étant fortement condenſés par les Sels abondans dans cette Huile, ne peuvent ſe développer dans ſon union avec l'Eſprit de Vin, qui eſt lui-même condenſé par ces mêmes Sels ; ce qui produit le degré de froid qui fait deſcendre le Thermometre ſi conſidérablement.

Que l'eau ne produiſe pas dans ſon mêlange avec les Huiles Eſſentielles la même effervescence qu'avec l'Eſprit de Vin, la raiſon en paroît aſſés claire. C'eſt que l'Eau & l'Huile Eſſentielle ne s'uniſſent jamais : quel-

que agitation qu'on leur donne, elles ne ſe penetrent point; & comme les Huiles Eſſentielles ſont ou plus legeres ou plus peſantes que l'eau, elles s'en ſéparent, ou en ſurnageant, ou en ſe précipitant au fond.

L'Eſprit de Vin au contraire, quoi-que plus leger que l'eau, en eſt facilement penetré. Outre l'experience qui doit nous en convaincre, il faut conſidérer qu'il eſt un Soufre d'une autre nature que les Huiles Eſſentielles; & j'ai fait voir dans mon Memoire de 1718 que le Soufre de l'Eſprit de Vin le plus rectifié nage dans une très grande quantité de flegme, de même nature, de même poids & de même ſaveur que l'eau pure. Il n'eſt donc pas étonnant que l'Eau & l'Eſprit de Vin s'uniſſent ſi parfaitement, & que ces deux liqueurs ſe penetrent mutuellement. Les Huiles Eſſentielles au contraire contiennent un Soufre beaucoup moins étendu par le flegme que ne l'eſt celui de l'Eſprit de Vin; auſſi ſont-elles impenetrables à l'eau, & par conſéquent incapables de ſe mêler avec elle.

TROISIEME MEMOIRE SUR LA GONIOMETRIE PUREMENT ANALYTIQUE

Par M. DE LAGNY. *

APRÈS ce que j'ai donné dans les Memoires de 1724 & 1725, sur les mesures purement Géometriques & purement Analytiques des Arcs de Cercle & des Angles rectilignes mesurés par ces Arcs; il ne reste plus, pour épuiser entierement cette partie de la Goniometrie, qu'à ajoûter les trois articles suivans.

1° La Formule generale & exemplaire qui represente seule tous les Termes infinis en nombre de la Serie Goniometrique, & qui peut les former.

2° La Formule exemplaire d'approximation indéfinie, terminée à chaque Terme de la même Serie. Ensorte que l'on puisse toûjours savoir promptement & précisément à quel Terme on doit s'arrêter pour approcher de la valeur de l'angle cherché à moins d'une cent-milliéme, d'une millionieme, d'une cent-millionieme, &c. près, & en general à moins d'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, & par

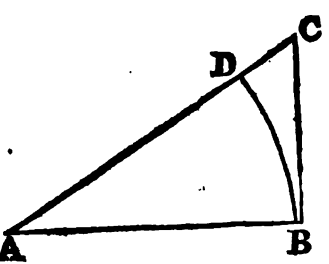
* 9 Juillet 1727.

par conſéquent auſſi l'arc à moins d'une partie aliquote quelconque du cercle, à moins de $\frac{1}{16}$ ou entre $\frac{1}{16}$ & $\frac{1}{n+1}$ de ce même cercle; on enfin ſuivant l'expreſſion ordinaire, à moins d'un degré, d'une minute, d'une ſeconde, d'une tierce, &c. Ce ſecond Article eſt eſſentiel pour la pratique.

3° Enfin il faut déterminer les *Maximum* & les *Minimum* du Calcul Goniometrique. Ce dernier Article eſt le plus curieux, par rapport à la Théorie. J'ajoûterai par occaſion une nouvelle Méthode de Calcul integral pour les Series infinies & incomplexes, fondées ſur la comparaiſon de l'ante-infinitieme terme avec l'Infinitieme. *Ce ſera le ſujet d'un autre Memoire.*

ARTICLE PREMIER.

Soit le rayon ou demi-diametre du Cercle $AB = 1$.



Soit l'Arc de Cercle $BD = 1\,x$ meſure de l'angle BAC, cherché médiatement ou immédiatement, & ſoit ſa Tangente $BC = \frac{1}{r+1} = \frac{1}{R}$. *Voyés la Figure ci à côté.* Je ſuppoſe que, ſuivant les préparations préliminaires don-

données dans les Memoires de 1725, cet angle cherché eſt toûjours moindre que la ſixieme partie de l'angle droit, ou que de 15 degrés, & que par conſéquent R eſt toûjours neceſſairement plus grand que $2 + \sqrt{3}$. Cette Remarque eſt neceſſaire pour déterminer le *Maximum* du Calcul Goniometrique, parce que c'eſt le Cas où le rayon étant $= 1$, la Tangente eſt $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ou $2 - \sqrt{3}$. Et c'eſt la plus grande Tangente qui ſoit poſſible dans le Triangle ſubſidiaire.

Or en ſubſtituant $r + 1$, & ſes puiſſances au lieu de R, & de ſes puiſſances, j'aurai cette Equation en Serie toute poſitive, ſans aucun mêlange des Signes $+$ & $-$, comme il y en a dans ma premiere & ancienne Serie, j'aurai, dis-je, cette nouvelle Equation, qui eſt en ce ſens plus commode pour le Calcul, ſavoir $x = \frac{3rr+6r+2}{1\times 3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{5\times 7R^7} + \frac{11rr+22r+2}{9\times 11R^{11}}$, &c. à l'infini, ou $x = \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, &c. à l'infini.

Je dis preſentement, que ſi l'on déſigne par $n + 1$, l'Expoſant de chaque terme de cette Serie, l'on aura cette derniere Equation en Formule exemplaire.

$$x = \frac{\overbrace{\overbrace{\overbrace{rr + 8a + 6}^{4a+3}}^{r+2}}^{4a+3}}{4a+3 \times 4a+1 \times R^{4a+3}},$$

$$\text{ou } x = \frac{\overbrace{\overbrace{\overbrace{rr + 8a + 6}^{4a+3}}^{r+2}}^{4a+3}}{16aa + 16a + 3 R^{4a+3}}.$$

Car en substituant dans cette derniere Formule exemplaire les valeurs de a, successivement égale à 0, à 1, à 2, à 3, &c. à ∞, l'on aura successivement tous les Termes de la Serie ci-dessus, $\frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, &c. à l'infini: Ainsi supposant $a=0$, l'on aura

$$4a + 3 = 3$$
$$8a + 6 = 6$$
$$16aa + 16a + 3 = 3.$$

Et par conséquent le premier Terme sera $\frac{3rr+6r+2}{3R^3}$. Ensuite supposant $a=1$, l'on aura

$$4a + 3 = 7$$
$$8a + 6 = 14$$
$$16aa + 16a + 3 = 35 = 16 + 16 + 3.$$

Et par conséquent le second Terme sera $\frac{7rr+14r+2}{35R^7}$.

Et

Et ſuppoſant $a=2$, l'on aura

$$4a+3=11$$
$$8a+6=22$$
$$16aa+16a+3=99=64+32+3.$$

Et par conſéquent le 3me Terme ſera $\frac{121rr+22r+2}{99R^{11}}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

Enfin ſi l'on ſuppoſe $a=\infty$, l'on aura

$$4a+3=4\infty+3$$
$$8a+6=8\infty+6$$
$$16aa+16a+3=16\infty^2+16\infty^1+3.$$

Et par conſéquent le penultieme ou l'ante-infinitieme terme ſera $\frac{4\infty+3\left\{\begin{matrix}rr+3\infty+6\left\{\begin{matrix}r+2\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.}{16\infty^2+16\infty^1+9\times R^4\infty+3}$

& l'infinitieme ſera $\frac{4\infty+7\left\{\begin{matrix}rr+8\infty+24\left\{\begin{matrix}r+8\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.}{16\infty^2+48\infty^1+35\times R4\infty+9}$

REMARQUE I.

Chacun de ces deux Termes eſt infiniment petit, parce que le Dénominateur dans chacun eſt infiniment plus grand que le Numerateur correſpondant, & d'ailleurs ces deux Termes ſont *indéfiniment* égaux, n'y ayant d'inégalité dans les Numerateurs & les Dénominateurs que par des Infiniment petits du 1er & du 2d genre. Il eſt vrai (dans un ſens de calcul infinitaire) que ces deux derniers Termes, ſavoir

l'ante-infinitieme & l'infinitieme, ſont chacun infiniment petits; mais il n'eſt pas moins vrai, dans ce ſens, que le pénultieme terme eſt au dernier comme R^4 eſt à 1 indéfiniment.

REMARQUE II.

Il eſt abſolument impoſſible d'integrer analytiquement, exactement & en general la Formule exemplaire ci-deſſus, par aucune Equation d'un degré fini & déterminé, non plus que ſes deux Converſes, lorſque x étant exprimé par $x = \frac{4a+3\left\{rr+\frac{8a+6}{r+2}\right\}}{16aa+16a+3\times R^{4a+3}}$, ſuppoſé donné avec le rayon, l'on demande la Tangente, ou que x étant ſuppoſé donné avec la Tangente, l'on demande le rayon; c'eſt-à-dire que le rapport du rayon à la Tangente d'un Arc étant donné, ou en nombres ou en Equation numerique finie & déterminée quelconque, il eſt impoſſible de trouver une Equation numerique qui exprime le rapport de ce rayon & de cette Tangente à l'Arc correſpondant. Il eſt par conſéquent impoſſible de reſoudre ce Probleme géometriquement par l'interſection de deux Courbes Géometriques; & de même le rapport du rayon à l'Arc étant donné ou ſuppoſé donné en nombres quelconques ou en Equation numerique quelconque, il eſt impoſſible de déterminer ni en nombres ni en Equation numerique quelconque la Tangente correſpondante à cet Arc, ni le rap-

rapport de cet Arc à la circonference entiere. Enfin il eſt de même impoſſible (le rapport de l'Arc à ſa Tangente étant donné ou ſuppoſé donné) de trouver en nombres ni en Equation numerique quelconque le rapport du rayon à cette Tangente, ni de l'Arc à la circonference entiere.

* DEMONSTRATION.

Il eſt impoſſible de déterminer exactement & analytiquement par une ſeule & même Equation d'un degré déterminé, les rapports des Tangentes des Arcs ſimples aux Tangentes des Arcs doubles, triples, quintuples, &c. des Arcs ſous-doubles, ſous-triples, ſous-quintuples, &c. ni à plus forte raiſon les rapports en general en raiſon donnée quelconque de nombre à nombre. Car il faut une Equation ou Formule du 2d degré pour les Tangentes des Arcs doubles ou ſous-doubles; il faut une Equation ou Formule du 3me degré (même dans le Cas irréductible) pour les Tangentes des Arcs triples & ſous-triples en general; il faut une Equation du 5me degré pour les Tangentes des Arcs quintuples & ſous-quintuples, &c. Il faudroit donc une Equation Tranſcendante ou de l'infinitieme degré, pour reſoudre par elle ſeule les rapports du Rayon à toutes ces Tangentes à l'infini, ou en general le rapport de la Tan-

* Cette Démonſtration, le Corollaire & les Remarques juſqu'à la page 186 inclusivement, auroient beſoin d'un plus grand éclairiſſement, que l'Auteur donnera ſéparément des Memoires de l'Académie, dans un Traité exprès.

Tangente de l'Arc $1x$ à la Tangente de l'Arc $\frac{ax}{b}$. Or une Equation de l'infinitieme degré eſt une Equation abſolument impoſſible. Donc le rapport de l'Arc à l'Arc d'un même Cercle étant donné en general, comme de a à b, il eſt abſolument impoſſible de déterminer par aucune Equation finie & déterminée le rapport des Tangentes des deux Arcs x & $\frac{bx}{a}$, & reciproquement, &c.

Mais ſi l'on pouvoit intégrer en general la Serie repreſentée dans la Formule exemplaire ci-deſſus par une Equation d'un degré fini quelconque, on trouveroit par une ſeule & même Equation ou Formule exacte, les rapports du rayon & de la Tangente quelconques, & à plus forte raiſon le rapport compoſé de ces deux lignes droites aux Arcs correſpondans à ces Tangentes, & reciproquement, &c. Ce qui vient d'être démontré impoſſible. Donc ni la Serie ci-deſſus, ni la Formule exemplaire qui la repreſente, ne peuvent être intégrées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il n'y a que les Problemes qui peuvent ſe reduire en Equations analytiques finies & déterminées, qui puiſſent être reſolus géometriquement, par l'interſection des lignes Courbes géometriques. Donc la rectification des Arcs de Cercle en general par le rayon & par leurs Tangentes eſt impoſſible géometriquement,

ment, comme elle eſt impoſſible analytiquement.

REMARQUE III.

La ligne circulaire ſeule, à l'excluſion de toutes les autres eſpeces de lignes courbes à l'infini, a cette proprieté, que tout Arc de Cercle étant pris où l'on voudra ſur la circonférence entiere, égal à un autre Arc quelconque du même Cercle, ces deux Arcs ſont en même tems égaux & parfaitement ſemblables, à cauſe de la parfaite uniformité de la courbure du Cercle. La ligne droite a auſſi cette même proprieté commune avec le Cercle, à cauſe de la parfaite uniformité de ſituation de tous ſes points.

Il ſuit de-là, que la rectification exacte & Géometrique d'aucun Arc de Cercle en particulier, n'eſt pas plus poſſible que la rectification de tout autre Arc en general. Or on vient de démontrer l'impoſſibilité de cette rectification en general. Elle eſt donc également impoſſible dans tout Arc en particulier, puiſqu'il eſt impoſſible de concevoir aucune raiſon de difference à cet égard entre deux Arcs d'un même Cercle, d'ont l'un ſeroit ſuppoſé rectifiable, & l'autre ne le ſeroit pas, ni même aucun autre Arc qui ne ſeroit pas préciſément à ce premier Arc, comme nombre à nombre.

REMARQUE IV.

Cette eſpece de Démonſtration métaphyſi-

que & Tranſcendante, n'eſt en ſoi ni moins exacte, ni moins certaine, ni moins convainquante que celle des trois Propoſitions ſuivantes, leſquelles ſont pourtant reçûes generalement, & approuvées par tous les Géometres, comme étant bien démontrées.

I.

Ayant déterminé arbitrairement (comme on le peut toujours) le Logarithme d'un nombre premier quelconque, autre que l'unité, par exemple du nombre 10; il eſt abſolument impoſſible de déterminer exactement, ni en nombres rationnels, ni en nombres irrationnels, le Logarithme d'aucun autre nombre premier à celui qu'on a pris d'abord. Par exemple, il eſt impoſſible d'exprimer exactement le Logarithme du nombre 7; on ne peut qu'en approcher indéfiniment par des Series rationnelles.

Remarqués que la Courbe Logarithmique n'eſt nullement uniforme, comme l'eſt le Cercle dans ſa courbure.

II.

La Triſſection de l'angle eſt un Probleme qu'on ne peut reſoudre par le Cercle & la ligne droite.

III.

L'invention des deux Moyennes proportionnelles entre deux lignes données, eſt éga-

également impossible par le Cercle & la ligne droite.

COROLLAIRE II.

Il ne reste donc rien à souhaiter sur la rectification des Arcs de Cercle, & sur la mesure des angles qui en dépendent necessairement, si ce n'est de déterminer le plus simplement, le plus promptement, le plus exactement, & le plus generalement qu'il soit possible, les limites d'approximation de chaque terme de la Serie, puisque l'integration parfaite de cette Serie est impossible. Et voici la Formule generale & exemplaire des limites de cette approximation.

ARTICLE II.

THEOREME.

Si à la somme de tant de Termes qu'on voudra de la Serie Cyclometrique & Goniometrique ci-dessus, dont le dernier Terme fini est donné, & peut toujours être representé par la Formule exemplaire ci-dessus, dans laquelle $2n+3$ *represente l'Exposant du dernier terme dans son ordre naturel* $\frac{\frac{4n+3}{16nn+16n+3} \times R^{\frac{4n+3}{4n+3}}}{rr+\frac{8n+6}{r+2}}$, *si, dis-je, l'on ajoute à cette somme, la valeur* $\frac{1}{4n+5 \times R^{\frac{4n+5}{4n+5}}}$, *on aura les limites d'approximation que l'on cherche.*

DEMONSTRATION.

La Démonſtration ſe tire aiſément de la Serie primitive de rectification des Arcs par leurs Tangentes, le rayon étant exprimé constamment par R, toûjours plus grand, ou non plus petit, que la Tangente T exprimée par $\frac{1}{R}$, & l'Arc correſpondant par x, on a $x = \frac{1}{R} - \frac{1}{3R^3} + \frac{1}{5R^5} - \frac{1}{7R^7} + \frac{1}{9R^9} - \frac{1}{11R^{11}}$ &c. ſuivant ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1719. Or joignant deux à deux les Termes de cette Serie, il en reſulte une nouvelle Serie, ſavoir $x = \frac{3RR-1}{3R^3} + \frac{7RR-5}{35R^7} + \frac{11RR-9}{99R^{11}}$, &c.

Enfin ſuppoſant $r + 1 = R$, & ſubſtituant cette valeur dans les Numerateurs, on a cette derniere Serie toute compoſée de termes poſitifs, $\frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, &c.

Or par la conſtruction & la nature même de la premiere de ces trois Series, à quelque Terme en nombre pair qu'on s'arrête, la ſomme de tous ces Termes approche de la valeur de l'Arc par défaut; mais ſi l'on y ajoûte le terme immédiatement ſuivant, la ſom-

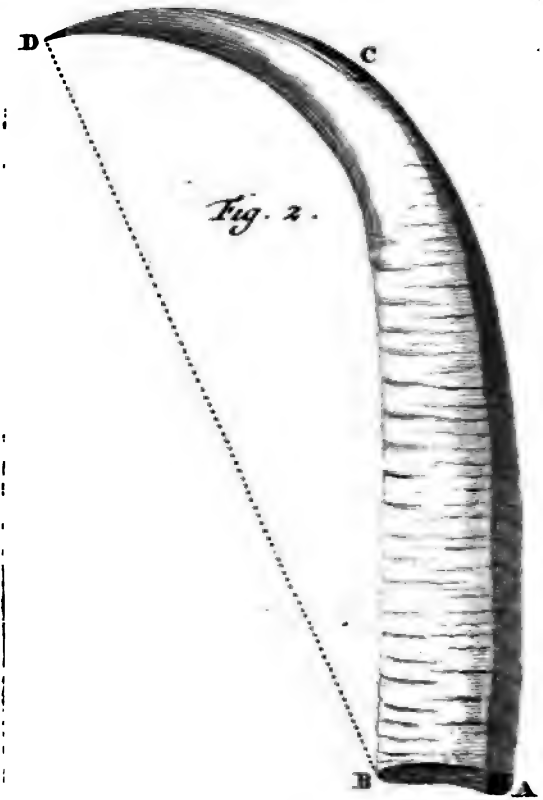


Fig. 2.

ſomme en approchera par excès : c'eſt-à-dire, que $x > \frac{3r+6r+2}{3R^3}$ & $x < \frac{3r+6r+2}{3R^3} + \frac{1}{5R^5}$ & de même $x > \frac{3r+6r+2}{3R^3} + \frac{7r+14r+2}{35R^7}$, & le même Arc $x < \frac{3r+6r+2}{3R^3} + \frac{7r+14r+2}{35R^7} + \frac{1}{9R^9}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

Donc les limites d'approximation ſont en general exprimées par $\frac{1}{4a+5 \times R^{4a+5}}$, ajoûté à la ſomme d'un nombre fini quelconque de Termes de la 2de ou de la 3me Serie d'une part, & cette même ſomme de l'autre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ainſi ſoit la ſomme de tous ces Termes $= \frac{b}{e}$ qui eſt indéfiniment peu moindre que l'Arc qui ſert de meſure à l'angle cherché ; ſi l'on y ajoûte $\frac{1}{4a+5 \times R^{4a+5}}$, la ſomme ſera plus grande que l'Arc, & la différence entre ces deux ſommes peut devenir indéfiniment petite, & elle devient d'abord auſſi petite qu'on peut le ſouhaiter dans la Goniometrie pratique & ſenſible. Il faut ſe ſouvenir que le rayon étant $= 1$, la Tangente eſt toûjours moindre que $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ſuivant

ce

ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1725. Je prends pour exemple le premier & le plus ſimple des Triangles rectangles en nombres; ſavoir, 3, 4, 5, dont je veux trouver l'angle aigu oppoſé au petit côté 3.

Comme ce petit côté 3 eſt plus que la moitié de l'hypothenuſe 5, le Probleme ſe reduit au premier de mes deux Theoremes, en ſuppoſant le rayon conſtant $= 1$, & la Tangente $= \frac{4-3}{4+3} = \frac{1}{7}$; ce qui donne $r=6$ & $R=7$. Cette Tangente $\frac{1}{7}$ eſt la Tangente de l'angle qui ſert de complément à l'angle cherché pour le demi-droit ou 45 degrés.

J'ai donc pour premier Terme de la Serie $\frac{3rr+6r+2}{3R^3} = \frac{146}{1029}$, & pour limite $\frac{1}{4a+5\times R^{4a+5}}$ $= \frac{1}{5R^5}$ puiſque $a=0$. Or $\frac{1}{5R^5} = \frac{1}{5\times 16807}$ $= \frac{1}{84035}$. Et je ſuis aſſûré que l'arc cherché immédiatement eſt entre $\frac{146}{1029} +$ & $\frac{146}{1029} + \frac{1}{84035}$ du rayon, ce qui me donne 8° 7′ 48″, &c. & par conſéquent l'angle cherché médiatement eſt de 36° 52′ 11″, &c. il n'y a qu'environ une tierce de différence. J'ai ces 8° 7′ 48″, &c. par une Regle de trois ou par ſimple ſouſtraction, ſans aucune Table de Sinus, Tangentes & Secantes, ou par la ſeule Table contenue dans une petite page imprimée

primée à la fin des Memoires de 1725, p. 455.

Le second Terme $\frac{7rr+14r+2}{35R^7}$ donne $\frac{338}{28.824.005}$, & la somme de ces deux premiers Termes approche de la veritable valeur de l'Arc cherché ou de l'angle cherché, auquel cet Arc sert de mesure, cette somme, dis-je, en approche à moins de $\frac{1}{9R^9}$; c'est-à-dire, à moins de $\frac{1}{363.182.463}$; & ainsi de suite à l'infini, ensorte que lorsque $\frac{1}{4a+5\times R^{4a+5}}$ sera plus petit que la partie aliquote quelconque du rayon à laquelle on s'est fixé, le Probleme sera pleinement & parfaitement resolu. Et comme en poussant le Calcul jusqu'à moins d'une minute du dixieme genre près, j'ai démontré dans les Memoires de 1725 que cette minute du dixieme genre étoit entre $\frac{1}{34.644.566.880.952.299.166.}$ & la $\frac{1}{34.644.566.880.952.299.167.}$ du rayon; pour savoir jusques à quel Terme de la Serie il faut pousser le Calcul pour trouver la valeur de l'angle cherché, à moins d'une minute du dixieme genre près, il n'y a dans ce Cas qu'à égaler le Dénominateur $4a+5\times R^{4a+5}$

au

au Dénominateur 34. 644. 566. 880. 952. 299. 166, & l'on trouvera que c'eſt entre le 6me & le 7me Terme. La Regle eſt generale ; & c'eſt ce que l'on verra plus ſenſiblement dans l'uſage de la grande Table Goniométrique, qui ſera expliquée dans un autre Memoire.

REMARQUE.

Les Numerateurs de la Serie ci-deſſus, ſont 146, 338, 530, 722, 914, 1106, 1298, &c. dont les Expoſans ſont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

Et les Dénominateurs, ſont

$3R^{3}, 35R^{7}, 99R^{11}, 195R^{13}, 323R^{19}, 483R^{23}, 675R^{27}$, &c

dont les Expoſans ſont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

C'eſt une progreſſion reglée, dont j'ai expliqué la formation dans les Mémoires de 1725, p. 423 & ſuiv.

SUI-

SUITE DES MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

Tirez des Regiſtres

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

DE L'ANNÉE M. DCCXXVII.

A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXII.
Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Friſt.

HISTOIRE

DE

CE QUI A OCCASIONNÉ ET PERFECTIONNÉ

LE RECUEIL DE PEINTURES

DE

PLANTES ET D'ANIMAUX

SUR DES FEUILLES DE VELIN,

CONSERVÉ

DANS LA BIBLIOTHEQUE DU ROI.

Par M. DE JUSSIEU.

LEs Arts & les Sciences ſont ſouvent redevables de leurs perfections à des circonſtances qui paroiſſent avoir été des effets du pur hazard : on en jugera par le merite d'un Ouvrage que l'Art de broder a occaſionné, & par le fruit que la Botanique peut en tirer.

La Broderie étoit ſi en uſage ſous les Regnes de Henri IV & de Louis XIII, qu'on ne ſe contentoit pas d'en porter ſur les habits, elle faiſoit auſſi l'ornement des meubles que l'on vouloit rendre plus ſomptueux. L'ha-

L'habileté des Ouvriers consistoit à imiter, par le mêlange de l'Or & de l'Argent, des Soyes & des Laines de différentes couleurs, la varieté des plus belles fleurs qu'ils connoissoient alors : de-là vint la necessité des Dessins de fleurs, auxquels s'appliquerent ceux qui voulurent exceller dans cet Art de representer avec l'aiguille les Plantes au naturel.

On ne vit paroître en aucun tems plus de livres de fleurs gravées d'après nature. Hoefnagel, Sweerts, Theodore de Bry, Vande Pas, ou *Passæus*, Langlois, Lasleur & Vallet, en mirent au jour à l'envi les uns des autres : & la plûpart de ceux à qui ces livres étoient utiles, les faisoient enluminer pour avoir sous leurs yeux des modeles à choisir.

Le luxe de cette mode sur les habits devint bientôt si grand, que les fleurs ordinaires ne paroissant plus suffisantes, on en chercha d'étrangeres, qu'on cultiva avec soin, pour fournir aux Brodeurs de nouveaux Dessins.

C'est une obligation que la Botanique eut à la vanité du sexe ; car il fallut pour l'entretenir, établir en divers endroits du Royaume, des Jardins de fleurs rares & singulieres, apportées des Païs les plus éloignés.

Jean Robin fut le premier qui se distingua à Paris par la culture des fleurs de ce genre, qu'il élevoit pour ce motif dans un Jardin, qui au commencement lui étoit propre, & qui devint par la suite en quelque façon celui de Henri IV & de Louis XIII, depuis que ces Princes entrant dans sa curiosité, lui eurent donné des appointemens avec le ti-

titre, tantôt de leur Botaniſte, & tantôt de leur Simpliſte.

C'étoit en ce Jardin que Pierre Vallet * Brodeur ordinaire de ces deux Rois, alloit copier d'après la nature les fleurs de la nouveauté deſquelles il vouloit ſe ſervir pour varier ſes ouvrages. Nous avons même encore de lui, ſous les Titres de *Jardin du Roi Très-Chrétien Henri IV*, & de *Jardin du Roi Très-Chrétien Louis XIII*, deux éditions d'un volume *in folio* de Plantes cultivées par Robin, la derniere deſquelles eſt imprimée à Paris en 1623, & dediée à la Reine de Medicis. Il indique dans cet ouvrage à ceux qui en veulent enluminer les Plantes, les couleurs qu'ils doivent employer pour imiter le plus parfaitement leur coloris naturel. Et il y a apparence que c'étoit ſur de pareilles inſtructions que tant d'Enlumineurs s'appliquoient à colorier les livres de Brunsfellius, de Mathiole & de Fuchs, dont il nous reſte encore tant d'exemplaires défigurés, par le peu de rapport que les couleurs qu'on y a appliquées, ont avec la verité des Plantes dont ils repreſentent les traits.

Le nombre des étrangeres augmentant par les acquiſitions qu'en faiſoit tous les jours le Botaniſte Royal, & ne pouvant plus ſuffire ſeul aux ſoins de leur recherche & de leur culture, il obtint du Roi que Veſpaſien Robin ſon fils devint ſon adjoint. Il s'étoit acquis ſous ſon Pere beaucoup de reputation dans ce fait, & nous en avons des preuves par

* Il étoit d'Orleans.

par un Catalogue Latin qu'il fit imprimer en 1624, d'environ 1800 Plantes qu'ils cultivoient tous les deux dans ce Jardin qu'ils avoient en commun.

Mais l'établiſſement qui deux années après ſe fit au Fauxbourg St. Victor, d'un Jardin Royal, dans la vûe de l'inſtruction des Etudians en Medecine, donna occaſion à une telle augmentation de Plantes étrangeres que Guy de la Broſſe Medecin y plaçoit par la faveur du Roi & de ſes Miniſtres, que tous les Jardins des Curieux s'en reſſentirent. On les vit bientôt ſe parer de preſque toutes celles que cet induſtrieux Botaniſte tiroit, non ſeulement de toutes les parties de l'Europe, mais encore du Canada, des Iſles Antilles, & des Indes Orientales où nos François établiſſoient des Colonies.

Les Graveurs même, qui auparavant, & lorſque les belles fleurs étoient rares, n'en avoient pû donner des figures que par parties, trouvant ces ſortes de Plantes plus multipliées, en repreſenterent depuis cet établiſſement encore de plus entieres.

Pierre Pirens fut un de ceux qui, après Vallet, les fit graver par Daniel Rabel en un plus grand volume, & avec toutes leurs parties, dans un livre *in folio* imprimé à Paris en 1632, ſous le nom de *Theatrum Floræ*.

Et Guy de la Broſſe, dans le deſſein de faire connoître la ſuperiorité du Jardin du Roi, ſe ſervit de la main d'Abraham Boſſe pour repreſenter en un volume *in folio*, du double plus grand, les Plantes ſingulieres qu'il y éle-

élevoit, & qui manquoient aux autres Jardins.

C'étoit un ouvrage d'une grande entrepriſe, de l'échantillon duquel nous avons cinquante Planches; dans ce nombre il y a certaines eſpeces, qu'aucun Botaniſte depuis lui ne peut ſe vanter d'avoir poſſedées. Ces cinquante Planches, que feu M. Pagon ſon neveu maternel ſauva long-tems après des mains d'un Chaudronnier, auquel les heritiers de la Broſſe qui connoiſſoient peu leur merite les avoient livrées, étoient les reſtes de près de quatre cens autres qui étoient déja gravées.

Cette curioſité de fleurs ſe nourriſſoit non ſeulement par la multiplication de ces ſortes de livres de Deſſeins, mais encore par un commerce ouvert qui ſe faiſoit à Paris avec les autres Villes de l'Europe, de Semences, de Racines, de Bulbes & de Pieds de Plantes rares que les Curieux ſe communiquoient, inſtruits par des Catalogues imprimés contenant celles qu'ils poſſedoient, pour apprendre à leurs correſpondans ce qui leur manquoit, & ce qu'ils étoient en état de leur fournir en échange.

Les Princes même ſe faiſoient honneur de ce commerce curieux. Gaſton de France Duc d'Orleans qui fut un de ceux-là, commença d'abord à élever des Plantes rares au Luxembourg, à l'endroit où eſt aujourd'hui le Jardin de Madame la Princeſſe; & pour n'être pas privé de ce plaiſir pendant les longs ſéjours qu'il faiſoit à Blois, il y éleva auſſi un Jardin pour lequel il ſemble avoir eû une prédi-

lection, ſi l'on en juge par les trois différentes Editions qui ſe ſont faites du Catalogue des Plantes qu'il y cultivoit.

Les avis que ce Prince fait donner au public dans ceux de 1653 & 1654, du deſſein qu'il avoit d'acquerir par argent ou par échange tout ce qui lui manquoit, font foi de la paſſion qu'il avoit pour cette partie de l'Hiſtoire naturelle. Mais cette paſſion eſt bien plus marquée par la dépenſe de l'entretien de Mrs. Brunier, Laugier, Moriſſon & Marchant, quatre celebres Botaniſtes qu'il penſionnoit pour contribuer à l'embelliſſement de ſon Jardin.

Il ne ſe contenta pas d'y voir croître les Plantes rares de la France, & celles qu'on y apportoit des Païs les plus éloignés; il voulut encore que ſon Cabinet fût orné des Deſſeins & des Peintures qu'il en faiſoit faire d'après le naturel.

Entre pluſieurs Deſſinateurs & Peintres en Miniature, qu'il avoit employés pour ce ſujet, aucun ne réuſſit mieux que Nicolas Robert *, dont perſonne n'a pu égaler le pinceau.

Il dépeignoit ces Plantes chacune ſur une feuille de Velin de la grandeur d'un *in folio*, avec une telle exactitude, que la moindre petite partie y eſt exprimée dans ſa perfection: & lorſqu'il ſe preſentoit quelque Oiſeau ou quelque autre Animal dans la Ménagerie du Prince, il les peignoit ſur de ſemblables feuilles, enſorte que Gaſton ſe trouva inſenſiblement

* De Langres.

ment avoir un assés grand nombre de ces miniatures pour en pouvoir former divers portefeuilles, dont la vûe frequente lui servoit d'une noble recréation.

Ces porte-feuilles après la mort de ce Prince, qui arriva le 3 Fevrier 1660, parurent à M. Colbert un objet digne de la curiosité de Louis XIV, qui étoit connoisseur & amateur des belles choses; ce qui porta ce Ministre à lui en proposer l'acquisition, & de faire créer en faveur d'un aussi excellent Sujet la Charge de Peintre du Cabinet, autant pour lui tenir lieu de quelque recompense, que pour l'engager à continuer un projet aussi avancé.

Ainsi Robert, flatté par la liberalité du Roi, s'attacha si fidelement à son objet, que par un travail assidu, d'environ vingt ans qu'il vécut encore, on vit paroître un Recueil de figures d'Oiseaux & de Plantes, aussi singulieres par leur rareté que par la beauté & l'exactitude de leurs Desseins.

On peut juger par le tems que cet excellent homme mettoit à rendre parfaites ces feuilles, & par le prix que Louis XIV lui en donnoit, à l'exemple de Gaston, car elles lui coûtoient cent livres piece, qu'il n'y avoit guere qu'un Prince qui pût soûtenir la continuation d'un tel ouvrage.

Si cet habile Peintre, jaloux de la curiosité de son Maître, qui seul vouloit posseder les pieces de la main d'un homme unique en ce genre, a été assés fidele pour n'en peindre dans ce goût pour qui que ce soit, il n'a pas laissé de se copier lui-même, d'une ma-

niere qui, ſans le rendre coupable, a fait connoître à toute l'Europe ſon talent.

C'a été en gravant de ſa main à l'eau forte, des Oiſeaux, des Couronnes, des Vaſes & des Bouquets de fleurs de différente grandeur & propres aux Brodeurs. Ce dernier Recueil a pour titre, *Icones variæ ac multiformes florum appreſſæ ad vitam*, qui ſe vend aujourd'hui chés Poilli à l'image S^t. Benoît.

Ses peintures même d'Oiſeaux & de Plantes, qui dans le grand deſſein qu'avoit M. Colbert de faire travailler l'Académie Royale des Sciences à une Hiſtoire generale des Plantes & des Animaux, ſervirent à l'execution de ce projet, ont été recherchées dans la ſuite par l'exactitude & la correction du Deſſein qu'il s'étoit rendues familieres.

C'eſt pour cela que l'on trouve dans quelques Cabinets certaines de ſes copies ſi fidelement executées, qu'on les prendroit pour ſes originaux. Elles ſont l'ouvrage de M. le Roi & de Mademoiſelle Perraut ſes éleves, qu'il formoit pour la miniature; cette derniere l'a poſſedée aſſés bien pour en donner aux Princeſſes de la Cour des *Leçons*, qu'elle a appellées *Royales* dans un petit livre *in* 12, imprimé à Paris.

Voilà comme un travail & un talent qui n'avoient eû d'abord de la part de Robert que la curioſité & la broderie & les fabriques d'ouvrages de laine & de ſoye en vûe, ſont devenus par le goût de deux grands Princes, le fondement d'un Recueil de pieces d'Hiſtoire naturelle qui ſont uniques.

Ni la mort de Robert arrivée en 1684, ni celle

celle du Miniſtre qui l'avoit produit au Roi, ne firent pas ceſſer l'ouvrage : le Sr. Joubert, Peintre ordinaire de M. le Prince de Condé, devint auſſi celui du Cabinet du Roi ; & comme il étoit plus habile à peindre des païſages, qu'à repreſenter des Plantes, il ſe ſervit de différentes mains, & ſe repoſa enfin de ce ſoin ſur le Sr. Aubriet, qu'il avoit en partie formé dans la miniature.

Celui-ci, excité par le zele ardent qu'avoit pour la Botanique feu M. Fagon Profeſſeur des Plantes au Jardin Royal & Medecin alors de la Reine, au lieu d'environ douze feuilles que ſon predeceſſeur avoit coûtume d'en preſenter au Roi chaque année, en livra d'abord une trentaine, qui ſous les yeux de M. Fagon acqueroient une nouvelle perfection.

La Ménagerie de Verſailles qui ſe rempliſſoit alors de tous les animaux les plus rares, amenés des païs les plus éloignés, & ſurtout d'un nombre prodigieux d'Oiſeaux ſinguliers, fourniſſoit au nouveau Peintre de nouveaux ſujets de perfectionner ſon talent.

Mais quel accroiſſement ne reçut point alors ce Recueil, lorſque cet illuſtre amateur de la Botanique & des autres parties de l'Hiſtoire naturelle, parvenu à la Charge de Premier Medecin de Louis XIV, ſe fut declaré le protecteur des Botaniſtes ! Le Sr. Aubriet gratifié d'un logement au Jardin Royal, & aſſuré de la ſurvivance de Joubert, pouvoit à peine ſuffire pour tout ce qui y arrivoit de curieux, ſous les auſpices de celui que le Roi en venoit de faire le Sur-Intendant.

Celui-ci tâcha de faire revivre en ce Pein-

tre le genie & le goût naturel, qui avoit rendu Robert ſans égal ; à quoi ne contribua pas peu l'attention qu'eut M. de Tournefort à lui faire tirer d'après nature toutes les parties détachées de chaque Plante, d'une maniere ſi exacte, qu'elles ont depuis ſervi à établir les claſſes & les genres dont eſt formé le ſyſtême des Elémens de ce celebre Botaniſte.

M. Fagon jugea même qu'en donnant ce Peintre à M. de Tournefort, lorſque Louis XIV l'envoya dans le Levant, pour y faire des recherches utiles à la Botanique, il pourroit non ſeulement ſe perfectionner dans ce genre de Deſſein, à la vûe des Plantes étrangeres, telles qu'elles ſont ſur les lieux ; mais encore y faire une proviſion d'eſquiſſes, qui à ſon retour lui fourniroient une ample matiere pour augmenter conſiderablement ce Recueil. En effet, le nombre des miniatures qu'il y a ajoûtées dans l'eſpace d'environ vingt-cinq ans, excede de beaucoup celui de Robert.

M. le Premier Medecin, qui voyoit avec plaiſir l'utilité de ce travail, qui ſe continuoit à la vûe & à la ſatisfaction du Roi, ſe propoſant d'y donner un arrangement qui ſervît de regle à ceux qui dans la ſuite travailleroient à cet ouvrage, obtint de Louis XIV, d'être pendant quelque tems dépoſitaire de tous ces volumes : mais la mort de ce Prince qui arriva en 1715, ne lui ayant pas permis de les garder plus long-tems, il les remit au Cabinet du Roi, d'où par ordre de feu M. le Duc d'Orleans, alors Regent, ils furent

rent transportés à la Bibliotheque du Roi entre les mains de M. l'Abbé de Louvois Bibliothequaire du Roi.

M. l'Abbé Bignon son successeur dans cette charge, touché de la cessation de cet ouvrage, par un amour du progrès des Sciences & des Arts qui lui est naturel, & dont il a donné tant de preuves, a fait son possible pour faire continuer cet œuvre; & si par la circonstance des affaires du tems, il n'a pas encore pu y réussir, au moins est-il entré dans les vûes de M. Fagon, & a jugé qu'afin que ce trésor fût de quelque utilité au public, il étoit important d'arranger ces miniatures par les classes & les genres auxquels elles peuvent se rapporter : ce qui au premier coup d'œil doit être également instructif pour les amateurs des Plantes & des Oiseaux, qui en voudront savoir les caracteres, & utile à ceux qui seront chargés du soin de faire peindre dans la suite les especes ou les nouveaux genres qu'on voudra y ajoûter.

DE LA POUSSÉE DES TERRES CONTRE LEUR REVETEMENT, ET DE LA FORCE DES REVETEMENS QU'ON LEUR DOIT OPPOSER.

Par M. COUPLET.

SECONDE PARTIE.*

Où l'on examine la Poussée des Terres contre des Revêtemens dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & où l'on détermine les épaisseurs que les Revêtemens doivent avoir pour leur résister.

DANS la premiere Partie de ce Mémoire, j'ai toujours regardé les Revêtemens comme des corps parfaitement polis, & dans cette hypothese, l'effort des Terres a dû être horizontal, c'est-à-dire perpendiculaire à la surface polie & verticale du Revêtement contre laquelle elles poussoient, & par conséquent appliqué à un levier égal aux deux tiers de

* 11 Janvier 1727.

de la hauteur du Revêtement. *Comme je l'ai fait voir.*

Mais si l'on veut considérer les Revêtemens comme des corps graveleux, la poussée des terres ne sera plus horizontale, c'est-à-dire perpendiculaire à la hauteur du Revêtement, mais perpendiculaire aux grains ou inégalités du Revêtement sur lesquels cet effort se fera.

Et pour-lors la Poussée des Terres ne sera plus appliquée au levier vertical, égal aux deux tiers de la hauteur du Revêtement, mais à un levier incliné qui sera beaucoup plus court.

Comme les Revêtemens sont composés de pierres ou briques, chaux & sable, qui ne donnent jamais des surfaces polies, je crois qu'il est nécessaire d'examiner quelle sera la Poussée des Terres contre ces surfaces graveleuses & inégales, & de donner la construction des Revêtemens capables de résister à l'effort des Terres qui poussent contre ces surfaces.

Cet examen est d'autant plus nécessaire, qu'il se trouve une différence notable entre l'épaisseur des Revêtemens que nous avons regardé comme polis, & celle de ceux dont les surfaces sont graveleuses & inégales; & que l'épaisseur de ces nouveaux revêtemens graveleux, comme ils le sont tous, approche plus de celle que l'expérience a fait connoître à nos plus habiles Ingénieurs & Architectes, quoi-qu'ils n'ayent pas déterminé quelle est la quantité du Revêtement employée pour faire équilibre avec l'effort des Terres, ni con-

nu ce qui leur reſtoit pour la ſolidité du Revêtement.

Mais comme les Terres prennent différens talus, nous avons examiné les Terres ſur tous ces différens talus, & nous avons déterminé les baſes des Revêtemens qui leur conviennent.

Pour cela nous avons premierement conſideré les Terres comme des grains ou petits boulets qui ſont chacun appuyé ſur trois autres grains, ce qui forme des Tetraëdres.

Suivant cette hypotheſe de l'arrangement des Terres, nous avons examiné deux différens talus, ſavoir celui qui eſt formé par la face du Tetraëdre, & celui qui eſt formé par l'arrête du même Tetraëdre.

Secondement, nous avons conſidéré les Terres comme des grains appuyés, chacun ſur quatre autres grains, ce qui forme des pyramides dont les baſes ſont quarrées, & nous avons examiné le talus formé par les faces de ces pyramides quarrées.

Quoi-que le talus de la face de la pyramide quarrée ſoit égal à celui qui eſt formé par l'arrête du Tetraëdre, cependant les Terres qui ſont ſur la face de la pyramide quarrée, pouſſent davantage que celles qui ſont ſur un talus formé par l'arrête du Tetraëdre.

Et comme les Terres qui ſont ſur un talus formé par la face du Tetraëdre, pouſſent encore autrement que celles qui ſont ſur l'arrête du Tetraëdre, & ſur la face de la pyramide quarrée, j'ai examiné ces trois différentes pouſſées, & j'ai cherché les baſes des Revêtemens qu'il faut oppoſer à ces trois eſ-

peces

peces de poussées, & j'ai donné des Tables où l'on trouve les bases de ces Revêtemens pour les trois talus différens.

THEOREME I.

La hauteur, la base & la longueur d'un talus formé par les faces d'un Tetraëdre, sont entre elles comme $\sqrt{8}$, 1 & 3.

DEMONSTRATION.

* Si du sommet A du Tetraëdre l'on abaisse une perpendiculaire AN sur sa base BCD, elle sera la hauteur du Tetraëdre, & celle des talus formés par ses faces; & le point N sera le centre de gravité de sa base BCD.

Maintenant si par le point N l'on tire DNM, l'on aura $MN = \frac{MD}{3}$.

Ainsi en faisant $MN = 1$, l'on aura $MD = 3$ & $ND = 2$.

Enfin si par le point M l'on tire MA, cette ligne sera la longueur du talus formé par la face BAC du Tetraëdre, laquelle ligne MA étant $= MD$, sera $= 3$. Cela posé, puisque le triangle ANM est rectangle, l'on aura

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \sqrt{9-1} = \sqrt{8}.$$

Donc la hauteur AN, la base MN, & la longueur MA du talus formé par la face BAC du

* Fig. 2.

Car puiſque nous avons trouvé la hauteur AN, la baſe ND, & la longueur AD entre elles, comme $\sqrt{2}$... 1... & $\sqrt{3}$, nous aurons la baſe ND par cette analogie,

$\sqrt{2} : 1 :: a : \frac{a}{\sqrt{2}}$, dont le quatrieme terme $\frac{a}{\sqrt{2}}$ ſera la valeur de la baſe $ND = AH$; l'on aura de même la longueur AD du talus de l'arrête par cette analogie $\sqrt{2} : \sqrt{3} :: a : \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ dont le quatrieme terme ſera la valeur de la longueur AD du talus formé par l'arrête du Tetraëdre.

Ainſi la hauteur, la baſe, & la longueur d'un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, ſeront exprimées par a, $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

* *La hauteur, la baſe & la longueur du talus formé par la face de la pyramide quarrée, ſont entre elles* :: $\sqrt{2}$, 1, & $\sqrt{3}$, *comme dans l'arrête du Tetraëdre.*

DEMONSTRATION.

Soit un grain A appuyé ſur quatre autres grains, ſi du centre A de ce grain l'on tire des lignes AB, AC, AE, AG, aux centres des

* Fig. 24

des quatre grains qui soûtiennent le grain A, & si l'on tire les lignes EB, BC, CG, GE, c'est-à-dire, si l'on joint par des lignes droites les centres des grains qui se touchent, toutes ces lignes droites seront égales, & formeront une pyramide qui aura pour base le quarré $BCGE$, & pour faces les quatre triangles équilatéraux ABC, ACG, AGE, AEB.

Maintenant si du sommet A l'on tire une perpendiculaire AN sur la base, le point N sera le milieu de cette base, & la perpendiculaire AN sera la hauteur de la pyramide.

Enfin si du point N, milieu du quarré qui sert de base à la pyramide, l'on tire ND au milieu de BC, & si l'on tire AD, il est évident que AD sera la longueur du talu formé par la face ABC, & ND sera le fruit ou la base de ce talu.

Puisque les lignes AB, BC, BE, &c. qui joignent les centres des grains qui se touchent, sont égales, si l'on fait chacune de ces lignes $= 2$, l'on aura $BD = \frac{BC}{2} = 1$.

On aura aussi $DN = \frac{DF}{2} = \frac{BE}{2} = 1$.

Et à cause du triangle rectangle ADB, l'on aura $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$.

Et à cause du triangle rectangle AND, l'on aura $AN = \sqrt{AD^2 - DN^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$.

Donc $AN : ND : AD :: \sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$, c'est-à dire que la hauteur AN, la base ND, &

& la longueur AD du talu formé par la face ABC de la pyramide composée de cinq grains, sont :: $\sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$, comme la hauteur, la base & la longueur du talus formé par l'arrête du Tetraëdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Si l'on fait la hauteur $AN = a$, l'on aura la hauteur AN, la base ND, & la longueur AD du talus formé par la face de la pyramide quarrée $= a$, $\frac{a}{\sqrt{2}}$, $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, comme dans le Corollaire du Théoreme II.

THEOREME IV.

La pesanteur du grain A *est à l'effort qu'il fait suivant la direction* AM *du talus formé par la face* BAC *du Tetraëdre, comme* $\sqrt{2}$ *est à* 1.

DEMONSTRATION.

* Soit tirée NQ parallele au talus MA, & NP parallele à l'arrête AD du Tetraëdre, l'on aura un parallelogramme $APNQ$, qui aura pour diagonale la verticale AN. Ainsi en exprimant la pesanteur du grain A par cette diagonale verticale AN, elle se décomposera en deux forces exprimées par AP & AQ.

Mais

* Fig. 2.

Mais la force AQ eſt entierement ſoûtenue par le grain Q. Donc il ne reſte au grain A que la force AP ſuivant la longueur AM du talus formé par la face BAC du Tetraëdre: ainſi la peſanteur du grain A eſt à l'effort qu'il fait ſuivant $AM :: AN : AP$.

Mais $AP = \frac{2AM}{3}$. Car à cauſe des paralleles AD, PN, l'on aura $AP : AM :: ND : MD :: 2 : 3$. Ce qui donne $AP = \frac{2AM}{3}$. Ainſi la peſanteur du grain A eſt à l'effort qu'il fait ſuivant $AM :: AN : \frac{2AM}{3}$.

Mais par le Théoreme I. $AN : AM :: \sqrt{8} : 3 :: 2\sqrt{2} : 3$, & par conſéquent $AN : \frac{2AM}{3} :: 2\sqrt{2} : 2 :: \sqrt{2} : 1$. Donc la peſanteur AN du grain A eſt à l'effort AP, ou $\frac{2AM}{3}$ qu'il fait ſuivant la longueur AM de la face du Tetraëdre :: $\sqrt{2} : 1$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEO-

THEOREME V.

La pesanteur d'un grain A *est à l'effort qu'il fait sur chacun des trois grains qui le soûtiennent* :: $\sqrt{6}$: 1, *& cet effort se fait toûjours suivant l'arrête d'un Tetraëdre.*

DEMONSTRATION.

* Soit tirée NP parallele à AD qui passe par les centres des boulets de l'arrête du Tetraëdre, & NQ parallele à AM, l'on aura un parallelogramme $APNQ$, qui aura pour diagonale la verticale AN.

Ainsi en exprimant la pesanteur du grain A par cette diagonale verticale AN, elle se décomposera en deux forces exprimées par AP & AQ.

Mais la force AP étant dans le plan du triangle ABC, est entierement soûtenue par les grains des deux arrêtes AB, AC, enforte qu'il ne reste au grain A que la force AQ pour presser le grain Q dans la direction de l'arrête AD.

Mais $AQ = \frac{AD}{3}$. Car à cause des paralleles MA, NQ, l'on aura $AQ : AD :: MN : MD :: 1 : 3$. Ce qui donne $AQ = \frac{AD}{3}$.

Donc la pesanteur d'un grain A est à l'effort

* Fig. 1.

fort qu'il fait ſur un grain Q qui le ſoûtient $::AN:\frac{AD}{3}$.

Mais puiſque par le Théoreme II. $AN:AD::\sqrt{2}:\sqrt{3}$, l'on aura $AN:\frac{AD}{3}::\sqrt{2}:\frac{\sqrt{3}}{3}$, c'eſt-à-dire, la peſanteur AN d'un grain A: l'effort AQ ou $\frac{AD}{3}::\sqrt{2}:\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Mais $\sqrt{2}:\frac{\sqrt{3}}{3}::\sqrt{18}:\sqrt{3}::\sqrt{6}:1$.

Donc la peſanteur du grain A eſt à l'effort qu'il fait ſuivant l'arrête AD ſur le grain Q qui le ſoûtient $::\sqrt{6}:1$.

Et comme le grain A preſſe également les trois grains G, Z, Q qui le ſoûtiennent, il s'enſuit que la peſanteur du grain A eſt à l'effort qu'il fait ſur chacun des grains qui le ſoûtiennent $::\sqrt{6}:1$, & que cet effort eſt toujours ſuivant les arrêtes d'un Tetraëdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEO-

THEOREME VI.

* *La pesanteur d'un grain* A *appuyé sur quatre autres grains de la pyramide quarrée, est à l'effort qu'il fait suivant la longueur* AD *du talus formé par la face de la même pyramide* $:: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ *ou bien* $:: 1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

DEMONSTRATION.

Si l'on tire NP parallele à la longueur AF de la face AGE, & NQ parallele à la longueur AD de la face ou talus formé par la face ABC, l'on aura un parallelogramme $APNQ$, qui aura pour diagonale la verticale AN, & dont le côté AP sera $= \frac{AD}{2}$. Car NP étant parallele à la ligne AF, & coupant FD en deux parties égales, coupera aussi AD en deux également.

Ainsi exprimant la pesanteur du grain A par la diagonale verticale AN, elle se décomposera en deux forces AQ, AP. Mais la force AQ étant dans le plan du triangle AGE, est soûtenue par les grains G, E. Donc il ne reste au grain A que la force AP suivant la longueur AD du talus formé par la face ABC.

Ainsi la pesanteur du grain A est à l'effort qu'il

* Fig. 2.

qu'il fait, ſuivant $AD :: AN : AP$: ou bien : : $AN : \frac{AD}{2}$.

Mais par le Théoreme III, $AN : AD : \sqrt{2} : \sqrt{3}$, & par conſéquent $AN : \frac{AD}{2} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc la peſanteur AN eſt à l'effort AP ou $\frac{AD}{2}$ que le grain A fait ſuivant la longueur AD du talus formé par la face $ABC :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} :: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ ou $:: 1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE POUR LES THEOREMES IV, V & VI.

* Puiſque nous regardons les Revêtemens comme des corps graveleux, c'eſt-à-dire, des corps dont les ſurfaces ſont inégales & grenées, telles que des murailles bâties de pierres, chaux & ſable, les doivent avoir; il eſt évident que ces Revêtemens préſenteront aux ſables qu'ils doivent retenir, une ſurface ſur les grains de laquelle les grains de ſable s'appuyeront, comme le grain A s'appuye ſur le grain Q, lorſque les Terres préſentent au Revêtement un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, comme dans la figure premiere, & comme le grain A s'appuye ſur les grains G & Z, lorſque les Terres préſentent au Re-

vê-

* Fig. 1.

vêtement un talus formé par la face d'un Tetraëdre, c'eſt-à-dire, quand un grain *A* appuyé ſur trois grains, eſt appuyé ſur deux grains *G* & *Z* du côté du Revêtement, (*fig.* 1.)

* Et comme le grain *A* s'appuye ſur les grains *B* & *C*, (*fig.* 2,) lorſque les Terres préſentent au Revêtement un talus formé par la face d'une pyramide quarrée, c'eſt-à-dire, lorſqu'un grain *A* appuyé ſur quatre grains *B*, *C*, *G*, *E*, eſt appuyé ſur deux grains *B*, *C*, du côté du Revêtement, & par deux autres grains *G*, *E*, du côté du terreplain.

† Mais le grain *A* qui eſt appuyé ſur trois grains *G*, *Z*, *Q*, fait ſur le grain *Q* qui le ſoûtient du côté du Revêtement, un effort qui eſt à ſa peſanteur :: 1 : $\sqrt{6}$ ſuivant le Theoreme V, & cet effort ſe communique juſqu'au grain *D* du Revêtement ſuivant l'arrête du Tetraëdre, lorſque le Revêtement eſt du côté de cette arrête; & comme chaque grain qui ſe trouve dans les arrêtes aboutiſſantes au Revêtement, fait contre le Revêtement le même effort que le grain *A*, il s'enſuit que tous les grains qui ſont dans le triangle *ADH*, c'eſt-à-dire, entre le talus naturel *AD* des Terres & le Revêtement *HD*, ſont contre le revêtement un effort qui eſt à leur peſanteur totale :: 1 : $\sqrt{6}$.

‡ Le même grain *A* qui s'appuye ſur deux grains *G*, *Z*, du côté de la face du Tetraëdre, faiſant des efforts qui ſe communiquent par les arrêtes *AC*, *AB* juſqu'au Revêtement qui ſeroit du côté de la face du Tetraëdre, fait

* Fig. 2. † Fig. 1. ‡ Fig. 1.

fait un effort composé suivant la longueur *APM* de cette face qui est à sa pesanteur :: 1 : $\sqrt{2}$, suivant le Theoreme IV ; & comme tous les grains qui sont dans des faces de Tetraëdre communiquantes au Revêtement font contre le Revêtement le même effort suivant la longueur de la face du Tetraëdre, il s'ensuit que tous les grains qui sont entre le Revêtement & le talus *ABC* que les Terres prennent naturellement du côté de la face du Tetraëdre, font contre le Revêtement un effort total qui est à leur pesanteur totale :: 1 : $\sqrt{2}$, lorsque le Revêtement est du côté de la face du Tetraëdre.

* Lorsque le grain *A* est appuyé sur quatre grains *B*, *C*, *G*, *E*, c'est-à-dire, sur deux grains *B*, *C* du côté du Revêtement, & sur deux grains *E* & *G* du côté du terreplain du Rempart, il fait deux efforts suivant les arrêtes *AB*, *AC* de la pyramide quarrée, qui se communiquent jusqu'au Revêtement ; & de ces deux efforts il en résulte un suivant la longueur *AD* de la face de la pyramide quarrée, qui est à la pesanteur du grain *A* :: $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$: 1 suivant le Theoreme VI : & comme tous les grains qui sont sur le talus *ABC* font le même effort contre le Revêtement qu'on suppose du côté de ce talus, il s'ensuit que la pesanteur de tous les grains qui poussent contre le Revêtement, c'est-à-dire, qui sont entre le Revêtement & le talus formé par la face de la py-

* Fig. 2.

pyramide quarrée, eſt à l'effort total qu'ils font contre ce Revêtement, comme $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$.

AVERTISSEMENT I.

Nous exprimerons toûjours la peſanteur des Terres ou Sables dont le terreplain du Rempart eſt formé & chargé, par leur profil.

AVERTISSEMENT II.

* Soient les Terres *ADH* qu'il faut ſoûtenir par un Revêtement *HDB*, ſi par l'extremité *B* de la baſe du Revêtement l'on tire une ligne *BO*, cette ligne *BO* diviſera le Revêtement en deux parties *HFB*, *FDB*, & les Terres en deux parties *OFH*, *ADFO*.

Or il eſt évident que la partie *ADFO* des Terres ne fera aucun effort pour renverſer le Revêtement, puiſqu'elle s'appuyera ſur la partie *FDB* du Revêtement, comme elle s'appuyeroit ſur un pareil volume de Terre, mais qu'au contraire elle feroit effort pour retenir cette partie *FDB* du Revêtement, en cas que l'autre partie *HFB* voulût l'entraîner avec elle en cas de renverſement.

Donc il ne faut point comprendre la partie *ADFO* des Terres dans celles qui font effort pour renverſer le revêtement, mais ſeulement la partie *OFH*.

Et ſi l'on veut ſe mettre dans le cas le plus deſavantageux, c'eſt-à-dire, dans le cas où le Re-

* Fig. 3.

Revêtement eſt plus facile à renverſer, il faut ſuppoſer que la partie *HFB* du Revêtement n'eſt pas liée avec l'autre partie *FDB*, & que par conſéquent le Revêtement caſſera ſuivant *FB*, & qu'il n'y aura que la partie *HFB* qui ſera renverſée, parce que l'autre partie *FDB*, eſt, comme nous l'avons dit, retenue par les Terres *ADFO*. Au lieu que ſi nous le faiſions caſſer ſuivant l'horizontale *DB*, le Revêtement ſeroit plus difficile à renverſer, puiſque la partie *HFB*, contre laquelle pouſſent les Terres, ſeroit obligée d'entraîner avec elle la partie *FDB*, & de vaincre la réſiſtance des Terres *ADFO*.

En un mot le Revêtement ſera toûjours plus difficile à caſſer horizontalement que parallelement au talus *AD* des Terres; car ſi l'on veut le faire caſſer ſuivant une ligne horizontale *FR*, il eſt évident que pour-lors les Terres *OFTZ* feront effort pour retenir la partie *TFR*, & pour empêcher que le Revêtement ne caſſe ſuivant *FR*, de la même maniere que la partie *ADFO* des Terres retenoit la partie *FDB* du Revêtement.

Donc le Revêtement ſera toûjours plus facile à caſſer ſuivant *FB*, ou ſuivant *TR* parallelement au talus *AD* des Terres, car pour-lors les Terres ne feront aucun effort pour le retenir.

C'eſt ſuivant cette hypotheſe, que j'ai réſolu les Problemes ſuivans.

PROBLEME I.

Déterminer l'énergie des Terres pour renverſer le Revêtement.

SOLUTION.

* Soit *ADH* le profil des Terres qu'il faut ſoûtenir.

HDB le Revêtement qui les doit ſoûtenir.

Et *AD* le talus quelconque que les Terres prendroient pour ſe ſoûtenir elles-mêmes ſans Revêtement.

Par l'extrémité *B* de la baſe du Revêtement, ſoit tirée *B O* parallele au talus *AD* des Terres: cette ligne diviſera les Terres *ADH* en deux parties *ADFO*, *OFH*, dont la premiere *ADFO* ne contribuera point à renverſer le Revêtement, puiſqu'elle ſe ſoûtiendra ſur la partie *FDB* du Revêtement, de la même maniere qu'elle ſe ſoûtiendroit ſur des Terres miſes en ſa place.

Il n'y aura donc que la partie *OFH*, qui fera effort pour renverſer le Revêtement, en le caſſant ſuivant la ligne *FB*.

Maintenant ſoit la hauteur *AN* des Terres, comme auſſi celle *HD* du Revêtement..... $= a$

La baſe *ND* du talus que prennent les Terres..... $= b$

Le talus *AD* ..... $= c$

La baſe *DB* du Revêtement..... $= x$

A cauſe des triangles ſemblables *AND*, *FDB*,

* Fig. 34

FDB, l'on aura $ND : DB :: AN : FD$, c'eſt-à-dire, $b : x :: a : FD = \frac{ax}{b}$, & par conſéquent $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab-ax}{b}$.

Et à cauſe des paralleles OB, AD, l'on aura $AO = DB = x$, & par conſéquent l'on aura $OH = AH - AO = b - x$.

Multipliant cette valeur de OH, qui eſt $b-x$, par la moitié de la valeur de HF, c'eſt-à-dire, par $\frac{ab-ax}{2b}$, le produit $\frac{abb-abx-abx+ax^2}{2b} = \frac{abb-2abx+axx}{2b}$ ſera la ſurface du triangle OFH, c'eſt-à-dire, le profil des Terres qui pouſſent pour renverſer le Revêtement, par lequel profil nous exprimerons toûjours la peſanteur des Terres.

Soit cette peſanteur des Terres à l'effort qu'elles font parallelement à leur talus AD $:: f : \varphi$, l'on aura l'effort deſdites Terres OFH, par cette analogie $f : \varphi :: \frac{abb-2abx+axx}{2b}$: $\frac{\varphi abb-2\varphi abx+\varphi axx}{2bf}$, dont le quatrieme terme terme ſera l'effort que les Terres OFH font contre le Revêtement HDB, parallelement à leur talus AD.

Mais cet effort étant réuni au centre de gravité P du triangle OFH, & ſe faiſant ſuivant PV, parallele au talus AD, eſt appliqué au bras de levier BV tiré du point

d'appui B perpendiculairement ſur PV.

Il faut donc chercher ce levier BV, pour le multiplier par l'effort que nous avons trouvé ſuivant PV.

Soit BL parallele à NA, les triangles rectangles AND, LVB ſeront ſemblables, l'on aura donc $AD : ND :: LB : BV$.

Mais $AD = c$, $ND = b$, & $LB = SF$, & à cauſe que PV paſſe par le centre de gravité P du triangle OFH, & qu'elle eſt parallele à ſon côté OF, $SF = \frac{HF}{3} = \frac{ab-ax}{3b}$.

Ainſi l'analogie $AD : ND :: LB : BV$ ſe change en celle-ci..... $c : b :: \frac{ab-ax}{3b} : BV$.

D'où l'on tire $BV = \frac{abb-abx}{3bc} = \frac{ab-ax}{3c}$.

Multipliant cette valeur du levier BV par l'effort des Terres OFH, qui lui eſt appliqué, le produit $\frac{b^3-3bbx+3bxx-x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c}$ ſera l'énergie des Terres OFH, qui font effort pour renverſer le Revêtement. *Ce qu'il falloit trouver.*

PRO-

PROBLEME II.

Trouver l'énergie d'une maſſe de Terre AI, *dont le terre-plain du Rempart ſeroit chargé.*

SOLUTION.

* Soit comme dans le Probleme précédent, la hauteur QL des Terres..... $= a$
La baſe LX de leur talus ou QH..... $= b$
La longueur QX de ce talus..... $= c$
La baſe ZX du Revêtement..... $= x$
Si par l'extrémité Z du Revêtement, l'on tire AZ parallele au talus QX, l'on aura AQ..... $= ZX = x$
Et par conſéquent AH..... $= b - x$

Cela poſé, il eſt évident que de toutes les Terres dont on pourra charger le terreplain, il n'y aura que celles qui ſeront ſur AH qui feront effort pour renverſer le Revêtement, puiſque celles qui ſeront ſur AQ ſe ſoutiendront avec les Terres $ADXQ$ ſur la partie DZX du Revêtement, comme elles ſe ſoûtiendroient ſur un pareil volume de Terre.

Soit pris le parallélogramme AI pour le profil des Terres qui ſont ſur AH, & ſoit la hauteur de ce parallélogramme $= d$. Sa ſurface par laquelle il faut exprimer la peſanteur des Terres dont il eſt le profil, ſera $= \overline{b - x} \times d = db - dx$.

Soit comme dans le Probleme précédent, la pe-

* Fig. 4.

pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font suivant ou parallelement au talus QX, dans le rapport de f à ϕ, l'on aura l'effort des Terres, dont AI est le profil, par cette analogie, $f:\phi::bd-dx:\frac{\phi bd-\phi dx}{f}$, dont le quatrieme terme est l'effort que les Terres, dont AI est le profil, font contre le Revêtement.

Mais cet effort étant réuni au centre de gravité P du profil parallélogrammique AI, & agissant suivant $P\Upsilon$, est appliqué au bras de levier $Z\Upsilon$ tiré du point d'appui Z perpendiculairement sur $P\Upsilon$, ainsi il faut trouver ce bras de levier $Z\Upsilon$.

Pour cela soit tirée SZ parallele à QL, les triangles rectangles semblables QLX, $S\Upsilon Z$ donneront $QX:LX::SZ$, ou $CD:Z\Upsilon$.

Mais $QX=c$, $LX=b$.

Et à cause que $P\Upsilon$ passe par le centre de gravité P du parallélogramme AI, & est parallele au talus QX ou AD, le côté AH du parallélogramme est coupé en deux parties égales, comme aussi HD en deux parties égales, ce qui donne $CD=\frac{HD}{2}$.

Mais HD que nous avons trouvé dans le Probleme précédent sous le nom de $HF=\frac{ab-ax}{b}$. Donc $CD=\frac{ab-ax}{2b}$.

Donc l'analogie $QX:LX::SZ$, ou $CD:Z\Upsilon$, devient celle-ci, $c:b::\frac{ab-ax}{2b}:Z\Upsilon=\frac{ab-ax}{2c}$.

Mul-

Multipliant cette valeur $\frac{ab-ax}{2c}$ du levier ZY par l'effort $\frac{\phi bd-\phi dx}{f}$ des Terres qui chargent la partie AH du terreplain, le produit $\frac{\phi adbb-2\phi adbx+\phi adxx}{2cf}$ sera l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart est chargé, laquelle Formule se reduit à $\frac{b-x\times\phi ad}{2cf}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME III.

Trouver l'énergie du Revêtement triangulaire HDB *qui doit soûtenir les Terres qui font effort pour le renverser.*

SOLUTION.

* Soient comme dans les Problemes précédens, la hauteur HD du Revêtement, comme la hauteur AN des Terres..... $= a$
La base BD du Revêtement..... $= x$
La base ND du talus des Terres..... $= b$
A cause des triangles rectangles semblables AND, FDB, l'on aura $FD = \frac{ax}{b}$ & $HF = a-\frac{ax}{b} = \frac{ab-ax}{b}$, & la surface du trian-

* Fig. 2.

triangle $HFB = \frac{HF \times DB}{2} = \frac{abx - axx}{2b}$.

Or de tout le Revêtement HDB, il n'y a que la partie HFB qui réſiſte à l'effort des Terres OFH qui pouſſent pour renverſer le Revêtement.

C'eſt donc l'énergie de cette partie qu'il faut trouver: Pour cela ſoit la peſanteur de la maçonnerie à celles des Terres dans le rapport de p à ϖ.

Si la partie HFB étoit de Terre, l'on exprimeroit ſa peſanteur par ſa ſurface $\frac{abx-axx}{2b}$; mais comme elle eſt de maçonnerie dont nous avons ſuppoſé la peſanteur à celle de la Terre dans le rapport de p à ϖ, l'on aura ſa peſanteur par cette analogie $\varpi : p :: \frac{abx-axx}{2b} : \frac{pabx-paxx}{2b\varpi}$, dont le quatrieme terme ſera la peſanteur de la partie triangulaire HFB du Revêtement.

Comme cette partie HFB du Revêtement ne peut être renverſée que ſur le point d'appui B, & que ſa peſanteur eſt réunie à ſon centre de gravité Q, cette peſanteur eſt appliquée à un bras de levier BC pour s'oppoſer à l'effort que font les Terres pour la renverſer.

Donc ſi l'on multiplie la peſanteur $\frac{pabx-paxx}{2b\varpi}$ de

de cette partie HFB du Revêtement par ſon bras de levier $BC = \frac{2BD}{3} = \frac{2x}{3}$,

Le produit $\frac{pabxx - pax^3}{3bm}$ ſera l'énergie de la partie HFB du Revêtement qui peut être renverſé par l'effort des Terres. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

* Si le Revêtement n'avoit point de fruit, c'eſt-à-dire, que ſa face extérieure GB fût parallele à la face intérieure HD, il faut remarquer que,

1°. Si l'on ſuppoſe le point d'appui du Revêtement en B, pour-lors l'énergie du parallélogramme $HFBG$ ſera à celle du triangle $HFB :: 2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$, c'eſt-à-dire $:: 1 : \frac{2}{3}$, ou $:: 3 : 2$.

Car la ſurface du parallélogramme GF eſt à celle du triangle $HFB :: 2 : 1$.

Et le levier du même parallélogramme GF eſt à celui du triangle $HFB :: \frac{1}{2} : \frac{2}{3}$.

Ainſi multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura l'énergie du parallélogramme GF à celle du triangle HFB, comme $2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$ ou $:: 3 : 2$.

2°. Si le point d'appui n'étoit point en B, mais que les points d'appui du parallélogramme GF, & du triangle HFB fuſſent écartés du

* Fig. 3.

du point B de $\frac{1}{3}$ de leur baſe, il arriveroit que le parallélogramme & le triangle auroient même énergie.

Car le levier du parallélograme ſeroit à celui du triangle : : $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$, c'eſt-à-dire : : 1 : 2.

Ainſi multipliant par ordre la premiere analogie de la Remarque, & celle-ci, l'on aura

l'énergie du parallélogramme GF
à l'énergie du triangle HFB,
comme 2 × 1
eſt à..... 1 × 2.

C'eſt-à-dire, l'énergie du parallélogramme égalé à celle du triangle.

Donc il eſt indifférent d'oppoſer aux Terres qui veulent ébouler, ou le parallélogramme GF, ou le triangle HFB, lorſqu'on veut que le point d'appui ſoit éloigné du point B de $\frac{1}{3}$ de leur baſe BF.

PROBLEME IV.

Trouver la baſe BD *du Revêtement triangulaire* HDB *qui doit faire équilibre avec la Pouſſée des Terres, ſur le point d'appui* B.

SOLUTION.

* Comme le Revêtement & les Terres doivent faire équilibre ſur le point d'appui B, il faut que leurs énergies ſoient égales ſur ce même appui B.

Mais

* Fig. 3.

Mais nous avons trouvé dans le Probleme premier l'énergie des Terres

$$= \frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c}.$$

Et nous avons trouvé dans le Probleme troiſieme l'énergie du Revêtement triangulaire $= \frac{pabxx - pax^3}{3bw}$.

Ce qui donne cette égalité

$$\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c} = \frac{pabxx - pax^3}{3bw}$$

D'où l'on tire $\frac{\sqrt{w\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\varphi wa}} = x$ qui eſt la baſe demandée. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME V.

Trouver l'énergie d'un Revêtement quelconque, c'eſt-à-dire, d'un Revêtement qui n'eſt ni triangulaire ni parallélogrammique, ſur un point d'appui quelconque.

SOLUTION.

* Soit *HXZT* un Revêtement qui n'eſt ni triangulaire ni parallélogrammique, dont le ſommet *HT* ſoit parallele au talus naturel *QX* des Terres.

Soit la hauteur *HX* du Revêtement, & cel-

* Fig. 4.

celles QL des Terres..... $= a$
La baſe ZX du Revêtement..... $= x$
La baſe LX du talus naturel des Terres..... $= b$
La longueur QX de ce talus..... $= c$

Par l'extrémité extérieure Z de la baſe du Revêtement, ſoit tirée AZ parallele au talus QX des Terres.

Par le point H, ſommet du Revêtement, ſoit tirée HO parallele au talus TZ du Revêtement.

Par le point T, ſommet du talus du Revêtement, ſoit tirée TF parallele à la hauteur AX du Revêtement.

Enfin par le point B, où OH rencontre AZ, ſoit tirée BK parallele à la baſe ZX du Revêtement.

Toutes ces paralleles donneront le triangle HDB, ſemblable & égal au triangle TMZ, & le triangle HKB ſemblable & égal au triangle TFZ. Ce qui donnera $KB = FZ$, & $HD = TM$.

Soit $KB = y$, & XO égale à la baſe du Revêtement que nous avons trouvé & déterminé dans le Probleme IV, c'eſt-à-dire $= \frac{\sqrt{\pi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\pi\varphi a}}$; pour-lors à cauſe des triangles ſemblables QLX, DXZ, l'on aura $LX : QL :: ZX : DX$, c'eſt-à-dire, $b : a :: x : DX = \frac{ax}{b}$, ce qui donne $HD = HX - DX = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$.

Et à cauſe des triangles ſemblables QLX, DKB,

DKB, l'on aura $LX : QL :: BK : DK$, c'eſt-à-dire, $b : a :: y : DK = \frac{ay}{b}$, ce qui donne HK ou $HD + DK = \frac{ab - ax + ay}{b}$.

Et à cauſe des triangles ſemblables HXO, HKB, l'on aura $HK : KB :: HX : XO$, c'eſt-à-dire, $\frac{ab - ax + ay}{b} : y :: a : \frac{\sqrt{\pi\phi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\pi\phi a}}$.

Ce qui donne $y = \frac{b - x \times \sqrt{\pi\phi a}}{\sqrt{2fcp}} = BK$ ou FZ.

Multipliant cette valeur de y ou de BK ou FZ par la valeur $\frac{ab - ax}{2b}$ de $\frac{HD}{2}$, le produit $\frac{bb - 2bx + xx \times a\sqrt{\pi\phi a}}{2b\sqrt{2fcp}}$ ſera la ſurface du triangle HDB ou de ſon égal TMZ.

Si le Revêtement étoit de terre, j'exprimerois la peſanteur de ſa partie TMZ par cette ſurface que je viens de trouver; mais comme il eſt de maçonnerie, dont la peſanteur eſt à celle de la Terre dans le rapport de p à π, l'on aura la peſanteur de cette partie TMZ du Revêtement par l'analogie ſuivante. $\pi : p :: \frac{bb - 2bx + xx \times a\sqrt{\pi\phi a}}{2b\sqrt{2fcp}} : \frac{bb - 2bx + xx \times pa\sqrt{\pi\phi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$, dont le quatrieme terme eſt la peſanteur de cette partie TMZ du

Revêtement, & ſe réduit à $\frac{\overline{b-x}^{\frac{3}{2}} \times pa\sqrt{\varpi\varphi a}}{2\varpi b\sqrt{2fcp}}$.

Comme cette partie TMZ ne peut être renverſée qu'autour du point Z, ſa peſanteur réunie à ſon centre de gravité eſt appliquée à un bras de levier $\varpi Z = \frac{2FZ}{3} = \frac{\overline{b-x} \times 2\sqrt{\varpi\varphi a}}{3\sqrt{2fcp}}$.

Ainſi multipliant cette valeur $\frac{\overline{b-x} \times 2\sqrt{\varpi\varphi a}}{3\sqrt{2fcp}}$ du levier ϖZ par la peſanteur $\frac{bb - 2bx + xx \times pa\sqrt{\varpi\varphi a}}{2\varpi b\sqrt{2fcp}}$, le produit $\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3 \times paa\varpi\varphi}{6b\varpi fcp} = \frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3 \times a^2\varphi}{6bfc}$ ſera l'énergie du triangle TMZ qui ſe réduit à $\frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{6bfc}$.

Voyons maintenant quelle eſt l'énergie de la partie parallelogrammique $HDMT$ du Revêtement.

Puiſque nous avons trouvé $FZ = \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\varpi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}}$,

&

& que nous avons fait $ZX = x$, nous aurons

$$FX = ZX - FZ = x - \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\phi a}}{\sqrt{2fcp}}.$$

Multipliant cette valeur de FX par la valeur $\frac{ab-ax}{b}$ de HD, le produit réſultant $\frac{abx-axx}{b} - \frac{\overline{b-x} \times a\sqrt{\pi\phi a}}{b\sqrt{2fcp}}$ ſera la ſurface du parallelogramme $HDMT$.

Comme ce parallelogramme eſt un profil de maçonnerie, nous aurons la peſanteur de la maçonnerie dont il eſt le profil, par cette analogie, $\pi : p :: \frac{abx-axx}{b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times a\sqrt{\pi\phi a}}{b\sqrt{2fcp}}$ eſt au quatrieme terme $\frac{pabx-paxx}{\pi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times ap\sqrt{\pi\phi a}}{\pi b\sqrt{2fcp}}$ qui eſt la peſanteur de la maçonnerie, dont le parallelogramme $HDMT$ eſt le profil.

Mais cette peſanteur, étant réunie au centre de gravité ou milieu du parallelogramme $HDMT$, eſt appliquée au bras de levier EZ ou $\frac{XF}{2} + FZ = \frac{x}{2} - \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\phi a}}{2\sqrt{2fcp}}$.

+

$$+\frac{\overline{b-x}\times\sqrt{\pi\phi a}}{\sqrt{2fcp}}=\frac{x}{2}+\frac{\overline{b-x}\times\sqrt{\pi\phi a}}{2\sqrt{2fcp}}.$$

Multipliant cette valeur du bras de levier EZ par la pesanteur $\frac{pabx-paxx}{\pi b}-\frac{\overline{b-x}\times ap\sqrt{\pi\phi a}}{\pi b\sqrt{2fcp}}$ du parallelogramme $HDMT$, le produit $=\frac{pabxx-pax^3}{2\pi b}-\frac{\overline{b-x}^3\times aa\phi}{4bfc}$ sera l'énergie du parallelogramme $HDMT$, sur un appui placé en Z.

Ajoûtant cette énergie avec celle du triangle TMZ sur le même appui Z, la somme $\frac{pabxx-pax^3}{2b\pi}-\frac{\overline{b-x}^3\times aa\phi}{12bfc}$ sera l'énergie du Trapeze $HDZT$ qui peut être renversé autour de l'appui Z par la poussée des Terres.

Si l'on veut un autre appui que le point Z, il est évident que ce point d'appui sera dans la ligne DZ, qui est l'endroit par lequel le Revêtement peut être cassé.

Soit donc cet appui dans un point quelconque V de la ligne DZ, de telle sorte que l'on ait $l:g::DZ:VZ$. Si de ce nouvel appui V, l'on tire la verticale VG, l'on aura aussi $l:g::ZX:GZ$. C'est-à-dire, $l:g::x:GZ=\frac{gx}{l}$.

Or le point d'appui étant en V, les leviers πZ,

πZ, EZ auxquels étoient appliquées les pesanteurs des deux parties du Revêtement, seront racourcis de la quantité $GZ = \frac{gx}{l}$.

Il faudra donc de l'énergie du Revêtement que nous avons trouvé sur l'appui Z, retrancher le produit de la pesanteur du Revêtement, ou plutôt du Trapeze $HDZT$, par ce racourcissement $\frac{gx}{l}$ de levier; mais ajoutant ensemble la pesanteur du parallelogramme $HDMT$, & celle du triangle TMZ, la somme $\frac{pabx - pax^2}{\pi b} - \frac{\overline{b - x}^2 \times ap\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$ sera la pesanteur du Trapeze $HDZT$, laquelle étant multipliée par le racourcissement $\frac{gx}{l}$ des leviers, donnera

$\frac{pabgxx - pagx^3}{\pi bl} - \frac{\overline{b - x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}}$ pour le produit qu'il faut retrancher de l'énergie que nous avons trouvé sur le point Z.

Enfin la soustraction étant faite, le reste

$\frac{pabxx - pax^3}{2\pi b} - \frac{\overline{b - x}^3 \times aap}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^3}{\pi bl}$

$+ \frac{\overline{b - x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}}$ sera l'énergie d'un Re-

vê-

vêtement quelconque, sur un appui quelconque suivant les conditions énoncées. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME VI.

Trouver la base d'un Revêtement quelconque, dont l'énergie soit à celle des Terres qui pousſent naturellement contre lui, plus celle dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé, dans le rapport de m, *à* n; *& que ce rapport d'énergie ſe faſſe ſur un point d'appui quelconque* V; *& que la base* XO *de la partie triangulaire du Revêtement, c'eſt-à-dire, le fruit ſoit* $= \frac{\sqrt{\varpi\phi abb}}{\sqrt{2fp}+\sqrt{\varpi\phi a}}$ *qui eſt la baſe d'un Revêtement triangulaire qui peut faire équilibre ſur l'extrémité de ſa baſe avec le terreplain ſeulement, ſuivant le Probleme IV.*

SOLUTION.

Nous avons trouvé dans le Probleme V. l'énergie du Revêtement ſur un point quelconque $V = \frac{pabxx - pax^3}{2\varpi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{12bfc} - \frac{pabgxx+pagx^3}{\varpi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\varpi\phi a}}{2\varpi bl\sqrt{2fp}}$.

Et nous avons trouvé dans le Probleme pre-

* Fig. 4.

premier l'énergie des Terres qui pouſſent contre le Revêtement $= \frac{\overline{b-x}^{3} \times \varphi aa}{6bfc}$.

Et nous avons trouvé dans le Probleme ſecond l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé $= \frac{\overline{b-x}^{2} \times \varphi ad}{2ef}$.

Mais ſuivant l'énoncé de ce Probleme, l'énergie du Revêtement doit être à l'énergie des Terres & de la maſſe dont le terreplain ſeroit chargé, dans le rapport de m, à n, ce qui donne cette analogie $\frac{pabxx - pax^{3}}{2wb} - \frac{\overline{b-x}^{3} \times aa\phi}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^{3}}{wbl} + \frac{\overline{b-x}^{2} \times apgx\sqrt{w\phi a}}{2wbl\sqrt{2fcp}} : \frac{\overline{b-x}^{3} \times \varphi aa}{6bfc} + \frac{\overline{b-x}^{2} \times \varphi ad}{2ef} :: m : n$.

D'où l'on tire

$$x = \frac{\sqrt{6fp\pi ncbbl\times l - 2g\times 2am+an+5md} - 9bbmnldg\pi\varphi\sqrt{2acp\pi f\varphi} + \frac{f\varphi p\pi ca}{2}\times\overline{3bgn}^{2} + \overline{3ldn\varphi mb}^{2}\Big\} - 4b\pi\varphi\times\overline{2am+an+3md} - \frac{1}{2}nbg\sqrt{18fpc\pi\varphi a}}{6fpcln - aln\pi\phi - 12cfgnp - gn\sqrt{18fpc\pi\varphi a} - 2alm\pi\phi}$$

Ainſi pour la baſe du Revêtement propoſé. *Ce qu'il falloit trouver.*

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE TRIANGULAIRE OU TETRAEDRE.

COROLLAIRE I.

Si les grains ſont arrangés de maniere qu'un grain ſoit appuyé ſur trois autres grains, comme dans le Tetraëdre, & que le talus ſoit formé par la face du Tetraëdre, la hauteur étant appellée a, la baſe du talus formé par la face du Tetraëdre ſera $= \frac{a}{2\sqrt{2}}$, & la longueur du talus ſera $= \frac{3a}{2\sqrt{2}}$, ſuivant le Théoreme I, Corollaire I.

Ainſi dans la formule de la baſe que nous avons trouvée dans le Probleme VI, Ce il faudra ſubſtituer $\frac{a}{2\sqrt{2}}$ en la place de b qui exprimoit la baſe du talus.

Et ſubſtituer $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur du talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme IV & ſes Corollaires, que la peſanteur des Terres qui ſont ſur le talus formé par la face du Tetraëdre, étoit à l'effort qu'elles faiſoient contre le Revêtement ſuivant ledit talus, dans le rapport de $\sqrt{2}$ à 1;

Il faudra ſubſtituer $\sqrt{2}$ & 1 en la place de f & φ que nous avions pris pour le rapport de la peſanteur des Terres, à l'effort qu'elles font contre le Revêtement ſuivant leur talus.

Ces ſubſtitutions étant faites, la Formule du Théoreme précédent ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left\{\begin{array}{l} \frac{2}{3}p\pi aa \times ll - 2lg \times 2am + an + 6md \\ + \frac{27}{32}p\pi aaggnn + \frac{2}{3}lldd\pi\pi mm \\ - \frac{2}{3}amnldg\pi\sqrt{3p\pi} \end{array}\right\}} - \left\{\begin{array}{l} \frac{l\pi}{2\sqrt{2}} \times 2am + an + 3ma \\ \frac{nag}{4\sqrt{2}}\sqrt{27p\pi} \end{array}\right.}{9pln - ln\pi - 18gnp - gn\sqrt{27p\pi} - 2lm\pi}$$

Ce qui donne la baſe d'un Revêtement avec un talus.

1°. En ſuppoſant que le talus, ou plutôt que la partie triangulaire formée par le talus, peut faire équilibre avec la Pouſſée des Terres ſur l'extrémité de ſa baſe.

2°. Que le Revêtement total a une énergie ſur un point d'appui quelconque, laquelle énergie eſt à l'énergie des Terres qui pouſſent contre le Revêtement, plus l'énergie d'une maſſe de terre dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé dans le rapport de m, à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait encore $m = n$, c'eſt-à-dire, ſi l'on ſuppoſe que l'énergie du Revêtement ſur l'appui quelconque V, eſt égale à l'énergie que les Terres ont contre le Revêtement plus l'énergie d'une maſſe dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé; ce qui dirigera l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres du terreplain, & de celles qui chargeroient ce terreplain vers le point quelconque donné V;

La Formule précédente ſe changera en celle-ci.

$$x = \frac{\sqrt{\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}p\pi a \times l\sqrt{-2lg \times 3\overline{a+6d}} \\ +\frac{1}{32}p\pi aagg + \frac{1}{8}lldd\pi\pi \\ -\frac{1}{8}aldg\pi\sqrt{3p\pi}\end{array}\right\}} - \frac{l\pi}{2\sqrt{2}} \times \sqrt{a+d} - \frac{ag}{4\sqrt{2}}\sqrt{3p\pi}}{3pl - l\pi - 6gp - g\sqrt{3p\pi}}$$

qui nous donne la baſe d'un Revêtement, telle

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour faire équilibre avec les Terres du terreplain.

2°. Que l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres du terreplain, & de la maſſe de terre dont ce terreplain ſeroit chargé, eſt dirigé vers un point quelconque donné *V*.

COROLLAIRE III.

Fig. 4. Si l'on vouloit de plus que l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres du terreplain, & de la maſſe de terre dont le terreplain ſeroit chargé, fût dirigé vers l'extrémité *Z* de la baſe du Revête-

ment,

ment, le point d'appui V tomberoit en Z. Ce qui donneroit $ZV = o$, & par conſéquent $g = o$, puiſque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Subſtituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II, elle ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}p\pi a \times 3a + 6d + dd\pi\pi} - \frac{a\pi - d\pi}{2\sqrt{2}}}{3p - \pi}.$$

Ce qui donne la baſe d'un Revêtement avec un talus, telle

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour faire équilibre avec la Pouſſée des Terres du terre-plain.

2°. L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres du terreplain, & de la pouſſée de la maſſe de terre dont ce terreplain ſeroit chargé, eſt dirigé vers l'extrémité Z de la baſe du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si l'on ſuppoſe encore que le terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe de terre, il faudra faire la hauteur d de cette maſſe $= o$, & pour-lors la Formule du Corollaire III, ſe changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{aa\pi}}{\sqrt{24p} + \sqrt{8\pi}}$.

Ce qui donne la baſe d'un Revêtement, qui ſuffit préciſément pour ſoutenir l'effort des Terres du terreplain ſeulement, & par conſéquent

séquent ce Revêtement doit être triangulaire, puisque nous avons fait ensorte que la partie triangulaire du Revêtement fût seule capable de faire équilibre avec la Poussée des Terres. qui

COROLLAIRE V.

Si l'on suppose que le terreplain n'est chargé d'aucune masse de terre, & que l'on veuille conserver le reste de l'hypothese du Corollaire I, on aura la base du Revêtement tel,

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus du Revêtement, puisse faire équilibre avec la Poussée des Terres sur un appui situé à l'extrémité de sa base. I

2°. Que l'énergie du Revêtement entier sur un point d'appui V donné quelconque soit à l'énergie des Terres dans le rapport de m, à n, l'on aura la base de ce Revêtement en substituant o en la place de la hauteur d de la masse qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{8}ppnna \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an} \\ +\frac{27}{32}ppaaggnn \end{array}\right\}} - \left\{\begin{array}{l} \frac{lp}{2\sqrt{2}} \times \overline{2am + an} \\ -\frac{nag}{4\sqrt{2}}\sqrt{27pp} \end{array}\right.}{9pln - lnp - 18gpn - gn\sqrt{27pp} - 2lmp}$$

Mem. 1727.

qui donne la baſe du Revêtement demandé.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d = 0$, comme dans le Corollaire V, l'on vouloit encore que le point d'appui V fût à l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, c'eſt-à-dire, que g qui exprime VZ, fut $= 0$, pour-lors la Formule du Corollaire V ſe changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}mnaa + nnaa}}{\sqrt{9pn} + \sqrt{2mn + nn}}$.

Ce qui donne la baſe d'un Revêtement avec le talus, enſorte que

1°. La partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour réſiſter à la Pouſſée des Terres.

2°. L'énergie du Revêtement ſur l'extrémité Z de ſa baſe eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE.

COROLLAIRE I.

Si les Terres ſont arrangées de maniere qu'un grain ſoit appuyé ſur trois autres grains, comme dans le Tetraëdre, mais que le talus ſoit formé par l'arrête du Tetraëdre;

La hauteur du Revêtement étant toujours $= a$, comme celle des Terres;

La baſe du talus formé par l'arrête du Tetraë-

traëdre sera $= \frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur du talus sera $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, comme nous l'avons vû dans le Corollaire I du Théoreme II.

Ainsi dans la formule des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra substituer $\frac{a}{\sqrt{2}}$ en la place de b, qui exprimoit la base du talus des Terres, & substituer $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme V, & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, est à l'effort qu'elles font contre le Revêtement suivant ledit talus dans le rapport de $\sqrt{6}$ à 1, il faudra substituer $\sqrt{6}$ & 1 en la place de f & φ que nous avions pris pour exprimer le rapport de la pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement suivant leur talus.

Ces quatre substitutions étant faites, la formule générale des bases que nous avions trouvé dans le Probleme VI, se changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'au Revêtement qui soûtiendra des Terres sur un talus formé par des arrêtes de Tetraëdre.

$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{array}{l} 9ppnax\overline{ll-2lg}\times 2\overline{ma+na+6md} \\ -\frac{9}{2}mnldg\pi\sqrt{6aap\pi} \\ +\frac{27}{4}p\pi aaggnn+\frac{9}{2}lldd\pi\pi mm \end{array}\right\} - \frac{l\pi}{V_2}\times 2\overline{am+an+3md} \text{ p.} \\ -\frac{3}{2}ang\sqrt{3p\pi}}}{18pln-ln\pi-36gnp-3gn\sqrt{6p\pi}-2lm\pi}$$

qui nous donne la baſe du Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire du Revêtement formée par le talus peut ſeule faire équilibre avec la Pouſſée des Terres du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité de ſa baſe.

2°. L'énergie du Revêtement entier ſur un point donné quelconque V eſt à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont le terreplain ſeroit chargé dans le rapport de m à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait $m = n$, c'eſt-à-dire, ſi l'on fait l'énergie du Revêtement ſur l'appui quelconque V égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont ledit terreplain ſeroit chargé, ce qui dirigera l'effort compoſé de la

pesanteur du Revêtement, de la poussée du terreplain, & de la masse dont il est chargé, vers le point quelconque donné V;

La formule précédente du Corollaire I pour l'arrête du Tetraëdre, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{array}{l} 3p\pi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{a+2d} \\ -\frac{1}{2}aldg\pi\sqrt{6p\pi} \\ +\frac{3}{2}p\pi aagg + \frac{1}{2}lldd\pi\pi \end{array}\right\} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{a+d} - \frac{1}{2}ag\sqrt{3p\pi}}}{6pl - l\pi - 12gp - g\sqrt{6p\pi}}$$

qui donne la base d'un Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2°. L'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain, & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers le point quelconque donné V.

COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit que l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la pous-

ſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, fût dirigé vers l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, le point d'appui V tomberoit en Z. Ce qui donneroit $ZV = o$, & par conſéquent $g = o$, puiſque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Subſtituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II précédent, elle ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{3p\varpi a \times a + 2d + \frac{1}{2}dd\varpi\varpi} - \frac{\varpi}{\sqrt{2}} \times a + d}{6p + \varpi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un point d'appui ſitué à l'extrémité de la baſe dudit talus.

2°. L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers l'extremité Z de la baſe du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si outre $m = n$, & $g = o$, comme dans le Corollaire précédent, l'on ſuppoſe encore $d = o$, c'eſt-à-dire, que le terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe, la Formule du Corollaire III ſe changera en celle-ci,

$x = \frac{\sqrt{\varpi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\varpi}}$ qui eſt la baſe d'un Re-

vê-

vêtement qui ſuffit pour ſoûtenir l'effort du terreplain ſeulement ſur un appui placé à l'extrémité de la baſe dudit Revêtement ; & comme ce Revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre avec la pouſſée de ce même terreplain, ſur un appui placé à cette même extrémité de baſe, il s'enſuit que ce Revêtement eſt triangulaire.

COROLLAIRE V.

Si l'on ſuppoſe que le terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe de terre, & que l'on veuille conſerver le reſte du Corollaire I du préſent Article pour l'arrête du Tetraëdre, on aura la baſe du Revêtement, en ſubſtituant o en la place de la hauteur d de la maſſe qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\left.\begin{array}{l}\sqrt{\begin{array}{l}9pwna \times ll - 2lg \times am + an \\ + \frac{27}{4} pwaaggnn\end{array}}\end{array}\right\} - \frac{lw}{\sqrt{2}} \times 2\overline{am + an} + \frac{3}{2} ang\sqrt{3pw}}{18pln - lww - 36gnp - 3gn\sqrt{6pw} - 2lmw}$$

qui donne la baſe du Revêtement demandé.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d=0$, l'on vouloit encore que le point d'appui V fût à l'extrémité Z de la base du Revêtement, l'on auroit $VZ=0$, & par conséquent $g=0$, puisque nous avons fait $DZ:VZ::l:g$.

Substituant donc o dans la Formule précédente du Corollaire V, elle se changera en celle-ci, $x=\frac{V\overline{\varpi aa\times 2m+n}}{V\overline{36np}+V\overline{4m\varpi+2n\varpi}}$ qui est la base d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire suffit seule pour résister à la Poussée des Terres.

2°. L'énergie du Revêtement entier sur l'extrémité Z de sa base est à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE QUARRÉE.

COROLLAIRE I.

Si les Terres sont arrangées de maniere qu'un grain soit appuyé sur quatre autres grains, comme dans les pyramides quarrées, le talus des terres sera formé par la face de cette pyramide.

Pour-lors la hauteur du Revêtement & celle des terres étant a, la base du talus des terres

res sera $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur de leur talus sera $= \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, suivant le Théoreme III.

Ainsi dans la Formule générale des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra substituer $\frac{a}{\sqrt{2}}$ en la place de b qui exprimoit la base du talus des terres, & $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme VI & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur un talus formé par la face de la pyramide quarrée, est à l'effort qu'elles font contre un Revêtement suivant ledit talus, dans le rapport de 1 à $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ il faudra substituer 1 & $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ en la place de f & φ, que nous avions pris pour exprimer le rapport de la pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement suivant leur talus.

Ces quatre substitutions étant faites, la Formule générale des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI, se changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'aux Revêtemens qui soûtiennent les Terres sur un talus formé par des faces de pyramides quarrées,

$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}pn\,na\times\overline{ll-2lg\times 2am+an+6md} \\ -3amnldgn\sqrt{pn} \\ +\frac{9}{8}pn\,aaggnn+\frac{9}{8}lldd\,nnmm \end{array}\right\}} - \frac{\sqrt{2ln}}{4}\times\overline{2am+an+3md} - \frac{1}{2}nag\sqrt{\frac{1}{2}pn}}{6pln-\frac{1}{2}lnn-12gnp-3gn\sqrt{pn}-lmn}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire du Revêtement peut ſeule faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité de la baſe de ladite partie.

2°. L'énergie du Revêtement entier ſur un point donné quelconque V eſt à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont il eſt chargé, dans le rapport de m à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait $m=n$, c'eſt-à-dire, ſi l'on fait l'énergie du Revêtement ſur l'appui quelconque V égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont il eſt chargé, ce qui dirigera l'effort compoſé de la peſanteur du

Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la pouſſée des Terres dont il eſt chargé, vers le point quelconque donné V, la Formule du Corollaire I ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}p\varpi a \times ll - 2lg \times 3a + 6d \\ -3aldg\varpi\sqrt{p\varpi} \\ +\frac{9}{8}p\varpi laagg + \frac{9}{8}lldd\varpi\varpi \end{array}\right\}} - \frac{\sqrt{2l\varpi}}{4} \times 3a + 3d \Big\} - \frac{1}{2}agV\frac{1}{2}p\varpi}{6pl - \frac{1}{2}l\varpi - 12gp - 3gV p\varpi}$$

qui donne la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO ſuffit pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité O de ſa baſe.

2°. L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de l'effort du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers un point quelconque donné V.

COROLLAIRE III.

Si outre $m = n$, comme dans le Corollaire II, l'on ſuppoſe encore le point

d'appui V placé à l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, l'on aura l'effort composé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, dirigé vers l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, ce qui donnera ZV, & par conſéquent $g=0$, puiſque nous avons fait $DZ:VZ::1:g$. chargé

Subſtituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II, elle ſe changera en celle-ci,

$$x=\frac{\sqrt{\frac{1}{2}pm\times a\times 3a+6d+\frac{2}{3}dd\pi m}\Big\}-\frac{3m\sqrt{2}}{4}\times\overline{a+d}}{6p-\frac{1}{2}m}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO ſuffit pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité O de ſa baſe.

2° L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers l'extrémité Z de la baſe du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si outre $m=n$, & $g=0$, comme dans le Corollaire précédent, l'on ſuppoſe encore $d=0$, c'eſt-à-dire, que la hauteur de la maſſe dont le terreplain eſt

chargé eſt $=o$, la Formule du Corollaire III ſe changera en celle-ci,

$x = \frac{\sqrt{\pi a a}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}}$, qui eſt la baſe d'un Revêtement qui peut ſoûtenir l'effort du terreplain ſeulement ſur un appui placé à l'extrémité de ſa baſe. 1°. La

Et comme ce Revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre avec ce même terreplain, ſur un appui auſſi placé à l'extrémité de ſa baſe, il s'enſuit que ce Revêtement eſt triangulaire.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait ſeulement la hauteur d de la maſſe de terre dont le terreplain eſt chargé $=o$, la Formule du Corollaire I ſe changera en celle-ci, L 7

$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}p\pi na \times ll - 2lg \times 2am + an \\ + \frac{2}{3}p\pi aaggnn \end{array}\right\} - \frac{l\pi\sqrt{2}}{4} \times 2am + an} - \frac{1}{2}nag\sqrt{\frac{1}{2}p\pi}}{6pln - \frac{1}{2}ln\pi - 12gnp - 3gn\sqrt{p\pi} - lm\pi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO peut faire équilibre avec la poussée du terreplain, sur l'extrémité O de sa base.

2°. L'énergie du Revêtement entier sur un point d'appui quelconque donné V, est à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d=0$, comme dans le Corollaire V, l'on fait encore $g=0$, c'est-à-dire, $VZ=0$, le point d'appui V tombera à l'extrémité Z de la base du Revêtement, & la Formule du Corollaire V se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{2\pi maa + \pi naa}}{\sqrt{24pn} + \sqrt{4mn + 2n\pi}}$$ qui donne la base d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO peut faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité O de sa base.

2°. L'énergie du Revêtement sur l'extrémité Z de sa base est à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

SCHOLIE.

Comme les Corollaires II nous donnent la maniere de diriger l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la poussée du terreplain, & de la masse dont il est chargé, vers un point quelconque V de la ligne DZ, dans laquelle le Revêtement peut casser, & qu'il nous fournit un talus TZ, tel qu'ayant mené

né par le ſommet H du Revêtement une ligne HO parallele à ce talus, l'on a un triangle HXO, capable de faire ſeul équilibre avec la pouſſée du terreplain ; je crois que ces Corollaires II fourniſſent la méthode la plus ſûre & la plus convenable pour conſtruire les Revêtemens.

C'eſt pourquoi je m'attacherai à ces Corollaires II pour conſtruire des Tables, où l'on pourra trouver les baſes & les talus des Revêtemens.

Et comme ces Revêtemens contiendront les Revêtemens des Corollaires IV, leſquels font équilibre avec la pouſſée du terreplain ſeulement, il faudra auſſi nous ſervir de ces Corollaires IV pour trouver les baſes XO des parties triangulaires HXO de nos Revêtemens : c'eſt ce que nous allons faire dans l'application ſuivante.

Application des Corollaires II & IV à l'uſage.

Si l'on fait la peſanteur p de la maçonnerie à celle ϖ de la Terre, dans le rapport de 3 : 2, & ſi l'on place le point d'appui V de maniere que $DZ : VZ :: l : g :: 3 : 1$,

On aura..... $\begin{cases} p = 3 \\ \varpi = 2 \\ l = 3 \\ g = 1 \end{cases}$

Soit de plus la hauteur d de la maſſe dont le terreplain eſt chargé $= 10$.

POUR

POUR LA FACE DU TETRAEDRE.

Suivant les grandeurs assignées aux indéterminées p, π, l, g, d, la Formule $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8\pi} + \sqrt{24p}}$ du Corollaire IV, pour la face du Tetraëdre, se changera en celle-ci, $x = \frac{1134}{1000}$ qui servira pour trouver le fruit du Revêtement, c'est-à-dire, la base de sa partie triangulaire HXO.

Et la Formule que nous avons trouvé pour la face du Tetraëdre, dans le Corollaire II, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{11744 + 1650.8844 + 7200} - 11.485268 - 84.8526}{-4.97052}$$

qui servira avec la Formule $x = \frac{1134}{1000}$ pour construire la Table qui appartient à la face du Tetraëdre.

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE.

Substituant de même les grandeurs déterminées $3, 2, 3, 1, 10$, en la place des indéterminées.... p, π, l, g, d,

La Formule $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\pi}}$ que nous avons trouvé pour l'arrête du Tetraëdre dans le

le Corollaire IV, se changera en celle-ci, $x = 0.177a = \frac{177a}{1000}$ qui servira pour trouver la base XO de la partie triangulaire HXO du Revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour l'arrête du Tetraëdre, se changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{117aa + 1800a + 3600} - 9a - 60}{8.48}$ qui servira à trouver la base entiere du Revêtement.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE QUARRÉE.

Substituant de même les grandeurs déterminées en la place des indéterminées.... $\overset{3,2,3,1,10.}{p, \pi, l, g, d}$

La Formule $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}}$ que nous avons trouvé pour la face de la pyramide quarrée dans le Corollaire IV, se changera en celle-ci, $x = 0.205a = \frac{205a}{1000}$ qui servira pour trouver la base XO de la partie triangulaire HXO du Revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour la face de la pyramide quarrée, se changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{156aa + 2252.12a + 7200} - 11.9498 - 84.853}{2.204}$ qui

qui ſervira à trouver la baſe entiere du Revêtement.

C'eſt ſuivant les Formules de ce Scholie, que ſont conſtruites les trois Tables ſuivantes, * où l'on ſuppoſe la peſanteur de la maçonnerie à celle de la terre dans le rapport de 3 : 2 ; où l'on a évalué les efforts accidentels à une maſſe de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du rempart ſeroit chargé ; & où l'on a placé le point d'appui V vers lequel l'effort compoſé de tous les efforts eſt dirigé, de maniere que $eVZ = \frac{DZ}{3}$.

La premiere colomne de chaque Table contient les hauteurs des Revêtemens, de cinq pieds en cinq pieds juſqu'à cent.

La ſecond colomne contient les baſes XO des parties triangulaires HXO qui peuvent ſeules faire équilibre avec le terreplain, ſur l'extrémité O de ſa baſe XO.

La troiſieme colomne contient la baſe OZ de la maçonnerie $HOZT$, adoſſée à la partie triangulaire HXO, afin que le Revêtement entier $HXZT$ puiſſe ſoutenir la pouſſée du terreplain & des efforts accidentels, & que le point V vers lequel l'effort compoſé de tous les efforts eſt dirigé, ſoit dans la diſtance $\frac{DZ}{3}$ de l'extrémité Z de la baſe.

Cette baſe OZ peut ſe prendre pour l'épaiſſeur HR au cordon.

Enfin la quatrieme colomne contient la baſe entiere XZ du Revêtement.

R 2

* *Voyez les trois Tables, à la fin de ce Mémoire.*

REMARQUE.

Comme nous avons ſuppoſé les Terres compoſées de parties toutes détachées les unes des autres, & parfaitement roulantes, il eſt évident que les Revêtemens que nous avons trouvé pour les ſoûtenir, ſoûtiendront encore mieux les terres qui ont quelque ténacité, comme il eſt certain qu'elles en ont toutes.

M. l'Abbé du Fay dans ſon Livre intitulé, *Maniere de fortifier, ſuivant la Méthode de M. de Vauban*, donne une Table des Epaiſſeurs des Revêtemens, dans laquelle il fait toûjours leur épaiſſeur au cordon de 4 pieds & demi, & ajoûte un talus dont la baſe eſt égale à la cinquieme partie de la hauteur du Revêtement; mais il eſt évident que ſuivant cette méthode, l'on donneroit trop de force aux Revêtemens peu élevés.

Les Tables que je propoſe étant faites pour trois différentes hypotheſes d'arrangement de terres, ſont toutes trois différentes: mais il faut remarquer que la troiſieme, qui eſt celle de la pyramide quarrée, donnant un talus égal à la cinquieme partie de la hauteur plus $\frac{1}{200}$, eſt aſſés approchante de celle de M. de Vauban pour le talus ſeulement, puiſqu'il ne differe que de $\frac{1}{200}$ de la hauteur du Revêtement; mais elle eſt differente par rapport aux épaiſſeurs au cordon, puiſque les épaiſſeurs au cordon qu'elle contient augmentent,

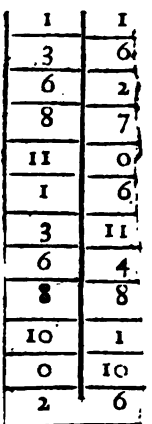
tent, au lieu que celles de M. de Vauban ſont conſtantes.

Il faut auſſi remarquer, que cette troiſieme Table eſt aſſés conforme à celle que donne M. Gautier pour les Revêtemens de Terraſſes.

Enfin l'on peut remarquer, que les baſes que nous donne cette troiſieme Table de la Pyramide quarrée, ſont plus grandes que les baſes qui ſont dans les autres Tables.

La Théorie de ce Mémoire ſe peut appliquer à la Pouſſée des Voutes contre leurs piédroits & piliers butans, & à la recherche des baſes desdits piédroits & piliers butans: mais comme ce Mémoire eſt déja aſſés long, j'en reſerve l'application aux Voutes pour un autre Mémoire, avant lequel je donnerai une ſuite de celui-ci, où je ferai voir l'utilité des Contreforts; pour ne rien laiſſer à deſirer ſur la Pouſſée des Terres, & la conſtruction des Revêtemens.

IDE'E



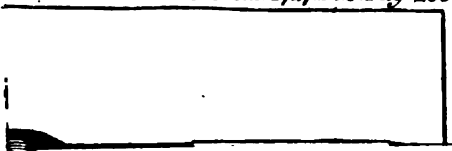
1	1
3	6
6	2
8	7
11	0
1	6
3	11
6	4
8	8
10	1
0	10
2	6

tent, au lieu que celles de M. de Vauban ſont conſtantes.

Il faut auſſi [redacted] *que cette troiſieme Table eſt aſſés* [redacted] *ine M. Gautier p* [redacted] *as-ſes.*

Enfin l'on p
nous donne c
mide quarrée,
ſes qui ſont d

La Théorie
quer à la Po
piédroits & pi
des baſes desc
mais comme
j'en reſerve l'
autre Mémoi
ſuite de celui-
Contreforts ;
la Pouſſée de
Revêtemens.



10	17	6	5
6	18	9	5
2	20	0	4
9	21	3	3
5	22	6	2
0	23	9	1
7	25	0	0
3	26	2	11
8	27	5	8

tent, au lieu que celles de M. de Vauban ſont conſtantes.

Il faut auſſi [redacted] que cette troiſieme

Tabl[redacted] ine

M.

ſes.

E

nou

mid

ſes

L

quer

pié

des

mais

j'en

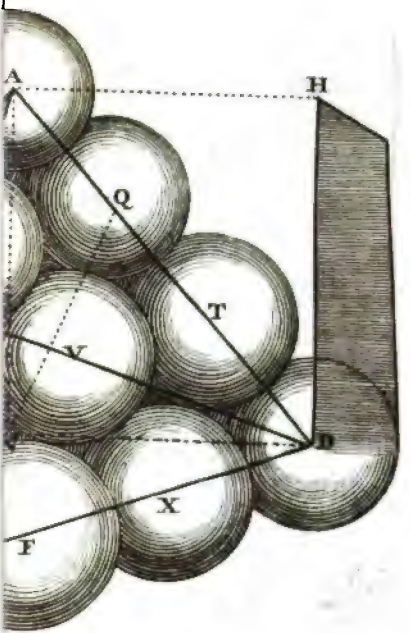
autre

ſuite

Com

la P

Revé


A
H
Q
T
V
D
X
F

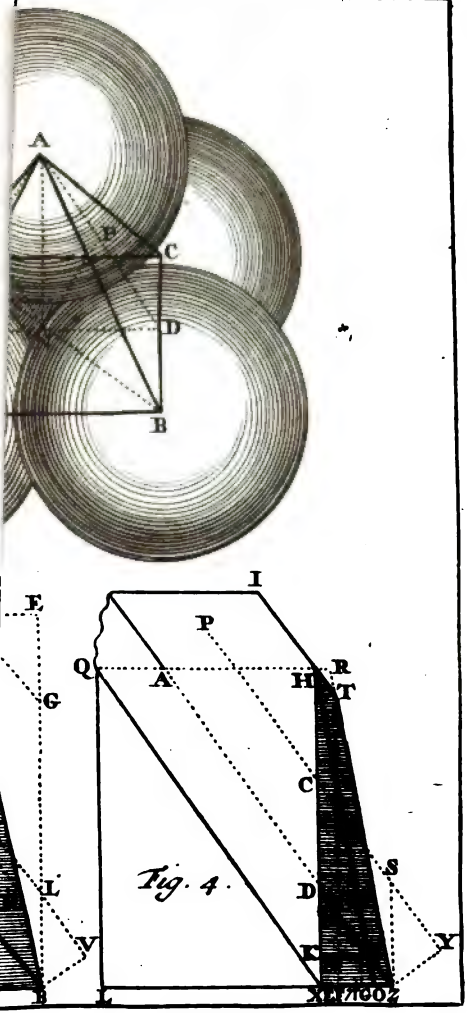


Fig. 4.

ALE

faire la Por-
s matieres

R. *

eu, ſur des
des pierres,
érentes ma-
es prépara-
trois ſortes
it une infi-
s; la Terre
La dernie-
i le plus de
delà de ce-
ai elle étoit
is pluſieurs
ıi eſt peut-
elaine qu'à
ine même,
on ne fait
eſt miſe au

ıprice, que
vivacité &
ue de l'ad-
mi-

IDÉE GENERALE

Des differentes manieres dont on peut faire la Porcelaine; & quelles ſont les véritables matieres de celle de la Chine.

Par M. DE REAUMUR. *

NOUS devons à l'action du feu, ſur des terres, ſur des ſables, ſur des pierres, & ſur des combinaiſons de ces différentes matieres, ſoit entre elles, ſoit avec des préparations minérales ou métalliques, trois ſortes de productions qui nous procurent une infinité de commodités & d'agrémens; la Terre cuite, le Verre & la Porcelaine. La derniere eſt celle dont on a fait juſqu'ici le plus de cas; ſon prix a été porté bien au-delà de celui des deux autres; l'Europe à qui elle étoit étrangere, n'a rien épargné depuis pluſieurs ſiecles pour s'en fournir; & ce qui eſt peut-être moins à la gloire de la Porcelaine qu'à celle des Chinois, c'eſt qu'à la Chine même, où ſe fait la plus parfaite, & où on ne fait que de vilain Verre, il y en a qui eſt miſe au rang des choſes précieuſes.

Que ce ſoit par raiſon, ou par caprice, que nous ſommes plus touchés de la vivacité & de la conſtance de ſes couleurs, que de l'admi-

* 26 Avril 1727.

mirable tranſparence du Verre, qui ſemble lui rendre propre la couleur du liquide qu'il contient, toûjours reſte-t-il à la Porcelaine pour avantages réels ſur le Verre, d'être en état, quoique froide, de recevoir la liqueur la plus chaude; de ce que, après l'avoir reçûe, les doigts la touchent avec moins de riſque de ſe brûler; & enfin d'être moins fragile.

L'Europe l'a trop enviée à la Chine, pour qu'on n'y ait pas cherché à en compoſer de pareille; ſi on n'y eſt pas parvenu, au moins a-t-on réuſſi à l'imiter en quelque ſorte. Nous avons depuis pluſieurs années une Manufacture de Porcelaine, établie à S. Cloud, qui s'eſt fort perfectionnée dans ces derniers tems: depuis trois à quatre ans, on a fait des Porcelaines groſſieres pour des manches de couteau dans pluſieurs Fayenceries du Royaume. Les Païs étrangers n'ont pas négligé cette recherche. On y a travaillé en Hollande. Les Nouvelles publiques nous ont parlé d'établiſſemens tentés en differens endroits, dont j'ignore le ſuccès. Mais il y en a un en Saxe, où l'on compoſe une belle eſpece de Porcelaine, & qui eſt ſurtout remarquable par l'éclat de l'or dont eſt revêtu tout l'interieur de certaines taſſes blanches. Il n'eſt pas bien ſûr que quand on eût fait en Europe, ou au moins en France, de la Porcelaine auſſi bonne & auſſi belle que celle de la Chine, que l'étrangere ne lui eût pas été préférée. Mais il eſt certain que celle qui juſqu'ici a été faite en Europe, n'eſt pas préciſément de la nature de celle de la Chine, qu'el-

qu'elle n'en a pas toutes les qualités. Quoique des Savans du premier ordre ſe ſoient exercés ſur cette matiere, & qu'ils ayent aſſûré y avoir travaillé avec ſuccès, ils ne nous ont même rien laiſſé de propre à nous mettre ſur la voye des tentatives. L'Académie a eu un de ſes Membres, M. Tſchirnhaus, qui a trouvé le ſecret d'une compoſition de Porcelaine, qui ſelon les apparences eſt la même dont on fait uſage en Saxe; il ne la confia en France qu'au ſeul M. Homberg, encore ce fut à condition qu'il ne la communiqueroit à perſonne qu'après ſa mort. M. Homberg lui a trop bien tenu parole; il a ſurvécu M. Tſchirnhaus de pluſieurs années, & n'a rien appris de ce ſecret au public, ou, ce qui eût été la même choſe, à l'Académie.

L'Etude particuliere que j'ai faite depuis long-tems des pratiques des Arts, ne pouvoit gueres me permettre d'ignorer tranquillement la nature d'une des plus belles matieres dont nous leurs ſoyons redevables. Et je me ſuis livré volontiers à une recherche où je me trouvois engagé par une ſorte de neceſſité, dès qu'il m'a paru qu'on pouvoit y être conduit par ces principes clairs, qui menent ſûrement au but quiconque n'eſt point effrayé par le nombre d'expériences qu'ils exigent.

Ils ſe tirent ici, ces principes qui doivent être des guides ſûrs, de la nature de la Porcelaine. Pour la déterminer, il ne faut pas s'arrêter à ſes ornemens exterieurs, au bleu, au rouge, au vert & à l'or qui la parent; les plus rares Porcelaines, les plus cheres, ſont

entierement blanches, & ne ſont eſtimées que pour une certaine nuance de blanc. Ce n'eſt pas encore aſſés de l'avoir dépouillée de ſes couleurs, il faut lui enlever ſon écorce; le poli vif, brillant, éclatant avec lequel nous paroît toute Porcelaine, lui eſt auſſi étranger que ſes couleurs. Ce n'eſt qu'un enduit luiſant, un vernis d'un verre tranſparent qui ne lui appartient pas plus en propre, que les verres ordinaires appartiennent au bois, ou que les vernis des Poteries communes & des Fayences appartiennent aux terres dont elles ſont faites. Nous ne voyons donc la Porcelaine qu'au travers d'un voile, de rudes frottemens peuvent le lui enlever; mais pour la voir immédiatement, pour bien reconnoître ce qui conſtitue ſon caractere, nous n'avons qu'à conſiderer les caſſures de divers fragmens. Nous y obſerverons ſa tiſſure, nous reconnoîtrons qu'elle eſt moyenne entre celle du Verre, & celle des Terres cuites, ou des Poteries; nous n'y trouverons point ce brillant, cet œil verni que nous offrent les caſſures de tout Verre, ni une pareille continuité de parties. Nous y demêlerons une grainure, qui, à la verité, eſt fort differente de celle des terres cuites, par ſa fineſſe, & même par une ſorte d'éclat; d'où il eſt aiſé de juger que l'état de Porcelaine eſt un état moyen entre celui du verre, & celui des terres ſimplement cuites; que de-là vient en partie qu'elle eſt moins tranſparente que le verre, & qu'elle l'eſt plus que les poteries; que de là vient, que quoique froide, elle réſiſte à l'eau chaude à laquelle le verre froid

ne

ne réſiſte pas. Cet état moyen eſt ſuſceptible d'une infinité de degrés qui compoſent des Porcelaines de qualités differentes; les unes, par la groſſeur de leurs grains, ſe rapprochent plus des poteries; & les autres, par la fineſſe des leurs, ſe rapprochent plus du verre. Toûjours reſte-t-il certain par le degré de tranſparence de la Porcelaine, & par l'éclat de ſon grain, qu'elle tient beaucoup du verre, & qu'on la doit regarder comme une vitrification imparfaite, ou comme une demi-vitrification.

C'eſt de-là que nous devons partir. Nous devons nous propoſer de faire des demi vitrifications, & que ces demi-vitrifications ayent la blancheur qui plaît dans la Porcelaine. Deux maniéres différentes d'y parvenir ſe préſentent. Pour prendre une idée de la premiere, remarquons, que ſi après avoir pulveriſé certains ſables, certaines terres, on en fait une pâte, au moyen d'un peu d'eau; ou ſi encore on fait entrer certains ſels dans cette pâte, & qu'enſuite on l'expoſe à l'action d'un feu moderé, qu'elle y devient une terre cuite, pareille à celle de nos poteries. Si la chaleur eſt rendue plus violente, cette même matiere ſera transformée en verre. Ce paſſage de l'état de ſimple terre cuite à l'état d'un verre parfait, ſe fait apparemment par bien des états moyens, dont les uns ne ſont que des vitrifications imparfaites, des demi-vitrifications. Reſte donc à découvrir quelles ſont les matieres qui ſont blanches dans ces états moyens, & qui y peuvent être ſaiſies; car les états moyens ne ſont pas toûjours aiſément ſaiſiſſables. Un morceau de glace,

un morceau d'un certain métal, peuvent être rendus fluides; mais il n'eſt pas aiſé de les ſaiſir dans un état de molleſſe ſemblable à celui d'une pâte, qui doit cependant ſe trouver entre leur ſolidité la plus parfaite & leur fluidité.

Dans l'eſpece de demi-vitrification que nous venons de conſiderer, chaque grain de la pâte a été rendu verre juſqu'à un certain point. Nous pouvons concevoir une autre eſpece de demi-vitrification, ſavoir, celle d'un compoſé où il y ait un mêlange exact de parties totalement vitrifiées, & de parties qui le ſoient peu ou point du tout. Qu'on ait deux poudres fines, dont l'une peut être vitrifiée aiſément, & dont l'autre ne le peut être qu'au plus violent degré de chaleur, ou ne le peut point être du tout; que l'on forme une pâte de ces deux poudres, qu'on lui faſſe ſeulement ſouffrir la chaleur capable de fondre la matiere la plus fuſible: on aura alors une compoſition à demi-vitrifiée, qu'on appellera Porcelaine, ſi elle a un certain degré de tranſparence, & une certaine blancheur.

Ce ſont ces deux différentes voyes d'avoir des demi-vitrifications, que j'ai crû pouvoir ſuivre avec confiance: auſſi ai-je trouvé qu'elles donnent chacune pluſieurs eſpeces de Porcelaines, dans leſquelles ſont compriſes toutes celles qu'on a faites juſqu'à preſent. Il y a encore une autre voye plus ſinguliere de faire de la Porcelaine d'une eſpece dont il n'y a pas apparence qu'on ait tenté d'en faire juſqu'ici; je n'en parlerai point aujourd'hui: à peine aurai-je aſſés de tems pour

pour faire entrevoir ce que j'ai tiré des deux autres manieres *, & sur-tout quelles sont les véritables matieres dont est faite la Porcelaine de la Chine, qui est apparemment ce qu'on aura lé plus d'envie de savoir.

Les deux manieres générales de faire la Porcelaine, que nous venons d'expliquer, conduisent naturellemenr à une méthode pour reconnoître laquelle des deux on a suivie dans la fabrique de quelque Porcelaine que ce soit, pourvû qu'on en ait des fragmens, ou quelque piece qu'on veuille sacrifier. Car la Porcelaine qui est faite d'une matiere vitrifiable, mais saisie dans le tems où elle n'étoit vitrifiée encore qu'imparfaitement, étant tenue dans un Creuset extrêmement chaud, ou pour le plus court encore, étant exposée immédiatement au feu de Forge, achevera de s'y vitrifier, elle s'y transformera dans un Verre ordinaire. Toutes celles des Porcelaines faites jusqu'ici en Europe, que j'ai essayées, se sont parfaitement vitrifiées à un pareil feu. Mais on pourra exposer au feu violent d'un soufflet une composition de deux matieres, dont l'une n'est point du tout, ou presque point vitrifiable; cette composition ne s'y vitrifiera pas: & telle est celle de la Porcelaine de la Chine; le feu l'amene à la consistance de la pâte la plus molle, mais il la laisse Porcelaine; ce qui déja nous donne un caractere bien marqué pour la distinguer de celles d'Europe.

Je n'ai garde d'entrer dans le détail de differens

* Ce Mémoire fut lû à une Assemblée publique.

rens essais, que j'ai tenté par rapport à la fabrique de celles de l'une & de l'autre espece, il doit être reservé pour un plus long ouvrage; je me contenterai de montrer la route que j'ai suivie, & qui étoit indiquée par les principes que nous venons d'établir. J'avois à essayer, quelles sont les matieres qui se peuvent vitrifier aisément, quelles sont celles qui ne se vitrifient que par le feu le plus violent, quelles sont celles qui ne se vitrifient point par les feux de nos fourneaux, quelles sont les couleurs des unes & des autres après avoir souffert un feu plus ou moins long, & plus ou moins violent. Tout ce qui est compris dans le genre des matieres terreuses, s'offroit à ces essais; les terres de toutes especes, les crayes, les bols, les marnes, les glaises, les terres ordinaires, les sables de toutes qualités, les graviers, les pierres de tous les genres, les marbres, les agathes, les cailloux, les cristaux, les grès, les granits, les tales, les plâtres, les ardoises, &c. L'étendue de ces essais paroîtra peut-être immense; aussi ne me serois-je pas promis de les épuiser, si je n'avois cherché des voyes abrégées de les faire, & d'en faire même souvent un très-grand nombre à la fois. Celles dont je me suis servi, meriteront, je crois, d'être expliquées ailleurs au long. Qu'on ne soupçonne pas, au reste, qu'il étoit inutile d'embrasser une tâche si vaste. Quand nous rendrons un compte détaillé de ce travail, on verra que telle matiere, qui auroit pû être négligée parce qu'elle promettoit peu, méritoit beaucoup d'attention. Ce travail d'ailleurs

leurs à un objet utile ; il nous mettra en état d'établir des caracteres plus marqués des différentes classes des matieres terreuses & des matieres pierreuses, que ceux qu'on en a donnés jusqu'ici.

Ce n'a pas été assés d'éprouver seule chacune des matieres de cette nombreuse suite, il a fallu les combiner les unes avec les autres pour nos compositions, & cela encore par un autre principe fourni par un Phénomene singulier. Quelquefois deux matieres prises chacune séparément ne sont nullement vitrinables, qui mêlées ensemble font un composé qui se vitrifie aisément. Enfin aux matieres terreuses il falloit encore ajoûter des combinaisons de sels. Les essais même des sels étoient d'autant plus necessaires, que j'avois certitude que ce n'étoit qu'avec leur secours qu'on étoit parvenu à faire de la Porcelaine dans des Fayenceries du Royaume ; & c'est ce que nous verrons quand nous traiterons des Porcelaines d'Europe. Enfin, entre les compositions qui pourroient devenir de bonne Porcelaine, & également belle, il importoit de déterminer celles qui le deviennent après avoir souffert un moindre degré de chaleur. Des compositions trop difficiles à cuire seroient par-là rejettables.

Au moyen de ce plan, il n'étoit gueres possible que les meilleures manieres de faire de la Porcelaine pussent échapper, & il ne laissoit pour toute gloire à prétendre que celle de l'ordre du travail, & d'une patience à l'épreuve du nombre des essais qui se présentoient. Malgré pourtant toutes mes épreu-

ves, quelque heureuſes qu'elles euſſent été, j'aurois eû beau aſſûrer, vouloir prouver par des comparaiſons de matieres, que j'avois la même compoſition que celle de la Chine, je ne ſai ſi on ſe fût voulu rendre à mes preuves. Nous devons au hazard la plupart des decouvertes; l'ordre que je m'étois preſcrit le rendoit aſſés inutile à mon travail: cependant, comme s'il falloit toûjours lui devoir quelque choſe, au moins ai-je eû beſoin qu'il me favoriſât pour pouvoir bien établir la réalité de la réuſſite.

On ſait tout ce qu'on a débité autrefois ſur la matiere de la Porcelaine de la Chine; qu'on a prétendu qu'elle étoit dûe à la prévoyance des Chinois; que comme parmi nous le pere ſeme des bois pour ſa poſtérité, que de même à la Chine on creuſoit des foſſes profondes, qu'on les rempliſſoit d'une terre qui devoit y reſter des centaines d'années pour s'y pourrir, s'y mûrir, & devenir propre à faire de belle Porcelaine. D'autres nous ont aſſûré que des coquilles fourniſſoient la matiere de la véritable Porcelaine, & nous verrons dans la ſuite ce qui a pû en impoſer à ces derniers. D'autres enfin nous ont rapporté tout ſimplement, que les Chinois faiſoient leur Porcelaine d'une ſeule terre, qui eſt particuliere à leur Païs. Des voyageurs, même ſuppoſés éclairés & pleins de bonne-foi, ſont rarement en état de nous donner des connoiſſances ſur certaines matieres. Qu'on amene en Europe des Chinois, des Japonois des plus ſenſés, qu'on leur faſſe parcourir nos differentes Manufactures; croit-on que de

de retour chés eux, ils ſeront bien en état d'en inſtruire leurs compatriotes? On a imprimé en 1717. une Lettre du Pere d'Entrecolles Jeſuite, ſur la fabrique de la Porcelaine, qui ne doit pas être confondue avec ce qui eſt recueilli précipitamment par des voyageurs. Après avoir rempli les fonctions d'un zèlé Miſſionnaire à *Kim te tchim*, Ville de la Chine où l'on travaille le plus en Porcelaine, & où on fait la plus belle; il a entrepris de décrire ce qu'il a vû pratiquer bien des fois, & ce qu'il a appris de ſes néophytes; il l'a fait avec beaucoup d'élégance. On imagine aſſés l'empreſſement que j'eus de lire cette Lettre. J'y trouvai un grand nombre de faits curieux, la ſuite du travail bien détaillée, les procedés de chaque manipulation bien expliqués, & qui reviennent aux pratiques de nos Fayenceries d'Europe: mais je n'y trouvai point ce que je cherchois le plus, le vrai caractere des matieres dont on fait la pâte de la Porcelaine; j'y vis ſeulement que cette pâte étoit un alliage de deux matieres, mais que la Lettre ne nous faiſoit point aſſés connoître. Voici ce qu'elle en rapporte de plus précis.

La matiere de la Porcelaine ſe compoſe de deux ſortes de terres; l'une appellée Pe tun tſe, *& l'autre qu'on nomme* Kao lin. *Celle-ci eſt parſemée de corpuſcules qui ont quelque éclat; l'autre eſt ſimplement blanche, & très fine au toucher, &c. Ces deux matieres ſont apportées à* Kim te tchim, *réduites en forme de brique. Les* Pe tun tſes, *dont le grain eſt ſi fin, ne ſont autre choſe que des quartiers de Roche qu'on tire des Carrieres,*

& auxquels on donne cette forme après les avoir pilé. Toute pierre n'y eſt pas propre, ſans quoi il ſeroit inutile d'en aller chercher à vingt ou trente lieues dans la Province voiſine; la bonne Pierre, diſent les Chinois, doit tirer un peu ſur le verd.

Pour nous faire enſuite connoître la ſeconde matiere, le *Kao lin*, ce même Pere nous apprend *qu'il demande un peu moins de travail que le* Pe tun tſe: *la Nature y a plus de part. On en trouve des Mines dans le ſein de certaines montagnes, qui ſont couvertes au dehors d'une terre rougeâtre. Ces Mines ſont aſſés profondes; on y trouve par grumeaux la matiere en queſtion, dont on fait des quartiers en forme de carreaux, en obſervant la même méthode que j'ai marquée*, dit ce Pere, *par rapport au* Pe tun tſe. *Je ne ferois pas difficulté de croire*, ajoûte-t-il de ſuite, *que la Terre blanche de Malthe, qu'on appelle la* Terre de Saint Paul, *auroit dans ſa matrice beaucoup de rapport avec le* Kao lin *dont je parle, quoiqu'on n'y remarque pas les petites parties argentées dont eſt ſemé le* Kao lin.

Voilà à quoi ſe réduiſent les idées que ce Pere nous a données des matieres qui entrent dans la compoſition de la Porcelaine: il nous apprend qu'on en employe deux, qui ſont le *Pe tun tſe* & le *Kao lin*. Mais qu'eſt-ce que ſont préciſément ces deux matieres? De quel genre, de quelle eſpece ſont ces pierres dures dont on fait le *Pe tun tſe*, & qui ſe réduiſent en une pâte fine? Qu'eſt-ce que c'eſt que le *Kao lin*? Ce Pere a ſoupçonné cette derniere analogue en quelque ſorte à la terre de Malthe. Ce qui, loin de nous conduire

à

à le reconnoître, ne pourroit que nous jetter à l'écart.

Heureuſement que le Pere d'Entrecolles, qui n'avoit rien négligé de ce qui dépendoit de lui pour nous procurer des connoiſſances, avoit plus fait ; en envoyant ſa Lettre au Pere Orry, Procureur général des Miſſions de la Chine, il l'avoit accompagnée d'échantillons. J'eus occaſion de voir le Pere Orry en 1722. Il m'apprit qu'il avoit ces échantillons ; il me les montra ſur le champ, il me preſſa même de les partager, avec une politeſſe & des inſtances qui m'euſſent forcé à l'accepter, quand j'en euſſe eu moins d'envie.

Malgré le dérangement des étiquettes, arrivé dans un long voyage, il me fut aiſé de retrouver chacune des matieres, que le Pere d'Entrecolles a déſignées dans ſa Lettre. Je vis donc du *Pe tun tſe* en pain ; j'en vis en roche. Je fis réduire en poudre de ces fragmens de roche ; je paſſai la poudre à l'eau : je fus certain alors que celui que j'avois en pain, étoit véritablement venu de pareille roche.

Enfin je reconnus ſans peine, que ces pierres appartiennent au genre des cailloux. Dans un Memoire que j'ai donné autrefois ſur leur formation *, j'ai fait voir que ce genre de pierres eſt un des plus étendus. J'ai tâché de prouver qu'ils ſont, pour ainſi dire, des pierres petrifiées une ſeconde fois, des pierres ordinaires qui, depuis leur production, ont

* *Mém. de l'Acad.* 1721. *p.* 332.

ont été de nouveau penetrées d'un ſuc pierreux ; que de-là vient que les cailloux s'éloignent plus ou moins du caractere des pierres communes, ſont plus ou moins cailloux. Ceux qui fourniſſent le *Pe tun tſe* ſont de ceux qui ſont le moins cailloux, de ceux qui ont le moins de tranſparence, & dont la caſſure eſt le moins polie.

Mais ce qui fait le caractere eſſentiel de ceux-ci par rapport à la Porcelaine, & ce que m'apprirent mes premiers eſſais, c'eſt que leur nature eſt de ſe vitrifier aiſément, ſans le ſecours d'aucuns ſels, quoique le feu ne les attaque qu'au travers des parois d'un Creuſet ; circonſtance dans laquelle les cailloux ordinaires ne ſe vitrifient nullement. Ils ſe transforment dans un verre un peu opaque, & aſſés blanc. Il eſt donc certain qu'une des matieres de la Porcelaine de la Chine eſt extrêmement fondante ; d'où on conclud ſans doute, que le *Kao lin* au contraire doit être cette matiere non fondante, non ou peu vitrifiable, qui, mêlée en certaine proportion avec l'autre, compoſera un tout qui ne ſera qu'imparfaitement, ou à demi vitrifiable ; & qu'ainſi la Porcelaine de la Chine eſt dans la claſſe de celles que notre ſeconde méthode nous a conduit à chercher.

Mais il reſtoit à connoître ce que c'étoit que le *Kao lin*. Ici les échantillons ne nous aidoient pas, comme pour le *Pe tun tſe* ; ils ne nous le faiſoient voir qu'en pains formés de la poudre, dans laquelle la pierre avoit été réduite. Le Pere d'Entrecolles lui-même ne l'avoit jamais vû tel que la Nature le donne,

ne, autrement il ne l'eût pas comparé à la Terre de Malthe, avec laquelle il n'a aucun rapport que celui de la couleur; il ne ſemble à la vérité alors, qu'une terre blanche, parſemée de brillans. J'aurois pourtant tort de faire valoir la peine que j'ai eûe à reconnoître cette matiere ſous ſon déguiſement; dès le premier coup d'œil je crus avoir deviné ſon origine, & je ne me trompai pas: peu auparavant j'avois fait réduire en poudre & en pâte certaines matieres, je crus revoir la pâte qu'elles m'avoient donnée, dès que je vis le *Kao lin*. Loin de penſer que les brillans & les paillettes qui y ſont parſemées duſſent être priſes pour une matiere qui lui fût étrangere, comme le ſont aux ſables & aux terres les paillettes talceuſes qui y ſont ſouvent mêlées; je penſai que les paillettes n'étoient ici que les plus groſſiers fragmens, que ceux qui avoient échapé à la trituration; tels que ſont les fragmens, les gros graviers qui reſtent parmi du grès pilé; & que comme ces derniers fragmens ſeroient propres à découvrir, à qui l'ignoreroit, quelle eſt la pierre d'où le ſable du grès a été tiré, que de même ces paillettes nous découvroient le caractere des pierres qu'on avoit réduit en une poudre, qui paitrie enſuite à l'eau, formoit cette matiere qu'on appelle à la Chine *Kao lin*; que ces paillettes étant de vrayes paillettes talceuſes, que le *Kao lin* n'étoit qu'un Talc pulveriſé. Les matieres que j'avois autrefois fait réduire en une pâte, à laquelle le *Kao lin* m'avoit paru parfaitement ſemblable, étoient auſſi des Talcs.

Ce

Ce n'étoient encore là que des conjectures probables; mais il n'étoit pas bien difficile d'imaginer un moyen de tirer de notre *Kao lin* de la Chine, des preuves qui en démontreroient la certitude ou la fauſſeté. Les paillettes dont il eſt parſemé, ſont très-viſibles, très-reconnoiſſables, & très-certainement des paillettes talceuſes. Je fis fondre dans l'eau une portion de mon *Kao lin*; je ſéparai par des lotions les paillettes talceuſes du reſte de la maſſe; je les raſſemblai, je les fis piler, paſſer à l'eau, & enſuite je les réduiſis en pâte. Cette nouvelle pâte parut préciſément la même que l'ancienne ſéparée de ſes paillettes talceuſes.

Enfin pour ne pas s'en fiër au ſeul jugement des yeux, qui pourtant ici ne laiſſoit aucun lieu à ſcrupule, j'ai ménagé ce peu de pâte ſûrement talceuſe, & j'en ai fait des eſſais pareils à ceux que j'ai faits avec le *Kao lin*; c'eſt-à-dire, que j'ai expoſé de petits gâteaux de l'une & de l'autre au même feu; que j'ai mêlé de l'une & de l'autre ſéparément, & en même proportion, avec le *Pe tun tſe*, & que j'ai fait cuire ces pâtes. Les eſſais ne m'ont pas fait voir la moindre différence entre ma pâte talceuſe tirée du pain de *Kao lin*, & le *Kao lin* même. Des fragmens de Talc ont une grande reſſemblance avec ceux de la Nacre des Coquilles; c'eſt cette reſſemblance apparemment qui a trompé les Voyageurs, qui ont écrit que les Chinois compoſent leur Porcelaine de Coquilles broyées.

Juſqu'ici on ne s'eſt pas aviſé en Europe d'employer le Talc pour la compoſition de la

la Porcelaine ; il eût été impoſſible d'en faire cet uſage dans des Manufactures, ſans qu'on en eût été bien-tôt inſtruit. Comment eût-on pû faire des amas conſidérables d'une matiere ſi reconnoiſſable, la préparer, ſans qu'on eût remarqué à quoi on l'employoit ? D'ailleurs, comme juſqu'ici elle n'a eu que des uſages qui n'en ont demandé qu'une petite quantité, il eût été impoſſible de donner le change ſur le nouvel emploi qu'on en eût fait. Ce qui eſt pourtant de certain, c'eſt que ſe conduiſant dans la recherche de la compoſition de la Porcelaine par les principes que nous avons poſés, dès qu'on voudra en faire de la claſſe de celles qui ne ſont qu'un alliage de deux matieres, dont l'une eſt vitrifiable & dont l'autre ne l'eſt point ; pour la matiere non vitrifiable, il n'eſt aucune dont on dût autant ſe promettre que du Talc : auſſi n'en eſt-il point qui réuſſiſſe mieux. Des raiſons des plus déciſives, & des plus aiſées à appercevoir, conduiſoient à s'en ſervir.

1°. Nous ne connoiſſons point dans le genre des Pierres, de matiere plus difficile à vitrifier. Si on la renferme dans des Creuſets, elle ſoutient la plus violente action du feu, ſans en être alterée, car elle ne ſe calcine pas plus qu'elle ſe vitrifie. Par cette derniere remarque, on eſt averti de ne pas confondre ce Gyps tranſparent, qu'on nomme *Talc* à Paris, avec le véritable Talc.

2°. Nous ne connoiſſons point auſſi de matiere qui conſerve plus de blancheur & plus d'éclat au feu, que les bons Talcs ; auſſi le *Kao lin* donne-t-il un blanc à la compoſition

cuite, que n'auroit pas le ſeul *Pe tun tſe*.

3°. Une conſidération au moins auſſi eſſentielle eſt celle de la tranſparence de cette pierre, & une tranſparence à l'épreuve d'un feu très violent. Si on mêloit une matiere non fuſible, mais opaque, avec une matiere vitrifiable, il n'y auroit gueres lieu d'eſperer de la tranſparence de ce compoſé; les parcelles opaques arrêteroient la lumiere qui auroit paſſé au travers des parcelles tranſparentes. Le Talc étant tranſparent, & conſervant au feu ſa tranſparence, ne laiſſe rien craindre de pareil pour le compoſé où il eſt entré, même dans une aſſés grande proportion. Le Pere d'Entrecolles, qui a obſervé tout ce qu'il étoit à portée d'obſerver, aſſûre qu'à *Kim te tchim*, pour faire les meilleures Porcelaines, on mêle le *Pe tun tſe* & le *Kao lin* en parties égales. La plus belle & la meilleure Porcelaine eſt donc exactement une demi-vitrification.

4°. Enfin le Talc a naturellement une flexibilité qui manque au Verre : comme le feu qui cuit la compoſition où il eſt entré, ne le vitrifie point, ou le vitrifie imparfaitement, il aſſés naturel de penſer qu'il contribue à donner à la Porcelaine une ſorte de ſouplesſe. Un Chinois, dont nous parle le Pere d'Entrecolles, avoit grande raiſon de ſe mocquer du Hollandois qui avoit emporté du ſeul *Pe tun tſe* pour faire de la Porcelaine : mais il n'étoit pas lui-même au fait des qualités des matieres qui la compoſent, lorſqu'il ajoûtoit, qu'il avoit emporté les chairs, & qu'il avoit laiſſé les os. Le *Kao lin* ne fait point du tout l'effet des os. Auſſi le Pere d'Entre-

trecolles semble-t-il être trop entré dans l'idée de ce Chinois, lorsqu'il admire qu'une poudre tendre donne de la solidité, qui ici paroît signifier *dureté*, au *Pe tun tse* tiré des Roches les plus dures.

La composition de la Porcelaine de la Chine est donc connue. Il ne nous reste qu'à savoir si on a en Europe, & sur-tout dans le Royaume, des mêmes matieres que celles de la Chine, ou des matieres équivalentes. Car à la Chine, on ne fait pas par-tout de la Porcelaine; & dans tous les endroits où on y en fait, on n'en fait pas d'également belle: toutes nos Verreries ne font pas des Verres également beaux. Nous avons à chercher deux matieres, dont l'une nous tienne lieu du *Pe tun tse*, & l'autre du *Kao lin*.

Si je pouvois donner ici la liste de toutes les matieres que j'ai essayées, on n'auroit pas lieu de s'inquiéter pour la matiere fondante, ou pour celle du *Pe tun tse*, & je suis convaincu qu'on trouvera à augmenter cette liste, & peut-être de matieres préférables à celles qui m'ont paru excellentes, dès qu'on saura qu'il est important de les essayer. Les qualités qui sont nécessaires à cette premiere, c'est de se vitrifier aisément & en blanc. Les Terres mêmes nous en offriront qui ont leur singularité, nos Cailloux, nos beaux Sables, pourront être employés au moyen de quelques préparations. J'avertirai pourtant ceux qui voudront faire des essais sur les sables, de s'arrêter aux graviers, aux gros sables, plus volontiers qu'aux sables fins. Il est singulier que généralement j'aye trouvé jusqu'ici ces

derniers moins fusibles que les autres.

Mais un Mémoire entier ne sera pas de trop pour examiner les qualités des différentes matieres qui peuvent servir de *Pe tun tse*; nous y donnerons des compositions qui pourront tenir lieu de *Pe tun tses* naturels, & qui peut-être même leur sont préférables.

Il ne s'agit plus que de savoir si nous pourrons avoir du *Kao lin*, ou du Talc, aussi facilement. C'est une matiere qui n'a gueres été ramassée jusqu'ici que par des curieux. On ne s'est gueres avisé de faire usage que de celui qui se trouve en grands morceaux, & qu'on peut diviser en feuilles. On en couvre des Estampes; les Religieuses les employent pour tenir lieu de glaces à leurs *Agnus-Dei*. Ce Talc nous est vendu à Paris pour Talc de Moscovie.

On a encore cherché à en faire un autre usage, & sur-tout de celui de Venise, pour composer des Fards admirables; l'éclat du Talc a été imaginé propre à en donner au teint des Dames. Si ce secret si cherché, cette huile, ou ces préparations de Talc étoient certaines, le mérite du Talc pour la Porcelaine ne seroit rien en comparaison.

Son Altesse Royale feu Monsieur le Duc d'Orleans, le plus éclairé des Princes que la France ait jamais perdu, qui saisissoit, même avec empressement, les occasions de contribuer à étendre nos connoissances, & sur-tout celles qui pouvoient nous mettre en état de faire valoir les avantages naturels du Royaume, voulut bien pendant plusieurs années, envoyer à tous les Intendans, des Mémoires où je demandois des Instructions dé-

détaillées ſur ce que chaque Généralité produiſoit en Mines, Terres, Pierres, Sables & matieres minérales, &c. & les charger d'envoyer des échantillons de chacune de ces matieres, qui ſont actuellement raſſemblés dans mon Cabinet. Parmi ceux que je reçus alors, il y en a de quantité de matieres qui auroient pû être regardées comme un objet d'une curioſité aſſés inutile; les eſpeces de Talcs ſont apparemment de ce nombre. Lorſque j'en ſuis venu aux eſſais ſur la Porcelaine, j'ai trouvé à en faire un uſage que je n'euſſe pas oſé eſperer, & qui doit apprendre qu'il n'y a pas toujours auſſi loin qu'on le penſe, du curieux à l'utile, & que rien n'eſt à négliger dans les productions de la Nature. Le Poitou, le Berry, la Provence, le Languedoc, le Rouſſillon, & preſque toutes les Généralités du Royaume, nous fourniſſent chacune, en pluſieurs endroits, des Talcs de pluſieurs eſpeces. On n'a pas aſſés fouillé, aſſés cherché, pour ſavoir ſi on en trouvera abondamment dans tous ces endroits. Mais il y en a quelques-uns d'où on m'en a envoyé en ſi grande quantité, lorſque je n'en demandois que de petits échantillons, qu'il eſt à préſumer qu'il ne ſeroit pas difficile d'en tirer aſſés pour fournir des Manufactures.

Reſtoit a voir ſi ces Talcs du Royaume réuſſiroient auſſi bien que ceux de la Chine. Nous l'avons déja dit, on peut faire du Verre avec preſque tous les cailloux: mais tout ſable, tout caillou ne fait pas du Verre également beau. Auſſi tous nos Talcs ne ſeront pas également propres à la Porcelaine:

il n'en eſt gueres pourtant qui ne mérite quelque attention. Mais un Memoire entier ſuffira à peine pour faire remarquer leurs ſingularités; c'en eſt aſſés pour celui-ci, de dire que j'ai comparé de ceux dont on trouve le plus abondamment dans le Royaume, avec le *Kao lin* de la Chine; & que de même j'ai comparé la matiere qui doit nous ſervir de *Pe tun tſe*, avec le véritable *Pe tun tſe*. Il étoit aiſé de bien faire cette comparaiſon. J'ai mêlé en parties égales le *Kao lin* de la Chine & le *Pe tun tſe* de la Chine; tantôt j'en ai fait faire de très petits gobelets, tantôt ſeulement des gâteaux, pour ménager des matieres qui m'étoient ſi néceſſaires, & ſi difficiles à recouvrer. C'eſt à cette pâte purement de la Chine, que je devois comparer les autres. J'ai mêlé dans la même proportion quelques-uns de nos Talcs avec *Pe tun tſe* de la Chine, & j'ai mêlé de même le *Kao lin* de la Chine avec le le *Pe tun tſe* de France; & enfin j'ai mêlé enſemble du *Pe tun tſe* de France, & de ſon *Kao lin* ou Talc. Ces eſſais cuits enſemble au même feu, ne pouvoient manquer de me donner tous les éclairciſſemens deſirés. La matiere fondante de France, mêlée avec le *Kao lin* de la Chine, a fait auſſi bien que le *Pe tun tſe* de la Chine mêlé avec le *Kao lin* du même païs; & le *Kao lin* de France, joint au *Pe tun tſe* de la Chine, a tenu lieu du *Kao lin* de la Chine. Si je l'oſois même, je dirois qu'il y en a qui a mieux réuſſi. Enfin notre Talc ou *Kao lin* de France, combiné avec notre pierre fondante ou *Pe tun tſe*, a réuſſi comme le *Kao lin* de la Chine mêlé avec la même pierre.

La

La premiere épreuve que j'ai faite pour m'assûrer que le *Kao lin* de la Chine est un Talc pulverisé, celle où j'ai séparé par des lotions des paillettes talceuses d'un morceau de pâte de *Kao lin*, m'a fourni une autre observation, dont il est important de faire part à ceux qui voudront rechercher des Talcs pour en composer la Porcelaine. Le sédiment qui a été séparé par mes lotions, étoit composé de paillettes talceuses, & de grains d'un sable blanc. Pour avoir les paillettes talceuses, j'ai é é obligé de les séparer de ce sable. Ce n'est pas ce que je veux faire remarquer: mais que le sable entre en partie dans la matiere qu'on pile pour en former les pains de *Kao lin*; que par conséquent cette matiere n'est pas, comme nos Talcs de Venise & de Moscovie, en morceaux de Talc pur; qu'il y a apparence qu'elle n'est qu'une sorte de pierre talceuse, dans la composition de laquelle le Talc entre pour beaucoup. Ainsi on doit tenter de faire usage des pierres talceuses, comme des Talcs. On en trouve plus communément, & nous en avons dans le Royaume qui réussissent admirablement pour la Porcelaine.

Quoique j'aye essayé par préférence les Talcs du Royaume, je n'ai pas négligé les épreuves de ceux des Païs étrangers. Les Talcs de Moscovie, les Talcs de Venise, ont été éprouvés; les matieres qui semblent tenir des Talcs, comme la Craye de Briançon, l'Amianthe, &c. l'ont été aussi; & ces différens essais m'ont fourni des observations singulieres pour la pratique & pour la physique.

Au reſte, on voit aſſés que nous n'avons donné juſqu'ici qu'une legere ébauche d'un Art entierement nouveau pour nous, & qui préſente une vaſte matiere à d'utiles & de curieuſes recherches. Nous aurons par la ſuite à en expliquer toutes les manipulations; comment on réduit en poudres fines nos ſables ou pierres fondantes, & nos Talcs; à preſcrire des regles ſur le degré de fineſſe qui leur eſt eſſentiel; à apprendre comment on y parvient facilement en les paſſant à l'eau. Il nous faudra enſuite compoſer des pâtes du mélange de ces poudres, en former des ouvrages, les cuire. Ce dernier article ſeul fournira bien des remarques ſur la force & la durée du feu néceſſaires; ſur les inconvéniens du trop, ou du trop peu de feu; & ſurtout ſur ce qu'il faut éviter pour que la couleur de la Porcelaine ne ſoit point altérée pendant la cuiſſon. Il arrive ici des accidens propres à bien déconcerter l'Artiſte, mais qui inſtruiſent le Phyſicien de phénomenes ſinguliers. Souvent une compoſition, dont je devois attendre beaucoup de blancheur, eſt ſortie du fourneau opaque, brune, rougeâtre, noire. Enfin il ſera eſſentiel de traiter de la maniere de peindre, de dorer la Porcelaine, & de donner, même à celle qui reſtera blanche, cette eſpece de vernis à quielle doit ſon éclat. Mais on entrevoit aſſés juſqu'où de pareils détails doivent mener. Auſſi ai-je cru que c'étoit aſſés pour le préſent, d'avoir indiqué les routes qu'il faut ſuivre pour la fabrique de la Porcelaine; d'avoir fait connoître les véritables matieres de celle de la Chine, & d'avoir établi que nous en trou-

trouvons de pareilles chés nous. Enfin, la compoſition de la Porcelaine de la Chine n'eſt pas la ſeule à laquelle nous devions nous tenir. Nos experiences nous ont fourni beaucoup d'autres manieres d'en faire, qui ont leurs ſingularités & leur utilité.

Mais, ce qu'on a peut être déja impatience de ſavoir, c'eſt quand nous profiterons de ces recherches, ſi elles nous procureront, & bientôt, de la Porcelaine de France auſſi belle, & à auſſi bon marché que celle de la Chine; car nous voulons voir les choſes auſſi-tôt faites que propoſées. J'avouerai ingénuement, que cette façon de penſer, qui nous eſt propre, m'a fait différer depuis pluſieurs années à communiquer ce que je viens de commencer à donner aujourd'hui. Je ſai qu'on n'en eſt pas quitte à auſſi bon marché, quand on propoſe de ces recherches qui ont une fin utile, que quand on en annonce de purement curieuſes; dès qu'on a publié les dernieres, on a rempli ſon objet. Mais on exige de qui en a promis d'utiles, de faire jouir de leur utilité, ſans examiner ſi ce n'eſt pas trop exiger, que de charger quelqu'un & de l'invention & de l'exécution. Pour moi qui ai eu occaſion d'apprendre combien il eſt difficile de faire de nouveaux établiſſemens dans le Royaume; qu'ils n'y ſauroient réuſſir que par un aſſemblage de combinaiſons qu'on ne peut que rarement eſperer; qu'au moins ils n'y ſauroient être en regle qu'après pluſieurs années, pendant leſquelles l'Inventeur doit être muni d'un courage à l'épreuve de bien des diſcours, qui le chargeront des négligences des Entrepreneurs, des fautes des ouvriers, & même de ces retar-

retardemens qui ne viennent que des fâcheuses circonstances des tems; instruit, dis-je, de tout cela, je demande aujourd'hui par grace, qu'on ne regarde ce que je viens d'annoncer sur la Porcelaine, que comme des faits qu'on avoit ignorés, & qu'il étoit bon de savoir, que comme une simple Analyse de la Porcelaine; qu'on veuille bien que les engagemens que je contracte ne s'étendent qu'à donner les compositions des différentes especes de Porcelaine. Il est pourtant vrai que j'ai crû qu'on pouvoit proposer des recherches de cette nature avec une espérance qu'on n'auroit pas dans d'autres tems, sous un Ministere aussi bien intentionné & aussi éclairé que celui qui nous gouverne. Il ne lui échapera pas de faire attention à la quantité prodigieuse de Porcelaine qui est dans le Royaume, & dans toute l'Europe. Depuis le plus grand Seigneur jusqu'au plus petit particulier, tout le monde en a. Si on calculoit l'argent réel que les Indes ont tité d'Europe avec cette seule Terre, on jugeroit que l'intérêt commun de ses Souverains eût dû les porter à tenter tous les moyens possibles d'en faire des établissemens dans leurs Etats. On a déja une grande avance pour ces fabriques. Les manipulations de la Fayance, & sur-tout celles de la Porcelaine imparfaite, au fait desquelles on est, sont pour l'essentiel les mêmes que celles que demandera la meilleure Porcelaine. On a des ouvriers instruits, il ne s'agit plus que de leur remettre de bonne matiere entre les mains. Il est vrai que les ouvriers vivent à meilleur marché à la Chine, qu'en Eu-

Europe. Mais ce que la Porcelaine étrangere peut coûter de moins par cette considération, n'est-il pas plus que compensé, par les frais des voyages qu'on fait pour l'aller chercher, & sur-tout par les profits qu'exigent ceux qui courent les risques d'un commerce si éloigné ? D'ailleurs, je ne desespere pas que nous n'ayons des moyens d'abreger les opérations, qui ne sont point connus à la Chine.

QUADRATURE ET RECTIFICATION DES FIGURES FORMÉES PAR LE ROULEMENT DES POLYGONES REGULIERS.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I.

SI l'on fait rouler * un Triangle équilatéral *MBC* sur une ligne droite *ABCD*, un des angles *M*, pendant une révolution entiere du Triangle, tracera les arcs *AM*, *MD*; & si l'on tire les cordes *AM*, *MD* de ces deux arcs, l'espace du nouveau Triangle *AMD*, formé par ces cordes & par la base, sera triple du Triangle roulant.

La seule inspection de la Figure suffit pour s'en convaincre.

L'on trouveroit aussi des démonstrations

* Fig. 2.

aſſés ſimples pour la même propriété, dans le roulement du Quarré, du Pentagone & de l'Exagone régulier; mais après ces quatre Polygones, les démonſtrations particulieres deviendroient fort difficiles, & la difficulté croîtroit avec le nombre des côtés du Polygone: il faut prendre une autre route.

* Si l'on fait rouler un Polygone régulier quelconque *MBCD* &c. ſur une ligne droite *ABCD* &c. la trace d'un des angles *M*, pendant une révolution entiere, formera la Figure *AMNO* &c. terminée par la baſe *ABCD* &c. & par les arcs *AM*, *MN*, *NO*, &c. & ſi l'on tire les cordes de chacun de ces arcs, l'on formera un nouveau Polygone compris par ces cordes & par la baſe, d'autant de côtés qu'en a le Polygone roulant.

Je dis que l'aire de ce nouveau Polygone eſt triple de celle du Polygone roulant.

Ayant tiré de l'angle décrivant, *M*, dans le Polygone roulant, les lignes *MC*, *MD*, &c. à tous les angles, il eſt aiſé de voir que chaque côté du Polygone s'appliquant ſucceſſivement ſur la baſe, chacun des Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. ſe trouve dans la Figure formée par le roulement.

Outre ces Triangles dans leſquels on a partagé le Polygone roulant, la Figure contient encore autant de Triangles Iſoſceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. que le Polygone a de côtés moins un.

Ces Triangles ſont les ſecteurs qui ſe forment

ments pendant le mouvement de pirouettement du Polygone sur chacun de ses angles, c'est-à-dire, depuis qu'un côté quitte la droite jusqu'à ce que le côté suivant la rencontre, dont on a ôté les segmens AM, MN, NO, &c.

De-là suit, tous les angles du Polygone étant égaux, que tous les secteurs sont semblables, & ont pour angle aux centres B, C, D, &c. le complément de l'angle du Polygone ABM; & cet angle étant égal à l'angle BKC du centre du Polygone, tous les Triangles Isosceles ABM, MCN, NDO, &c. sont semblables au Triangle BKC du Polygone.

Cependant les secteurs semblables ABM, MCN, NDO, &c. changent continuellement de rayon: & ces rayons sont successivement les cordes MB, MC, MD, &c. tirées du point M dans le Polygone.

L'on voit assés que la Figure rectiligne terminée par les cordes des secteurs & la base, est composée de tous les Triangles MBC, MCD, MDE, &c. du Polygone, & de tous les Triangles Isosceles ABM, MCN, NDO, &c.

Je dis que tous les Triangles MBC, MCD, MDE, &c. plus, tous les Isosceles ABM, MCN, NDO, &c. sont égaux au triple du Polygone roulant.

Par la génération de notre Figure, le Polygone roulant lui distribue successivement tous ses Triangles MBC, MCD, MDE, &c. ainsi il reste à prouver que tous les Triangles Isosceles ABM, MCN, NDO, &c.

ſont égaux au double du Polygone roulant.

Les Triangles Iſoſceles étant tous ſemblables au Triangle du centre du Polygone, & leurs côtés étant ſucceſſivement toutes les cordes MB, MC, MD, &c. du Polygone, le Triangle du centre BKC ſera à chacun de ces Triangles, comme le quarré de KB aux quarrés des cordes MB, MC, MD, &c.

Faiſant donc le Rayon $KB = r$.

Le côté du Polygone, ou la premiere corde $MB = a$.

La ſeconde . . . . . $MC = b$.

La troiſieme . . . . . $MD = c$.

&c.

Et le Triangle $BKC = T$.

L'on aura $ABM = \frac{aa}{rr} T$. $OEP = \frac{dd}{rr} T$.

$MCN = \frac{bb}{rr} T$. $PFQ = \frac{ee}{rr} T$.

$NDO = \frac{cc}{rr} T$. $QGH = \frac{ff}{rr} T$.

Et la ſomme de tous ces Triangles

$ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr} \times T$.

Mais M. le Marquis de l'Hopital * a démontré, & il eſt facile de voir, par la propriété du Quadrilatere inſcrit au Cercle, que dans tout Polygone régulier pair, la ſomme des quarrés des cordes paires eſt égale à la ſomme des quarrés des cordes impaires; & que chacune de ces ſommes eſt égale au quarré

* *Art. 454. des Sections Coniques.*

ré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone.

D'où il suit, 1°. pour les Polygones pairs, que la somme des quarrés de toutes les cordes, tant paires qu'impaires, est égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

2°. Que pour les Polygones impairs; concevant un Polygone pair inscrit au même Cercle, dont deux côtés répondent à un côté du Polygone impair, les cordes paires de ce nouveau Polygone, seront toutes les cordes du Polygone impair; dont la somme des quarrés est égale au quarré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone pair qu'on a conçu, & par conséquent par le double du nombre des côtés du Polygone impair.

En général donc, soit que le Polygone soit pair, soit qu'il soit impair, la somme des quarrés de toutes les cordes, est égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

L'on a donc ici $2.7.rr = aa + bb + cc + dd + ee + ff$, ou $2.7 = \frac{aa+bb+cc+dd+ee+ff}{rr}$

Et substituant 2.7, au lieu de cette quantité dans l'Equation $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa+bb+cc+dd+ee+ff}{rr} \times T$.

L'on a $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = 2.7.T$.

C'est-à-dire, la somme des Triangles Isosceles

les égale au double du Polygone roulant.

Il eſt clair que cette démonſtration n'eſt jamais arrêtée, quelque nombre de côtés qu'ait le Polygone: & que cette propriété s'étend depuis le premier Polygone, qui eſt le Triangle, juſqu'au dernier, qui eſt le Cercle.

L'on voit par-là que l'eſpace de la roulette eſt triple de celui du Cercle qui roule; mais on voit encore de quelle maniere il eſt triple; & pourquoi.

Ayant conçû du point décrivant du Cercle, tirées à tous les angles autant de cordes qu'il a de côtés moins un, l'on a vû qu'à chaque pas qu'il fait ſur la droite, il y laiſſe, pour ainſi dire, ſucceſſivement chacun des petits triangles formés par ces cordes. Ainſi voilà déja dans l'eſpace cycloïdal une ſomme de Triangles égale au Cercle.

L'application de deux petits côtés du Cercle ſur la droite, eſt toûjours ſuivie d'un petit pirouettement ſur l'angle du Cercle, pendant lequel, la corde décrivante trace un petit triangle ou ſecteur (l'arc ici ſe confondant avec la corde) toûjours ſemblable au Triangle formé dans le Cercle par deux rayons tirés aux extrémités d'un petit côté du Cercle.

Or je viens de démontrer en général, que la ſomme des Triangles Iſoſceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. étoit double du Polygone roulant.

L'eſpace de la roulette eſt donc triple de celui du Cercle roulant, & le Cercle eſt aſ-

ſujetti

ſujetti à la loi de tous les Polygones réguliers.

II.

* Si maintenant l'on fait rouler le Polygone ſur un autre Polygone égal & ſemblable, l'angle *M* du Polygone roulant tracera les arcs *Am*, *mN*, *Mn*, *nN*, &c. qui avec les côtés *ABCD* &c. du Polygone fixe, comprendront l'eſpace de ce nouveau roulement.

Le Polygone roulant laiſſera encore dans cet eſpace tous ſes Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. & y tracera tous les ſecteurs *AMB*, *MCN*, &c. dont les rayons ſont ſucceſſivement les cordes du Polygone.

Mais chaque ſecteur ſera double de ce qu'il étoit, lorſque le Polygone rouloit ſur une droite.

Car le ſecteur ſe décrit depuis qu'un côté du Polygone roulant quitte le côté du Polygone fixe, juſqu'à ce que le côté ſuivant du Polygone roulant, rencontre le côté ſuivant du Polygone fixe; & cet intervalle eſt évidemment le double du complément de l'angle du Polygone.

Ayant donc partagé en deux également les arcs *AM*, *MN*, &c. & tiré les cordes *Am*, *mM*, *Mn*, *nN*, &c. l'eſpace terminé par ces cordes, & par les côtés du Polygone fixe, contiendra tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. du Polygone; & de plus tous les Triangles Iſoſceles *ABm*, *mBM*, *MCn*, *nCN*, &c. & ne differera de

* Fig. 7.

de ce qu'il étoit lorsque le Polygone rouloit sur une droite, que parce que les Triangles Isosceles se trouvent chacun répeté deux fois.

Or l'on a vû que dans le roulement sur une droite, la somme des Triangles Isosceles étoit double du Polygone.

Voilà donc l'aire augmentée du double du Polygone.

Elle est donc quintuple de celle du Polygone.

Il est évident que cette propriété s'étend à tous les Polygones réguliers, quel que soit le nombre de leurs côtés; & qu'elle a encore lieu, lorsque ce nombre est infini.

Mais dans ce cas le Polygone fixe & le Polygone roulant sont deux Cercles égaux; les cordes Am, mM, Mn, nN, &c. ne different point de leurs arcs, & le nouveau Polygone est la premiere Epicycloïde.

Et il faut dire à l'égard de cette Epicycloïde, ce que nous venons de dire à l'égard de la Cycloïde. L'une & l'autre n'ont leurs espaces triple & quintuple de leur Cercle generateur, que comme formées par le roulement d'un Polygone régulier sur une droite, & sur un Polygone égal.

RECTIFICATION DES FIGURES formées par le roulement.

I.

* Le contour de la Figure formée par le rou-

* Fig. 1.

roulement du Triangle équilateral, qui eſt le premier des Polygones impairs, eſt quadruple de la perpendiculaire tirée d'un des angles du Triangle ſur le côté oppoſé.

Il ne faut que jetter les yeux ſur la Figure, pour voir la vérité de cette propoſition.

Mais la même propriété ſubſiſte pour tous les Polygones impairs: pour la démontrer donc en général;

* Dans un Polygone impair, faiſant toûjours les cordes AB, AC, AD, &c. $= a$, b, c, &c. la ſomme de toutes les cordes multipliée par la plus petite, qui eſt le côté du Polygone, eſt double du quarré de la plus grande.

C'eſt-à-dire $2.\overline{a+b+c} \times a = 2cc.$

Dans le Quadrilatere $ABCD$, $aa+ac=bb.$

Dans $ACDF$, $bb+ab=cc.$

Donc $aa+ab+ac=cc$, ou $2.\overline{a+b+c} \times a = 2cc.$

L'on trouvera facilement de la même maniere cette propriété, dans quelque Polygone impair que ce ſoit.

De-là naît un aſſés beau Théoréme, qu'on peut remarquer en paſſant.

C'eſt que, dans un Polygone impair quelconque, ſi l'on prolonge un côté AG, juſqu'à ce qu'il rencontre le côté oppoſé prolongé, la ligne AT, qui eſt le côté prolongé juſqu'au point de rencontre, eſt égale à la moitié de la ſomme des cordes du Polygne.

Car

* Fig. 3.

Car les Triangles DKH, ATH, ſont ſemblables.

Et $DH : DK :: AH : AT$.

$$\tfrac{1}{2}a : r :: \tfrac{cc}{2r} : \tfrac{cc}{a} = AT.$$

Mais $cc = aa + ab + ac$.

Donc $AT = \frac{cc}{a} = a + b + c$.

L'on voit que lorſque le Polygone impair a une infinité de côtés, & par conſéquent une infinité de cordes, la ligne AT, toûjours égale à la moitié de la ſomme des cordes, eſt infinie. En effet, le Polygone alors eſt un Cercle dont cette ligne eſt la tangente, qui, quoique ne rencontrant l'autre tangente DT, qu'à une diſtance infinie, forme avec elle un triangle ATH infiniment long, toûjours ſemblable au Triangle formé dans le Cercle par le rayon, la moitié d'un des petits côtés du Cercle, & la perpendiculaire tirée du centre ſur le petit côté.

Je reviens aux Figures formées par le roulement des Polygones impairs, & je dis :

* Que le contour $AM + MN + NO + OP + PQ + QH$ eſt quadruple de la ligne AH tirée d'un des angles perpendiculairement ſur le côté oppoſé DH; j'appellerai cette ligne le *diametre du Polygone*.

L'on a vû que tous les Triangles ABM, MCN, NDO, &c. ſont ſemblabes au Triangle du centre DKE.

L'on

* Fig. 5.

L'on aura donc

$$AM = \frac{aa}{r}.$$

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

&c.

Et $AM + MN + NO + OP + PQ + QH = 2.\ \frac{aa+ab+ac}{r}$.

Mais $cc = aa + ab + ac$.
Donc $AM + MN + NO + OP + PQ + QH = 2.\ \frac{cc}{r}$ quadruple de $AH = \frac{cc}{2r}$.

Cette propriété eſt encore vraie dans les Polygones pairs, mais avec une différence aſſés ſinguliere, & qui réſulte de ce que ces Polygones ont, pour ainſi dire, deux *diametres*.

* Je dis donc que le contour de la Figure formée par le roulement du quarré, qui eſt le premier des Polygones pairs, eſt double de chacun des deux diametres AM & PI, ce qui eſt aſſés évident ſans démonſtration; mais cette propriété ſubſiſte pour tous les Polygones pairs.

† Dans un Polygone pair, la ſomme de toutes les cordes (les diametres traités comme cordes) multipliée par la plus petite, eſt égale

* Fig. 2. † Fig. 4.

égale à la somme des deux plus grandes, multipliée par la plus grande.

C'est-à-dire, $2.\overline{a+b+c+r}\times a=\overline{2r+c}\times 2r$.

Dans les Quadrilateres $ABCE$, $ab+2ar=bc$.
$ABCF$, $2ac=2br$.
$ABDE$, $aa+2br=cc$.
$ABDF$, $ab+bc=2cr$.
$ABEF$, $aa+cc=4rr$.

Donc $2.aa+ab+ac+ar=4rr+2cr$.

Ou $2.\overline{a+b+c+r}\times a=\overline{2r+c}\times 2r$.

L'on trouvera la même propriété dans quelque Polygone pair que ce soit.

De-là naît cet autre Théoreme.

Dans un Polygone pair quelconque, si l'on fait $KR=KI$; que l'on tire par le point R une perpendiculaire RT; & qu'on prolonge le côté opposé AH, jusqu'à ce qu'il rencontre cette perpendiculaire; la ligne AT qui est le côté prolongé jusqu'au point de rencontre, est égale à la moitié de la somme des cordes du Polygone:

A cause des Triangles DKI, ATR.

$DI : DK :: AR : AT$.

$$\tfrac{1}{2}a : r :: r+\tfrac{1}{2}c : \frac{2rr+cr}{a}=AT.$$

Mais $2rr+cr=aa+ab+ac+ar$.

Donc $AT=\frac{2rr+cr}{a}=a+b+c+r$.

Ce Théoreme est encore vrai, lorsque le Polygone pair est devenu Cercle, sa tangente AT est encore égale à la moitié de la somme de toutes ses cordes; & l'on peut faire un raisonnement semblable à celui que nous

avons

avons fait pour le Polygone impair devenu Cercle.

* Je dis maintenant, que le contour $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI$ de la Figure formée par le roulement d'un Polygone pair, eſt double de chacun des deux diametres AE, PI.

L'on a toûjours $AM = \frac{aa}{r}$.

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

$$OP = \frac{2ar}{r}.$$

&c.

Et $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI = 2. \frac{aa + ab + ac + ar}{r}$.

Mais $2.aa + ab + ac + ar = 4rr + 2cr$.
Donc $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI = \frac{4rr + 2cr}{r} = 4r + 2c$ double de chacun des deux diametres AE & PI.

Lorſque le Polygone a une infinité de côtés, & eſt devenu Cercle, ſi on le conſidere comme Polygone impair, il eſt clair que la ligne † AH devient le diametre du Cercle.

Et ſi on le conſidere comme Polygone pair, les deux diametres ‡ AE, PI, deviennent égaux, & ſe confondent chacun avec le diametre du Cercle.

D'où

* Fig. 6. † Fig. 3. ‡ Fig. 4.

D'où l'on voit que soit qu'on considere le Cercle comme Polygone impair, soit qu'on le considere comme Polygone pair, la longueur de la Cycloïde est quadruple du diametre du Cercle générateur.

II.

* Dans le roulement d'un Polygone, soit impair, soit pair, sur un autre Polygone semblable & égal, il est clair qu'il n'arrive d'autre changement dans le contour, si ce n'est que chaque ligne *Am*, *Mn*, *No*, se trouve répétée deux fois.

Le contour sera donc double de ce qu'il étoit, lorsque le Polygone rouloit sur une droite.

Dans le roulement d'un Polygone impair sur un autre Polygone égal & semblable, le contour sera donc octuple du diametre.

Et dans le roulement d'un Polygone pair, le contour sera quadruple de chacun des deux diametres.

Et enfin dans le roulement d'un Cercle sur un Cercle égal, la longueur de l'Epicycloïde sera octuple du diametre du Cercle générateur.

C'Est ainsi que la quadrature & la rectification de la Cycloïde & de l'Epicycloïde, ne sont que des cas particuliers des Théoremes précédens; ces propriétés naissent dès le pre-

* Fig. 7.

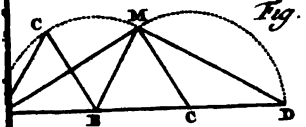


Fig. 1.

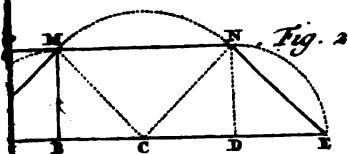


Fig. 2.

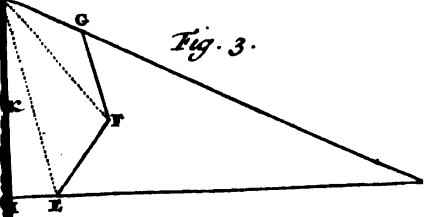


Fig. 3.

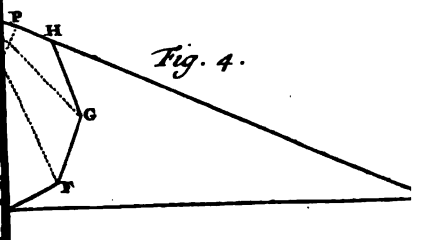


Fig. 4.

premier Polygone régulier, & n'arrivent au Cercle, qu'après avoir parcouru, pour ainſi dire, l'infinité des Polygones.

TROISIEME MEMOIRE

OU

REFLEXIONS NOUVELLES

Sur une Précipitation ſinguliere de pluſieurs Sels par un autre Sel, déja rapportée en 1724, *& imprimée dans le Tome de la même année, ſous le titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE SUR LA DISSOLUTION SUCCESSIVE DE DIFFERENS SELS DANS L'EAU COMMUNE.

Par M. LEMERY. *

LA difficulté, dont l'éclairciſſement fera le ſujet de ce troiſieme Mémoire, eſt que, quand une ſolution de Sel de Tartre a précipité beaucoup de Sel moyen contenu dans l'autre ſolution, toute la quantité de particules d'eau qui ſervoient à la diſſolution de ce Sel moyen précipité, demeurent alors ſans emploi & ſans aucune charge à ſoutenir; & qu'étant oiſives, elles pourroient rediſſoudre le même Sel, puiſque tout précipité qu'il eſt,

* 24 Mai 1727.

eſt, il eſt toûjours diſſoluble. Pourquoi donc ne le font-elles pas ?

Je réponds qu'elles le font bien auſſi, en certaines circonſtances. Par exemple, j'ai ſouvent remarqué qu'en ne verſant ſur une ſolution de Salpêtre qu'une petite quantité d'Huile de Tartre, on voyoit naître à proportion de la quantité du Sel de Tartre, une pouſſiere blanche qui ſembloit devoir s'aller bientôt précipiter au fond du vaiſſeau, qui tomboit en effet juſqu'au milieu de la liqueur, remontoit vers le haut, & diſparoiſſoit enſuite en ſe rediſſolvant.

Mais quand on verſe ſur la ſolution de Salpêtre toute la quantité neceſſaire d'Huile de Tartre, il ſe fait alors en peu de tems une précipitation abondante & proportionnée à la quantité de Sel de Tartre ; & s'il ſe rediſſout enſuite quelque portion du Sel précipité, elle eſt ſi légere, qu'elle en eſt inſenſible. C'eſt dans cette derniere expérience que j'ai ſouvent obſervé que de la pouſſiere nitreuſe formée au milieu du liquide, il naiſſoit diſtinctement & en peu de tems une grande quantité de filets longs & nitreux, qui ſe précipitoient enſuite au fond du vaiſſeau.

Pour concevoir le différent effet que produiſent une petite ou une plus grande quantité d'Huile de Tartre par défaillance, verſée ſur une ſolution de Salpêtre ; conſidérons qu'il ne ſuffit pas, pour que cette Huile y excite une précipitation complete, qu'elle faſſe lâcher priſe aux parties d'eau qui ſoutiennent cette petite partie de Nitre ; qu'il faut encore qu'elle empêche dans le même tems

tems & de la maniere qui ſera expliquée dans la ſuite, les parties d'eau qui ſervoient à la ſuſpenſion de cette petite partie de Nitre, & celles qui lui ſervoient d'intermede, de pouvoir la diſſoudre, ſoit l'inſtant d'après qu'elle a été abandonnée à elle-même, & qu'elle eſt encore aſſés haut dans le liquide, ſoit lorſqu'elle eſt parvenue au fond du vaiſſeau.

Or quand on n'employe que peu d'Huile de Tartre, toute petite qu'eſt auſſi la quantité de Sel de Tartre qui y eſt contenu, elle peut bien, à la vérité, donner paſſage à un aſſés bon nombre de parties aqueuſes de la ſolution nitreuſe pour exciter une précipitation ſenſible; & en effet dès qu'il ne s'agit que de ſervir de couloir à une liqueur, il n'eſt nullement neceſſaire que le filtre réponde par ſon volume à toute la quantité de la liqueur qu'il eſt capable d'admettre & de laiſſer paſſer; mais comme ſimple filtre, il n'empêchera pas que la liqueur filtrée & ſéparée de la matiere qu'elle contenoit, ne puiſſe s'y remêler & la rediſſoudre, quand elle ſe trouvera en ſituation de le pouvoir faire. Auſſi lorſque nous avons rapporté dans le Mémoire précédent, que pour faire précipiter deux gros de Nitre diſſous par une once d'eau, il falloit préſenter à la liqueur une once de Sel de Tartre, avons-nous remarqué en même tems, que ce n'étoit pas qu'il en fallût toute cette once pour la filtration de l'once d'eau, & que beaucoup moins ſuffiroit & au delà pour ce ſujet; mais que la diſſolution de tout le Sel de Tartre qui n'arrivoit que l'inſtant d'après la précipitation,

ſervoit à charger ſi bien de Sel de Tartre l'once d'eau, qu'elle fût incapable dans la ſuite de rediſſoudre le Nitre précipité : & ainſi le Sel de Tartre, en opérant la précipitation d'un Sel moyen, a naturellement un double emploi; l'un de filtre, qui ne demande que peu de ce ſel, l'autre qui en demande bien davantage, c'eſt-à-dire, toute la quantité requiſe pour occuper les parties d'eau qui ont été filtrées, & pour les empêcher de ſe livrer de nouveau au Sel moyen précipité : par conſéquent une petite doſe d'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution du Nitre, peut bien remplir la premiere fonction, c'eſt-à-dire, celle de filtre, & faire précipiter une certaine quantité de Nitre.

Mais pour la ſeconde, elle en eſt entierement incapable, ne pouvant répondre à la fois & faire face par ſa quantité aux parties d'eau qui ſoutenoient le Nitre, & à celles qui lui ſervoient de barriere, & le pouvant encore d'autant moins que le Sel de Tartre contenu dans cette petite doſe d'Huile de Tartre, porte avec lui un poids égal au ſien de particules d'eau, qu'il occupe déja ; il laiſſe donc toûjours un grand nombre de toutes ces particules d'eau dans une liberté parfaite, & d'autant mieux en état de diſſoudre de nouveau, & de faire diſparoître enſuite les petites maſſes nitreuſes qui ſe précipitent, que le peu d'Huile de Tartre dont on ſe ſert alors, n'obligeant qu'une médiocre quantité de parties de Nitre à ſe ſéparer de la liqueur, & la rencontre de ces parties n'étant pas aſſés multipliée par leur nombre

pour

pour qu'il en réſulte des maſſes d'un certain volume, celles qui en ſont formées ſont d'une fineſſe avec laquelle bien-loin de fendre & d'écarter vigoureuſement le liquide, & de ſe précipiter promptement au fond du vaiſſeau, elles n'y vont au contraire qu'avec lenteur, c'eſt-à-dire, avec une force proportionnée à leur maſſe; & par cela même, s'éloignant moins des parties d'eau qui leur avoient ſervi de véhicule oud'intermede qu'elles n'euſſent fait ſans cette circonſtance, elles demeurent auſſi plus à leur portée & à leur bienſéance.

Et comme le fluide particulier dont l'eau emprunte ſon mouvement & ſa fluidité, ne ceſſe point alors d'y agir, & fait des efforts continuels pour rétablir la diſtinction des maſſes d'eau confondues, & la régularité de leurs mouvemens interrompue; dès que le mouvement nouveau de trouble & de confuſion procuré par la chûte de l'Huile de Tartre ſur la ſolution nitreuſe, & proportionné pour ſa force & pour ſa durée à la quantité de cette Huile, ſe diſſipe & s'évanouit, chacune des portions dont on vient de parler, n'ayant plus rien alors qui les empêche d'obéir à la cauſe générale de leur fluidité, elles rentrent dans leurs mouvemens réguliers; les différens courans dont la liqueur eſt intérieurement compoſée, reprennent leur route naturelle & ordinaire; & les parties d'eau privées de Salpêtre, trouvant en leur chemin, dans le ſein & au milieu du liquide, les mêmes parties nitreuſes auxquelles elles ſervoient de véhicule ou d'intermede, elles s'en reſaiſiſſent auſſi-tôt, & ſervent une ſeconde fois à leur diſſolution.

Pour ce qui regarde préſentement l'autre expérience, dans laquelle une ſuffiſante quantité

d'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution du Salpêtre, y produit un effet ſi différent de celui qu'y excite en pareil cas une moindre quantité de cette Huile, ce qui mérite d'autant plus d'être remarqué & éclairci, que comme la cauſe de la différence de cet effet ne conſiſte que dans le plus ou le moins d'Huile de Tartre employée, il ſembleroit que l'effet devroit auſſi ne différer que du plus au moins; & qu'ainſi, ſi une plus grande quantité d'Huile de Tartre précipite une plus grande quantité de Salpêtre, ſi même la matiere nitreuſe ſe précipite alors juſqu'au fond du vaiſſeau, elle devroit du moins rentrer enſuite dans le ſein de la liqueur, comme le fait une plus petite quantité de matiere nitreuſe précipitée par une plus petite quantité d'Huile de Tartre; car le Sel de Tartre qu'on employe tout diſſout dans l'une & l'autre expérience, n'a pas plus beſoin dans l'une que dans l'autre, des portions d'eau qui ſervoient à la diſſolution de la matiere nitreuſe qui s'eſt précipitée; par conſéquent ces portions d'eau qu'on peut ſuppoſer devenues oiſives & inutiles par la perte qu'elles ont faite du Salpêtre qu'elles tenoient diſſout, ſe rencontrent également dans l'un & l'autre cas, & plus ou moins abondamment, ſuivant la quantité de la matiere précipitée: pourquoi donc cette matiere, qui dégagée de ſon diſſolvant par une petite quantité d'Huile de Tartre, eſt ſi promptement enſuite repriſe & rediſſoute par quelques-unes des parties de ce diſſolvant, n'eſt elle pas repriſe & rediſſoute de même dans la circonſtance preſente? Ou ſi une plus grande quantité d'Huile de Tartre a précipité plus de matiere nitreuſe, il y a auſſi plus de ces portions

tions d'eau ſuppoſées inutiles, & qui n'attendent que de l'emploi ; en un mot, ou la quantité des portions d'eau dont il s'agit, ne répond pas moins à celle de la matiere précipitée, que dans l'autre expérience. Enfin, qu'elle peut être la cauſe, non ſeulement de ce que la matiere précipitée juſqu'au fond du vaiſſeau, ne rentre pas toute entiere dans le ſein du liquide dont elle eſt ſortie, mais encore de ce que quelque tems qu'elle demeure ſous ce liquide, on n'apperçoit pas plus qu'il s'y en redilſolve quelques parties, & qu'elle diminue par-là de volume & de quantité, que ſi cette matiere ſe trouvoit véritablement ſous un liquide dont toutes les portions fuſſent réellement autant chargées qu'elles le pourroient être de Sel de Tartre ou de Salpêtre, & par cela même dans l'impoſſibilité phyſique d'admettre la plus petite doſe de cette matiere?

Pour réſoudre cette difficulté, conſidérons d'abord que quand on verſe une grande quantité d'Huile de Tartre ſur la ſolution de Salpêtre, il n'eſt pas poſſible qu'il ne s'en ſépare pas toûjours alors une pouſſiere nitreuſe plus abondante & plus épaiſſe que quand la quantité de l'Huile de Tartre a été beaucoup moindre? or cette plus grande multitude de petites parties de Salpêtre venant à ſe rencontrer, forme de plus groſſes maſſes que dans le cas qu'on oppoſe à celui-ci, & ces maſſes plus groſſes & plus peſantes, écartant par-là avec plus de force les parties du liquide pour ſe faire jour au travers de haut en bas, elles s'éloignent auſſi davantage des portions d'eau qui les y contenoient auparavant, & ſont bien moins à portée de les y

rencontrer, & d'en être repriſes & rediſſoutes, ſuppoſé que ces portions d'eau fuſſent alors capables de le faire; auſſi lorſque ces portions d'eau viennent à recommencer dans le liquide leur cours ordinaire & naturel, interrompu par la chûte de l'Huile de Tartre, elles ne ſe chargent point alors, comme dans l'autre cas, du Salpêtre qui en avoit été ſéparé.

Il paroît même par la conſtance avec laquelle elles laiſſent toûjours enſuite au fond du vaiſſeau le Sel qui s'y eſt précipité, & qui n'eſt pourtant pas moins ſoluble qu'il l'étoit auparavant ſa précipitation, il paroît, dis-je, que puiſque ce n'eſt pas faute de particules d'eau que le liquide, tout chargé qu'il eſt déja de parties ſalines, ne diſſout point encore celles qui en ont été précipitées, il faut néceſſairement que depuis leur précipitation, il ſe ſoit fait dans les parties de ce liquide quelque arrangement ſingulier, moyennant lequel la matiere précipitée ne puiſſe y être admiſe, & y reprendre la place qu'elle y occupoit auparavant. Voici celui que j'imagine, d'après l'examen de ce qui ſe paſſe dans le liquide par le mêlange de l'Huile de Tartre & de la ſolution du Salpêtre.

Il eſt vrai-ſemblable de dire, que de toutes les petites portions de cette diſſolution, celles qui reçoivent une plus grande altération par le mêlange de l'Huile de Tartre, ce ſont celles ſur leſquelles les différentes portions de cette Huile tombent à plomb, & qui par-là ſont obligées de lâcher le Nitre qu'elles contiennent; car pour celles ſur leſquelles l'Huile de Tartre ne tombe pas de même, il ne leur ſurvient que quel-

quelque changement dans l'ordre & la direction de leurs courans.

Il y a auſſi tout lieu de croire, ſur ce que nous voyons que la précipitation du Nitre ſuit immédiatement la chûte de l'Huile de Tartre ſur la ſolution nitreuſe, & que cette précipitation ne ſe fait gueres ou du moins ſenſiblement qu'immédiatement après qu'on a verſé cette Huile ſur l'autre liqueur; il y a, dis-je, tout lieu de croire, comme nous l'avons déja remarqué, que par le choc qui réſulte de la chûte des différentes portions de l'Huile de Tartre ſur un certain nombre de celles de la ſolution nitreuſe, & qui briſe, ouvre & confond enſemble toutes ces portions, les parties aqueuſes de cette ſolution naturellement poſées au deſſous de celles de l'Huile de Tartre qui tombent deſſus, frappées, preſſées & obligées par le Sel de Tartre que contient cette Huile à enfiler les pores de ce Sel, en reçoivent une détermination de bas en haut, en vertu de laquelle elles montent ſuivant cette détermination au travers & au delà des pores de ce Sel; pendant que les parties du Nitre qui ne peuvent traverſer de même le Sel de Tartre, comme nous l'avons prouvé clairement dans le Mémoire précédent, & qui ſont abandonnées à elles-mêmes par les parties d'eau qui les tenoient auparavant diviſées, prennent en vertu de leur peſanteur ſpécifique une route tout oppoſée, c'eſt-à-dire, de haut en bas.

Ceci poſé, comme les deux effets différens que nous avons à expliquer ne dépendent que du plus ou du moins de l'Huile de Tartre

verſée ſur la ſolution du Nitre, c'eſt dans ce plus ou ce moins d'Huile de Tartre que nous devons chercher la cauſe de la différence que nous avons à expliquer; & pour en venir à bout, ſuppoſons que pour ce qui regarde uniquement la filtration des particules d'eau contenues dans les différentes portions de cette ſolution nitreuſe, il faille à chacune des portions de cette ſolution une portion d'Huile de Tartre qui y tombe, & s'y applique immédiatement, & que ce qu'on en verſe ſoit préciſément cette même doſe. Quand les parties aqueuſes de la petite maſſe ou portion de cette ſolution nitreuſe auront traverſé les pores du Sel de Tartre contenu dans l'autre portion, & qu'elles ſeront parvenues au delà de ces pores, la perte que cette filtration leur aura fait faire du Nitre qu'elles contenoient, ne les aura rendu que plus propres à en recommencer la diſſolution dans le ſein du même liquide, comme elles le font en effet, & cela d'autant mieux que ces particules d'eau au ſortir des pores du Sel de Tartre, auront été ſuffiſamment raſſemblées; car c'eſt-là une circonſtance abſolument néceſſaire pour la diſſolution des Sels, comme nous l'allons faire voir.

Mais quand on ne ſe contente pas de verſer ſur chaque portion de la ſolution nitreuſe une ſeule portion d'Huile de Tartre, mais cinq, ſix, en un mot quand il y tombe ſucceſſivement autant de portions de cette Huile qu'il en faut pour exciter une précipitation complete, c'eſt-à-dire, qui ſoit telle que la matiere précipitée ne ſe rediſſolve point enſui-

ſuite, & avant même que de parvenir au fond du vaiſſeau; les parties aqueuſes de la portion de la ſolution nitreuſe, après s'être filtrées au travers de la portion d'Huile de Tartre qui y étoit immédiatement appliquée, trouvent alors au delà quantité d'autres portions d'Huile de Tartre, dont elles n'ont pas à la vérité beſoin pour ſe dépouiller du Nitre qu'elles contenoient, puiſque l'affaire en eſt déja faite, mais dans leſquelles elles ſe mêlent, ſe répandent & ſe perdent en quelque ſorte, & cela plus ou moins, ſuivant la quantité de l'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution nitreuſe; de maniere que quand enſuite le calme & l'ordre interrompus par la chûte de l'Huile de Tartre commencent à ſe rétablir dans toute la liqueur, c'eſt-à-dire, quand chacunes des petites maſſes dont elle eſt compoſée, pouſſées les unes en un ſens, les autres en un autre par autant de petites portions du fluide particulier qui en eſt le mobile, reprennent leurs routes ordinaires, celles de l'Huile de Tartre & de la ſolution nitreuſe qui ont été mêlées & confondues enſemble, & dont l'aſſemblage forme des maſſes trop groſſes & trop diſproportionnées pour ſubſiſter en cet état avec les autres petites maſſes du liquide, rentrent dans leur premier volume à l'aide de différentes portions de leur mobile, dont les unes en emportent un certain nombre de parties vers un certain côté, les autres vers un autre, & par-là il ſe reproduit autant de petites maſſes diſtinguées les unes des autres, qu'il y en avoit avant leur deſtruction, ou, ſi l'on veut, a-

vant leur mêlange & leur confuſion. Mais comme ſur cinq ou ſix portions d'Huile de Tartre, il n'y en a qu'une de la ſolution nitreuſe, & que cette portion, l'inſtant d'après qu'elle a été dépouillée de ſon Nitre par la filtration, s'eſt répandue & diſperſée dans toute l'étendue des ſix portions d'Huile de Tartre, confondues les unes avec les autres, & avec cette portion de la ſolution nitreuſe; chacunes des ſept petites portions qui réſultent & qui renaiſſent en quelque ſorte du mêlange dont on vient de parler, ſont, à proprement parler, compoſées d'Huile de Tartre, & d'un ſeptieme des parties aqueuſes de la portion de la ſolution dépouillée, comme il a été dit, de Nitre. Et quoique le Sel de Tartre contenu dans chacunes des nouvelles petites portions, n'ait nullement beſoin de ce ſeptieme de parties aqueuſes pour ſa diſſolution, puiſqu'avant que d'y être mêlé, il étoit déja tout diſſout par une ſuffiſante quantité de parties aqueuſes; quoique ce ſeptieme de parties aqueuſes libres & dégagées de Sels, ſoit en quelque ſorte de trop & ſans emploi dans la portion dont il fait partie, & par cela même d'autant plus propre en apparence à redifſoudre le Nitre précipité, il ne le fera cependant pas, pour deux raiſons; l'une, c'eſt que ce petit nombre de parties aqueuſes provenues de la ſolution nitreuſe, ſe trouvera ſi fort offuſqué, abſorbé & recouvert par le grand nombre des parties d'Huile de Tartre de la même portion, que par-là il ſera toûjours, ou preſque toûjours impoſſible à ces parties aqueuſes d'agir immédiatement ſur

le

le Nitre précipité, ſans quoi cependant il n'en diſſoudroit jamais rien, quand il le pourroit d'ailleurs.

L'autre raiſon, c'eſt que chaque partie intégrante de Sel demande néceſſairement une certaine quantité de particules d'eau qui travaillent & concourent enſemble & à la fois pour la détacher, l'entraîner, & lui ſervir de véhicule & d'intermede: or tout ce qui eſt au deſſous de cette quantité, étant incapable de cet effet, le ſeptieme des particules d'eau dont il s'agit, & que nous regardons auſſi comme ſort au deſſous de la doſe des particules d'eau néceſſaires pour diſſoudre la moindre petite partie de Nitre, demeurera parfaitement inutile pour cette diſſolution, quand bien même il frapperoit à tout inſtant ſur le Nitre précipité.

Au reſte, l'arrangement qui vient d'être rapporté, paroît indiſpenſablement néceſſaire pour empêcher le Nitre précipité de rentrer dans la liqueur; & ſans un moyen pareil, on n'imagineroit pas pourquoi il n'y rentre point. Pour ſe convaincre davantage de la néceſſité de ce moyen, faiſons quelques réflexions ſur la différence du Sel de Tartre préſenté ſous une forme ſéche à une ſolution nitreuſe, & de celui qui y arrive tout diſſout & ſous une forme liquide. Nous remarquerons d'abord, que dans le premier cas où le Sel de Tartre eſt mis en œuvre ſous une forme ſéche, chaque petite partie intégrante de ce Sel ne ſe trouve point encore pénétrée & entourée d'un certain nombre de parties d'eau, qui lorſqu'elles s'en ſont une fois emparées, ne permet-

tent gueres à d'autres particules d'eau de la pénétrer à leur tour, ſans une cauſe majeure & étrangere qui les y force: auſſi chaque petite portion de la ſolution nitreuſe n'a-t-elle beſoin que de ſon mouvement propre & naturel pour entrer dans les pores du Sel de Tartre qui n'a point encore été diſſout; au lieu que quand il l'a été, ce n'eſt plus que par l'effet & pendant l'effet que produit la chûte de l'Huile de Tartre ſur la ſolution nitreuſe, & dont la cauſe eſt indépendante de celle du mouvement du liquide, que quelques portions de cette ſolution trouvent une entrée dans les pores de ce Sel, comme nous l'avons déja remarqué & expliqué dans ce Mémoire.

De plus, dans l'expérience du Sel de Tartre préſenté à la ſolution nitreuſe ſous une forme ſéche, chaque petite portion de cette ſolution qui dépoſe à l'entrée des pores de ce Sel, le Nitre qu'elle contenoit, ſe charge enſuite de toute la quantité de Sel de Tartre qu'elle peut diſſoudre, & ce Sel n'apportant alors dans la liqueur aucunes parties aqueuſes, & ne ſe diſſolvant même qu'aux dépens de celles qui y étoient déja, & qui appartenoient auparavant au Salpêtre dont il occupe la place, ces parties aqueuſes ſe trouvent ſi bien employées par le Sel de Tartre, qu'il ne leur eſt plus poſſible de mordre ſur le précipité nitreux, non plus que ſur tout autre Sel. Mais dans l'expérience où l'on ſe ſert de l'Huile de Tartre, c'eſt-à-dire, du Sel de Tartre tout diſſout avant que de le verſer ſur la ſolution nitreuſe, le Sel de Tartre n'a aucun beſoin pour-lors des parties aqueu-

aqueuſes contenues dans les différentes portions de cette ſolution dépouillées de leur Nitre, il ſe ſoutient dans la liqueur par celles qu'il a apportées avec lui; & ainſi quelque quantité d'Huile de Tartre qu'on verſe ſur l'autre liqueur, celles de cette autre liqueur qui auront perdu leur Nitre, demeureront toûjours dans cette expérience ſans emploi: par conſéquent comme nous ne pouvons les anéantir, & les empêcher par-là de rediſſoudre le précipité nitreux pour la diſſolution duquel elles ſe trouvent dans toute la quantité néceſſaire, c'eſt en anéantiſſant leur effet ſur ce précipité, que nous pouvons mettre obſtacle à ſa rentrée dans la liqueur; & pour opérer cet anéantiſſement, il faut néceſſairement avoir recours à l'arrangement ſingulier qui a été imaginé, ou à quelque autre ſemblable qui vaille mieux, & qui lui ſoit préférable.

Suivant celui qui a été propoſé, & qui diſtribue dans chaque petite portion de l'Huile de Tartre mêlée à la ſolution nitreuſe, un ſeptieme, ou peut-être une plus petite quantité des parties aqueuſes d'une portion de cette diſſolution, le liquide ſe trouve chargé par-tout ou des petites portions d'Huile de Tartre, telles que nous venons de les rapporter, ou de Salpêtre reſté dans les portions d'eau que l'Huile de Tartre n'a point entamées.

Par quelle porte donc, ou plutôt, à la faveur de quelles parties d'eau le Salpêtre précipité rentreroit-il alors dans le liquide? Ce n'eſt pas par celles qui déja chargées autant qu'el-

qu'elles peuvent l'être de Salpêtre, ne pourroient en admettre davantage, sans qu'il s'en fît aussi-tôt la précipitation, & cela par les raisons que j'ai rapportées dans deux Mémoires publiés, l'un en 1716, & l'autre en 1724. Ce ne sera pas non plus par les portions d'eau qui contiennent du Sel de Tartre; car s'il y avoit quelque apparence qu'elles pussent agir sur le précipité nitreux, ce ne pourroit être que par les particules d'eau de trop qui y ont été distribuées; & nous avons si bien fait voir par l'arrangement proposé, l'impuissance de ces particules d'eau à cet égard, que leur présence doit être comptée pour rien, & qu'à proprement parler, elles sont dans le liquide comme si elles n'y étoient point.

Peut-être opposera-t-on, que s'il étoit vrai que les particules d'eau précédemment occupées à tenir dissout le Nitre qui s'est précipité, & devenues depuis libres & dégagées des Sels, & par cela même d'autant plus capables de redissoudre le même Nitre qui s'en est séparé, ne le fissent cependant pas à cause de leur extrême dispersion qui les empêcheroit d'y travailler ensemble & de concert, ces particules d'eau toûjours existantes dans le liquide, & continuellement à portée de se réunir, ne manqueroient pas de se rassembler insensiblement dans la suite; & celles qui seroient réunies, agiroient aussi-tôt sur le précipité nitreux, qui de jour en jour diminuant de volume à proportion des parties nitreuses qui seroient rentrées dans la liqueur, s'évanouiroit enfin totalement; ce qui seroit tout le

le contraire de ce qu'on obſerve dans le Nitre précipité qui demeure conſtamment au fond du vaiſſeau, ſans qu'on y apperçoive après beaucoup de tems aucune diminution.

Je réponds, que quand une fois les particules d'eau dont il s'agit, ont été répandues & diſtribuées de la maniere que nous l'avons ſuppoſé, dans les différentes petites portions d'Huile de Tartre, il ne leur eſt pas bien aiſé de ſe réunir, du moins comme il le faudroit pour agir enſemble & efficacement ſur le précipité nitreux: les petites maſſes ou portions dans leſquelles chacunes de ces parties aqueuſes ſont contenues, & qui les emportent, les unes d'un côté, les autres d'un autre, ne les mettent point du tout par-là à portée de ſe raſſembler. Un des moyens qui leur conviendroit en apparence pour cela, ſeroit le mêlange & la confuſion de pluſieurs de ces portions; mais on a ſuffiſamment prouvé dans ce Mémoire, que quand ces portions ne ſont ſoumiſes & expoſées qu'aux mouvemens égaux, règlés & uniformes qui ſe paſſent au dedans du liquide, elles y ſubſiſtent en leur entier, ou du moins elles s'y confondent rarement.

Suppoſons cependant qu'elles le faſſent, ſoit par le mouvement qui ſe paſſe dans l'interieur du liquide, ſoit par quelque cauſe étrangere; ce ne ſeroit pas encore là le tout: il faudroit de plus 1°. qu'après la confuſion des petites maſſes d'Huile de Tartre, les parties aqueuſes qui ſont de trop dans chacune de ces maſſes, ſe cherchaſſent par préférence dans cette eſpece de cahos, qu'elles ſe trouvaſ-

vaſſent, & que s'étant une fois trouvées, elles ne ſe quittaſſent plus dans la ſuite, & ſur-tout lorſque des différentes portions confondues, il s'en reformeroit de nouvelles, ce qui n'eſt pas bien aiſé à concevoir. Il faudroit en ſecond lieu, pour que les parties aqueuſes qui ſont de trop dans chaque petite maſſe d'Huile de Tartre, ſe raſſemblaſſent d'une certaine maniere & juſqu'à une certaine quantité, qu'il y eût auſſi un certain nombre de ces maſſes qui ſe confondiſſent à la fois. Et ſuppoſé qu'il fallût toute une petite portion d'eau pour la diſſolution d'une partie intégrante de Salpêtre; comme les parties aqueuſes, qui ſuivant notre ſuppoſition, ſont répandues dans ſept ou huit petites maſſes d'Huile de Tartre, & qui y ſont de trop, ne font toutes enſemble que la valeur d'une portion d'eau pure, il faudroit pour lui donner lieu de ſe reproduire, que ſept ou huit petites maſſes qui fuſſent toutes d'Huile de Tartre, ſe confondiſſent à la fois: car ſi une partie de ces maſſes étoit chargée d'Huile de Tartre, & l'autre partie de ſolution nitreuſe, bien-loin que leur confuſion mît la liqueur en état de s'enrichir aux dépens du précipité nitreux, elle ne travailleroit au contraire qu'à une nouvelle précipitation, & à enrichir le précipité lui-même.

Par conſéquent, en conſidérant la diſtinction réelle des maſſes d'Huile de Tartre, où les particules d'eau qui y ſont de trop ſont contenues, la différente détermination de mouvement qui emportant chacune de ces maſſes, les unes d'un côté, les autres d'un autre, les tient toûjours ſéparées, & les empêche par-là de communiquer les unes avec les autres; leur réſiſtance mu-

mutuelle à se laisser pénétrer & à se confondre; l'inutilité qui résulteroit de cette confusion, si elles n'étoient pas exactement telles par leur quantité & leur qualité qu'il le faut pour cet effet; l'espece de merveilleux peu vrai-semblable qu'il y auroit, si les particules d'eau dont il s'agit, & qui par leur petite quantité se trouvant noyées & comme perdues dans les parties d'Huile de Tartre, dont ces masses sont composées, sont par cela même beaucoup moins à portée de se rencontrer les unes & les autres que celles de l'Huile de Tartre qu'elles trouvent par-tout; si dis-je, ces particules d'eau inutiles qui se trouvent de trop dans chaque masse d'Huile de Tartre, passoient toûjours, ou ordinairement, ou même assés souvent par dessus celles qui sont occupées à soutenir le Sel de Tartre, pour se rejoindre inséparablement & comme par prédilection les unes aux autres, & pour ne plus faire dorénavant qu'un seul corps, ou une seule petite portion d'eau pure: En un mot, après avoir combiné ensemble tous les obstacles qui s'opposent alors à cette réunion, & dont un seul, quand tous les autres auroient été levés, suffiroit pour la faire manquer; on ne peut s'empêcher d'avouer, que quand le hazard viendroit à bout d'opérer cette réunion malgré le concours des difficultés considérables qui ont été rapportées, il ne pourroit toûjours le faire que fort rarement, & seulement en quelques endroits du liquide. Or le peu de parties d'eau pure qu'il rassembleroit alors, ne pouvant jamais dissoudre qu'une très-petite quantité de précipité nitreux, ce qui en seroit enlevé pour-lors par ces particules d'eau réunies,

nies, ſeroit ſi peu de choſe, qu'il ſeroit plus que remplacé par la petite doſe de précipité nitreux qui ſe forme à la longue au deſſous des liqueurs chargées à la fois de Nitre & de Sel de Tartre, comme je l'ai déja remarqué dans ce Mémoire.

Concluons donc de ce qui a été dit, que ſi le Nitre ou tout autre Sel moyen qui ſe trouve tout placé dans un liquide, s'y maintient, du moins pour la plus grande partie, malgré le Sel de Tartre qui s'y trouve auſſi; quand une fois ce Sel moyen en eſt dehors, c'eſt-à-dire, quand il a été précipité au deſſous du liquide par une ſuffiſante quantité d'Huile de Tartre, cette liqueur trouve bien le ſecret de l'empêcher d'y rentrer ou de s'y rétablir, quoique néanmoins le Sel moyen pût d'ailleurs y retrouver une place ſuffiſante ſans l'arrangement nouveau & ſingulier qui s'y eſt fait, & qui y apporte un obſtacle invincible.

Ce ſont-là les conjectures que mes expériences ſur les diſſolutions des Sels m'ont fait naître ſur la matiere préſente. Mais cette matiere étant encore ſuſceptible d'une infinité d'autres expériences, ſi je m'apperçois dans la ſuite que quelques-unes de ces expériences que j'aurois faites, contrariaſſent mes idées, que je ne donne que comme des probabilités, & en attendant mieux; l'amour de la vérité me feroit trouver un aſſés grand plaiſir à me réfuter moi-même, pour n'en pas laiſſer la peine à un autre.

DE LA THÉORIE DES COMETES.

Par M. CASSINI. *

A L'OCCASION des Cometes des années 1707 & 1723, nous avons donné des règles pour déterminer leurs plus grandes & leurs plus petites distances possibles à la Terre, & divers élémens pour pouvoir reconnoître leur retour, supposant que leurs révolutions se font autour du Soleil suivant la suite des Signes de l'Occident vers l'Orient.

Cette supposition du mouvement des Cometes de l'Occident vers l'Orient à l'égard du Soleil, qui s'observe non seulement dans toutes les Planetes principales autour de cet Astre, mais même dans tous les Satellites autour de leurs Planetes, paroît être une règle constante de la nature. Mais comme il ne seroit pas impossible qu'elles eussent un autre centre de mouvement, nous avons crû devoir donner dans ce Mémoire des règles plus générales pour déterminer la distance réelle des Cometes à la Terre, la quantité & la direction de leur mouvement, le vrai lieu de leur Nœud & l'inclinaison de leur Orbite, la figure de leur Orbe supposée Elliptique, soit que le Soleil se trouve à l'un de leurs foyers, soit qu'il en soit éloigné; enfin le tems qu'elles employent à faire leur revolution, supposant qu'el-

* 18 Juin 1727.

qu'elles ſe meuvent ſuivant une ligne droite dans l'intervalle de quelques jours, & qu'elles décrivent pendant ce tems des eſpaces égaux en tems égaux.

Cette ſuppoſition, que le mouvement des Cometes ſe fait en ligne droite dans un petit intervalle de tems, & que pendant ce tems elles parcourent des eſpaces égaux en tems égaux, doit être admiſe, ſi elles ſe trouvent éloignées de la Terre & du centre de leur mouvement à une grande diſtance; car alors les arcs qu'elles parcourent, peuvent être regardés comme des lignes ſenſiblement droites, & l'inégalité de leur mouvement eſt peu ſenſible dans l'intervalle de quelques jours. Auſſi la plûpart des Aſtronomes qui ont eſſayé de donner la Théorie des Cometes, ont fait ces deux ſuppoſitions.

Dans la Théorie de la Comete qui a paru en 1664, mon Pere a donné la Méthode de déterminer par le moyen de trois obſervations, la direction du mouvement des Cometes, qu'il a employée pour reconnoître celles qui ont paru retourner après une ou pluſieurs révolutions.

Divers Aſtronomes ont employé dans la ſuite la même méthode, ou d'autres à-peu-près ſemblables; & M. Gregori dans ſes Elémens d'Aſtronomie, rapporte une Méthode qu'il attribue à M. Wren, pour trouver dans ces deux ſuppoſitions, par le moyen de quatre obſervations, non ſeulement la direction du mouvement d'une Comete, mais même ſa diſtance réelle à la Terre, d'où il déduit la quantité de ſon mouvement, & les autres Elémens de ſa Théorie.

Comme il eſt très-important pour la perfection de la Théorie des Cometes, & pouvoir par-

parvenir à reconnoître leur retour, d'avoir des Méthodes simples & faciles pour déterminer leur distance à la Terre & au Soleil, aussi-bien que la quantité & la direction de leur mouvement, j'en proposerai ici une qui m'a paru simple, & avec laquelle on peut déterminer avec assés de facilité, tant par une figure que par le calcul, tous ces divers élémens dans l'hypothese du mouvement de la Terre autour du Soleil.

* Soit S le Soleil, $a\pi b$ l'Orbe annuel sur lequel l'Aphélie est placé en a, & le Perihélie en π. Ayant placé sur cet Orbe le point du Bélier, Υ, par rapport au point a de l'Aphélie; soient faits les angles $\Upsilon S1$, $\Upsilon S2$, $\Upsilon S3$, $\Upsilon S4$, du même nombre de degrés, minutes & secondes que le vrai lieu de la Terre dans le tems de quatre observations choisies d'une Comete. Soient aussi faits les angles ΥSl, ΥSp, ΥSq, ΥSr, de la même quantité que le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique au tems que la Terre étoit aux points 1, 2, 3, 4; & soient tirées de ces points les lignes $1K$, $2N$, $3O$, $4M$, paralleles aux lignes Sl, Sp, Sq, Sr.

Il est évident que ces lignes $1K$, $2N$, $3O$, $4M$, seront dirigées au vrai lieu de la Comete par rapport à la Terre & au Soleil. Car prolongeant $1S$ en b, le point b marquera au tems de la premiere observation le vrai lieu du Soleil sur l'Ecliptique qui est à l'opposite de celui de la Terre, & l'angle ΥSb, mesurera la distance du point du Bélier au vrai lieu du Soleil,

* Fig. 1. & 2.

leil, y ajoûtant l'angle ΥSI qui a été pris égal au vrai lieu de la Comete, c'eſt-à-dire, à ſa diſtance au point du Bélier, on aura l'angle ISb qui meſurera la diſtance de la Comete au Soleil dans la premiere obſervation; mais à cauſe des paralleles SI, $1K$, l'angle $K1S$ eſt égal à l'angle ISb; donc l'angle $K1S$ meſurera la diſtance de la Comete au Soleil, & par conſéquent la Comete ſera dans la direction de la ligne $1K$ au tems de la premiere obſervation.

Soient prolongées les lignes $1K$, $2N$, 30, $4M$, juſqu'à ce qu'elles concourent enſemble, de maniere que le point A marque l'interſection des lignes $1K$, $2N$, tirées de la Terre à la Comete dans les deux premieres obſervations; le point B, l'interſection des lignes $4M$ & 30 dirigées à la Comete dans la troiſieme & quatrieme obſervation; le point E, l'interſection des lignes $1K$ & 30 dirigées à la Comete dans la premiere & troiſieme obſervation; C, l'interſection des lignes $2N$ & 30 dirigées à la Comete dans la ſeconde & troiſieme obſervation; & D, l'interſection des lignes $2N$ & $4M$ dirigées à la Comete dans la ſeconde & quatrieme obſervation.

Faites CP à BC, comme l'intervalle de tems entre la premiere & ſeconde obſervation, eſt à celui qui eſt entre la ſeconde & la quatrieme.

Faites auſſi CF à CD, comme l'intervalle entre la premiere & troiſieme obſervation, eſt à celui qui eſt entre la troiſieme & la quatrieme. Menés par les points P & F, ainſi dé-

déterminés, la ligne PF, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre la ligne IK en K. Cette ligne IK mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre au tems de la premiere observation, réduite à l'Ecliptique.

Faites aussi CT à AC, comme l'intervalle de tems entre la troisieme & la quatrieme observation, est à celui qui est entre la premiere & la troisieme; & CQ à CE, comme l'intervalle entre la seconde & la quatrieme est à l'intervalle entre la premiere & la seconde. Menés par les points T & Q la ligne TQ, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre $4M$ en M, la ligne $4M$ mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au tems de la 4me. observation.

Joignés KM, qui coupera aux points N & O les lignes $2N$, $3O$, tirées de la Terre à la Comete dans la seconde & troisieme observation. La ligne KM mesurera la quantité réelle du mouvement de cette Comete par rapport à l'Ecliptique, qui sera telle que ses portions KN, NO, OM, seront entre elles comme les espaces parcourus entre les quatre observations données.

On peut aussi, connoissant la distance IK de la Comete à la Terre dans la premiere observation, par la methode que l'on a prescrite ci-devant, déterminer sa distance à la Terre $4M$ dans la quatrieme observation, en cette maniere.

Soit menée par les points B & F, la ligne BFH ou FBH, & du point K la ligne KH

parallele à la ligne $3O$ qui rencontre la ligne BH au point H. Du point H, soit tirée la ligne HM parallele à la ligne $2N$ qui rencontrera la ligne $4M$ en M. La ligne $4M$ mesurera la distance de cette Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au tems de la quatrieme observation.

On peut de la même maniere, connoissant la distance $4M$ de la Comete à la Terre au tems de la quatrieme observation, déterminer sa distance IK dans la premiere observation, en menant du point A par le point Q, la ligne AQH ou QAH, qui rencontrera en H la ligne MH parallele à $2N$, & tirant du point H la ligne HK parallele à $3O$, qui rencontrera IK au point K. Cette ligne IK mesurera la distance de cette Comete à la Terre au tems de la premiere observation.

Comme toutes ces distances de la Comete à la Terre ont été mesurées sur l'Ecliptique, il faut pour déterminer la véritable distance de la Terre à la Comete sur son Orbe, faire l'angle KIk égal à sa latitude au tems de la premiere observation. Elevant ou abaissant du point K, suivant que cette latitude est septentrionale ou méridionale, la ligne Kk perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontre la ligne Ik au point k. Cette ligne Ik mesurera la distance véritable de la Terre à la Comete dans la premiere observation.

On fera de même l'angle $M4m$ égal à la latitude de la Comete, déterminée par la quatrieme observation, & on élevera ou abaissera du point M, la ligne Mm perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontrera la ligne

ligne 4 *m* au point *m*. Cette ligne 4 *m* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre, au tems de la quatrieme observation.

Enfin, si l'on éleve sur la ligne *K M* des points *K* & *M*, les perpendiculaires *K k*, *M m*, égales aux lignes *K k* & *M m* que l'on vient de trouver, la ligne *k m* mesurera la quantité véritable du mouvement de la Comete sur son Orbe depuis la premiere jusqu'à la quatrieme observation; l'angle *M n m*, l'inclinaison véritable de son Orbe à l'égard de l'Ecliptique; & la ligne *S n*, tirée du Soleil au point *n* de l'intersection des lignes *K M* & *k m*, marquera sur l'Orbe du Soleil le vrai lieu du Nœud ou de l'intersection de l'Orbe de la Comete à l'égard de l'Ecliptique, qui sera mesuré par l'angle $\Upsilon S n$.

Il est aisé de voir que lorsque les intervalles entre les points des intersections des lignes tirées de la Terre à la Comete sont sensibles par rapport à la distance du Soleil à la Terre, & que le mouvement vrai de la Comete à l'égard de l'Ecliptique qui est mesuré par les angles compris entre ces diverses lignes est de plusieurs degrés, on peut déterminer par une figure avec une très grande facilité la distance de la Comete à la Terre; aussi-bien que la quantité de son mouvement tant sur son Orbe que par rapport à l'Ecliptique; aussi-bien que l'inclinaison de cet Orbe & le vrai lieu de son Nœud à l'égard de l'Ecliptique, qui sont les principaux élémens de sa Théorie.

DEMONSTRATION.

* Soit menée par les points B & F, la ligne $BFbz$ ou $FBbz$ qui rencontre en z la ligne KH parallele à la ligne 30, & en b la ligne MH parallele à la ligne $2N$. Soit auſſi menée par les points A & Q, la ligne $AQg\varkappa$ ou $QAg\varkappa$, qui rencontre en g la ligne KH, & en $\varkappa$ la ligne MH. A cauſe des paralleles KH & 30, les Triangles KFV & VFz ſont ſemblables aux Triangles PFC & CFB, & on aura CP à CB, comme KV eſt à Vz. Les Triangles AKV & AVg ſont auſſi ſemblables aux Triangles AEC & ACQ, & on aura CE à CQ, comme KV eſt à Vg. Mais par la conſtruction CP eſt à CB comme CE à CQ, comme l'intervalle de tems entre la premiere & la ſeconde obſervation eſt à celui qui eſt entre la ſeconde & la quatrieme. Donc KV eſt à Vz comme KV eſt à Vg, donc les points z & g des lignes $AQg\varkappa$ & $BFbz$ ou $QAg\varkappa$ & $FBbz$ concourent enſemble ſur un des points de la ligne KH.

Maintenant à cauſe des paralleles MH & $2N$, les Triangles BCF & BCD ſont ſemblables aux Triangles BXb & BXM, & on aura CF à CD comme Xb eſt à XM. Les Triangles AQC & CQT ſont auſſi ſemblables aux Triangles $XQ\varkappa$ & MQX, & on aura AC à CT comme $X\varkappa$ eſt à XM. Mais par la conſtruction CF eſt à CD comme AC eſt à CT, comme l'intervalle entre la premiere

* Fig. 1. & 2.

miere & troiſieme obſervation eſt à celui qui eſt entre la troiſieme & la quatrieme. Donc Xb eſt à XM comme Xu eſt à XM; donc les points b & u des lignes BFb & AQu ou FBb & QAu concourent enſemble ſur un des points de la ligne MH. Mais nous avons démontré ci-deſſus que les points g & z des mêmes lignes BFb & AQu ou FBb & QAu concouroient enſemble ſur un des points de la ligne KH; donc les points b, u, g, z, concourent tous au point H, qui eſt l'interſection commune des lignes KH & MH paralleles aux lignes $3O$ & $2N$, & par conſéquent les lignes BF & AQ prolongées, concourent enſemble au point H.

Maintenant à cauſe des paralleles $2N$, MH, on aura KN à NM comme KV eſt à VH; mais l'on a démontré que KV eſt à VH comme CP eſt à BC; donc KN eſt à NM comme CP eſt à BC, c'eſt-à-dire, par la conſtruction, comme l'intervalle entre la premiere & la ſeconde obſervation eſt à celui qui eſt entre la ſeconde & la quatrieme.

On trouvera de même que KO eſt à OM comme HX eſt à XM; mais HX eſt à MX comme CF eſt à CD; donc KO eſt à OM comme CF eſt à CD, c'eſt-à-dire, par la conſtruction, comme l'intervalle entre la premiere & la troiſieme obſervation eſt à celui qui eſt entre la troiſieme & la quatrieme. Donc la ligne KM meſure le mouvement véritable de la Comete ſur le plan de l'Ecliptique, qui doit être tel que ſes portions KN, NO, OM, ſoient entre elles comme les eſpaces parcourus entre les quatre obſervations

données, que l'on a supposé être dans le même rapport que les intervalles de tems entre ces observations. Les points K, N, O, M, marqueront donc donc le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique dans ces quatre observations, & les lignes $1K$, $2N$, $3O$, $4M$, sa distance à la Terre mesurée sur l'Ecliptique par rapport aux distances connues $S1$, $S2$, $S3$, $S4$, de la Terre au Soleil.

On démontrera de même, qu'ayant mené par les points P & F, la ligne PFK ou FPK qui rencontre $1K$ en K, si l'on mene du point K la ligne KH parallele à $3O$ qui rencontre BF prolongée en H, & que du point H on mene la ligne HM parallele à $2N$, qui rencontre $4M$ en M, la ligne KM mesurera le mouvement de la Comete sur l'Ecliptique; & que réciproquement ayant mené par les points T & Q, déterminés comme ci-dessus, la ligue TQM ou QTM qui rencontre $4M$ en M, si l'on mene par le point M, la ligne MH parallele à $2N$ qui rencontre AQ prolongée en H, & que du point H on mene la ligne HK parallele à $3O$ qui rencontre $1K$ en K, la ligne MK mesurera le mouvement de la Comete sur l'Ecliptique.

Car par la premiere construction KN est à NM comme KV est à VH, comme CP est à BC, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme; & KO est à OM comme HX est à XM, comme CF est à CD, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la troisieme observation est à celui qui est entre la troisie-

me

me & la quatrieme. Et par la ſeconde conſtruction KN eſt à NM comme KV eſt à VH, comme EC eſt à CQ, c'eſt-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la ſeconde obſervation eſt à celui qui eſt entre la ſeconde & la quatrieme; & KO eſt à OM comme HX eſt à XM, comme AC eſt à CT, c'eſt-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la troiſieme obſervation eſt à celui qui eſt entre la troiſieme & la quatrieme: ce qu'il falloit démontrer.

Lorſqu'on ne peut pas déterminer avec aſſés de préciſion par le moyen d'une figure, la diſtance d'une Comete à la Terre, la quantité de ſon mouvement & divers autres élémens de ſa Théorie, on les trouvera par le calcul, en cette maniere.

On calculera d'abord par les Tables du Soleil ſon vrai lieu ou celui de la Terre au tems des obſervations choiſies, & la valeur des diſtances $S1$, $S2$, $S3$, $S4$, de la Terre au Soleil par rapport à la diſtance moyenne ſuppoſée de 100000; & dans le Triangle $1S2$, l'angle $1S2$ qui meſure le mouvement de la Terre dans l'intervalle entre les deux premieres obſervations, étant connu auſſi-bien que les lignes $S1$, $S2$, on trouvera la valeur de la corde 12, qui ſoûtend l'arc du mouvement de la Terre dans ſon Orbe, & l'angle $S12$ ou ſon ſupplément à deux droits $L12$ dont il faut retrancher l'angle $L1K$, ſupplément de l'angle $K1S$, diſtance de la Comete au Soleil, lorſque le point K eſt entre les points L & 2, & qu'il faut ajoûter à l'angle $L1K$, lorſque le point K eſt au-

delà du point L, pour avoir la valeur de l'angle $A12$.

Maintenant dans le Triangle $A12$, dont le côté 12 eſt connu, de même que l'angle $A12$ & l'angle $1A2$, qui à cauſe des paralleles $A1$, Sl, & $A2$, Sp, eſt égal à l'angle lSp qui meſure le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre les deux premieres obſervations, on aura la valeur des lignes $1A$ & $2A$ qui meſurent la diſtance de la Terre au point A du concours des deux lignes tirées de la Terre à la Comete dans les deux premieres obſervations.

On calculera de la même maniere la valeur des cordes 13, 14, & des diſtances $1E$, $3E$, $1G$, $4G$, de la Terre aux points E & G, du concours des lignes tirées de la Terre à la Comete dans la premiere, troiſieme & quatrieme obſervation. Retranchant $1A$ de $1E$, on aura AE, & dans le Triangle AEC, dont le côté AE eſt connu auſſi-bien que l'angle EAC ou $1A2$, & l'angle $2C3$ égal à l'angle pSq qui meſure le mouvement de la Comete dans l'intervalle entre la ſeconde & la troiſieme obſervation, on trouvera la valeur des côtés AC & CE. Prenant la différence entre $1A$ & $1G$, on aura AG, & dans le Triangle AGD, dont le côté AG eſt connu, & les angles GAD ou $1A2$, & ADG ou $2D3$, on aura les côtés DG & AD. Prenant la différence entre AD & AC, on aura DC, & dans le Triangle BDC, dont le côté DC eſt connu, de même que l'angle BDC, ou ſon ſupplément $2D4$, & l'angle DCB

ou

ou 2 C 3, on aura le côté BC. On fera enſuite par la regle preſcrite, comme le tems entre la ſeconde & la quatrieme obſervation eſt au tems entre la premiere & la ſeconde, ainſi BC eſt à CP; & comme le tems entre la troiſieme & la quatrieme obſervation eſt au tems entre la premiere & la troiſieme, ainſi CD eſt à CF. Maintenant dans le Triangle PCF, dont les côtés CP, CF, & l'angle PCF ou 2 C 3 compris entre ces côtés, ſont connus, on trouvera la valeur de l'angle CPF; & dans le Triangle EPK, dont le côté EP ou CP plus CE eſt connu, de même que l'angle KEP, & l'angle CPF ou EPK, on trouvera la valeur du côté EK qu'il faut ajoûter à la ligne 1 E ci-devant déterminée, lorſque le point K eſt au-delà du point E, & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne 1 E, lorſque le point K eſt en deçà, & on aura la valeur de la ligne 1 K, qui meſure la diſtance de la Terre à la Comete réduite à l'Ecliptique, au tems de la premiere obſervation.

Il eſt à remarquer que lorſque l'angle EPK eſt plus grand que l'angle 1 E 3 ou PEK, la Comete ſe trouve placée au-delà du point A; & que lorſque cet angle eſt plus petit, elle ſe trouve alors entre la Terre & le point A.

Pour trouver ſa diſtance à la Terre dans la quatrieme obſervation, on fera comme le tems entre la premiere & la troiſieme obſervation eſt au tems entre la troiſieme & la quatrieme, ainſi AC eſt à CT; on fera auſſi comme le tems entre la premiere & la ſeconde obſervation eſt au tems entre la ſeconde

& la quatrieme, ainſi CE eſt à CQ. Maintenant dans le Triangle TCQ, dont les côtés CT, CQ, & l'angle TCQ ou $2C3$ compris entre ces côtés ſont connus, on trouvera la valeur de l'angle CTQ; & dans le Triangle DTM, dont le côté DT ou DC plus CT eſt connu, de même que l'angle DTM, ou CTQ, & l'angle MDT ou $2D4$, on trouvera le côté DM qu'il faut ajoûter aux lignes $4G$ & DG ci-devant déterminées, lorſque le point M eſt au-delà du point D, ce qui arrive lorſque l'angle QTF eſt plus grand que l'angle $2D4$ ou MDT, & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne $4D$, lorſque l'angle QTF eſt plus petit que l'angle $2D4$, & l'on aura la valeur de la ligne $4M$, qui meſure la diſtance de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, au tems de la quatrieme obſervation.

Si l'on ajoûte préſentement la ligne DG à la ligne DM, lorſque le point M eſt au-delà du point D, & ſi on la retranche de la ligne DM, lorſqu'il eſt en-deçà, on aura GM. Ajoûtant pareillement GE, ou AE moins AG, à EK, lorſque le point K eſt au-delà du point E, & le retranchant de EK, lorſqu'il eſt en-deçà, on aura GK; & dans le Triangle KGM, dont les côtés KG & GM, & l'angle KGM ou $1G4$ compris entre ces côtés, ſont connus, on trouvera la valeur du côté KM qui meſure le mouvement de la Comete, réduit à l'Ecliptique, entre la premiere & la quatrieme obſervation, & les angles $1KM$, $4MK$, qui déterminent la direction de ſon mouvement.

Pour

Pour déterminer la distance réelle de la Comete à la Terre, l'inclinaison de son Orbe & la quantité de son mouvement sur cet Orbe, on fera comme le Sinus du complément de la latitude de la Comete dans la premiere observation est au sinus total ; ainsi la distance 1 *K* de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, est à la distance réelle 1 *k* de la Terre à la Comete dans la premiere observation ; & comme le sinus du complément de la latitude de la Comete dans la quatrieme observation est au Sinus total, ainsi 4 *M* est à la distance réelle 4 *m* de la Terre à la Comete dans la quatrieme observation. On fera ensuite comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la premiere observation, ainsi 1 *K* est à *Kk* ; & comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la quatrieme observation, ainsi 4 *M* est à *Mm*. Enfin l'on fera comme *KM* est à la différence entre *Kk* & *Mm*, lorsque les deux latitudes sont de même dénomination, ou bien comme *KM* est à la somme de *Kk* plus *Mm*, lorsqu'elles sont de différente dénomination ; ainsi le Sinus total est à la tangente de l'angle *Mnm* ou *Knk*, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique ; & comme le Sinus du complément de l'angle *Mnm* est au Sinus total, ainsi *KM* est à la ligne *km* qui mesure la quantité du mouvement réel de la Comete sur son Orbe par rapport à la distance moyenne de la Terre au Soleil supposée de 100000.

Pour déterminer le vrai lieu du Nœud de

la Comete, on fera comme Mm moins Kk, lorſque les des deux latitudes ſont de même dénomination, ou bien comme Mm plus Kk, lorſqu'elles ſont de différente dénomination, eſt à MK; ainſi Kk eſt à $K\pi$, diſtance du point K au point π, qui marque le lieu où la Comete a coupé l'Ecliptique. Maintenant dans le Triangle $1K\pi$, dont les côtés $1K$, $K\pi$, & l'angle compris $1KM$ ſont connus, on trouvera le côté 1π & l'angle $K1\pi$. Prenant la ſomme des angles $K1\pi$ & $L1K$, ou leur différence, on aura l'angle $L1\pi$, ou ſon ſupplément $S1\pi$, & dans le Triangle $S1\pi$, dont les côtés $S1$, 1π, & l'angle compris $S1\pi$ ſont connus, on trouvera la valeur du côté $S\pi$, qui meſure la diſtance véritable de la Terre à la Comete, lorſqu'elle a paſſé par l'Ecliptique & l'angle $1S\pi$. L'angle $\Upsilon S1$, diſtance de la Terre au point du Bélier au tems de la premiere obſervation, étant donc connu, on aura la valeur de l'angle $\Upsilon S\pi$ qui meſure le vrai lieu du Nœud de la Comete, ou de l'interſection de ſon Orbe avec l'Ecliptique. Enfin l'on déterminera le tems que la Comete eſt arrivée à ſon Nœud, en faiſant comme MK eſt à $K\pi$; ainſi l'intervalle de tems entre la premiere & la quatrieme obſervation eſt à l'intervalle entre le tems de la premiere obſervation & celui auquel la Comete eſt arrivée à l'Ecliptique : ce qu'il falloit trouver.

On peut auſſi, ſuppoſant qu'une Comete parcoure ſa révolution autour du Soleil, déterminer la grandeur & la figure de ſon Orbe; le tems qu'elle employe à faire ſa révo-

volution & les autres élémens de sa Théorie, en cette maniere.

Soit mené du point S au point M, lieu de la Comete sur l'Ecliptique au tems de la quatrieme observation, la ligne SM. Dans le Triangle $SM4$, les côtés $S4$, $4M$, sont connus, de même que l'angle compris $S4M$, supplément de l'angle $4Sr$; c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté SM & de l'angle $4SM$. La ligne Mm ayant été élevée perpendiculairement sur le plan de l'Ecliptique, le Triangle SMm est rectangle en M; & connoissant les côtés SM & Mm, on trouvera la valeur de l'hypothenuse Sm, qui mesure la distance réelle de la Comete au Soleil au tems de la quatrieme observation. Dans le Triangle $SK1$, les côtés $S1$, $1K$, sont connus, de même que l'angle compris $S1K$, supplément de l'angle $L1K$ ou $1Sl$; c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté SK & de l'angle $1SK$. La ligne Kk ayant été élevée perpendiculairement sur le plan de l'Ecliptique, le Triangle SKk est rectangle en K; & connoissant les côtés SK & Kk, on aura la valeur de l'hypothenuse Sk qui mesure la distance réelle de la Comete au Soleil au tems de la premiere observation. Maintenant dans le Triangle Smk, dont les trois côtés Sm, mk & Sk, sont connus, l'on trouvera la valeur de l'angle msk, qui soûtend dans l'Orbe de la Comete, la quantité de son mouvement propre depuis la premiere jusqu'à la quatrieme observation; on aura aussi la valeur des angles Smk & Skm qui déterminent la direction de son mouvement dans son Orbe.

Pour déterminer la figure de l'Orbe que la Comete décrit par ſon mouvement propre, on choiſira une cinquieme obſervation faite avec exactitude, éloignée de quelques jours de la quatrieme. On placera ſur l'Orbe annuel le vrai lieu de la Terre dans le tems de cette obſervation au point 5, & le vrai lieu de la Comete au point s, & l'on menera du point 5 la ligne 5θ parallele à la ligne Ss. On prolongera enſuite KM en β, enſorte que $M\beta$ ſoit à KM, comme le tems entre la quatrieme & la cinquieme obſervation eſt au tems entre la premiere & la quatrieme; & du centre M à l'intervalle $M\beta$, on décrira l'arc $\beta\theta$ qui rencontrera 5θ au point θ. La ligne $M\theta$ ou $M\beta$ meſurera le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre la quatrieme & la cinquieme obſervation, & la ligne 5θ la diſtance de la Comete à la Terre réduite à l'Ecliptique au tems de la cinquieme obſervation, dont on déterminera la quantité en cette maniere.

Dans le Triangle $MS5$, les côtés SM & $S5$ ſont connus, & l'angle compris $MS5$ qui eſt égal à l'angle $MS4$ ci-devant déterminé, plus l'angle $4S5$ qui meſure le mouvement de la Terre entre la quatrieme & la cinquieme obſervation; c'eſt pourquoi l'on trouvera le côté $5M$ & l'angle $S5M$, dont la différence à l'angle $S5\theta$, ſupplément de l'angle $5Ss$, différence entre le lieu de la Comete & celui de la Terre, donne l'angle $M5\theta$; & dans le Triangle $M5\theta$, dont les côtés $5M$, $M\theta$ & l'angle $M5\theta$ ſont connus, on trouvera la valeur du côté 5θ, diſtance de la Terre à la Co-

Comete réduite à l'Ecliptique. Enfin dans le Triangle $S5\delta$, dont les côtés 5δ, $S5$ & l'angle compris $S5\delta$ ſont connus, on trouvera la valeur du côté $S\delta$, diſtance de la Comete au Soleil dans la cinquieme obſervation réduite à l'Ecliptique.

Soit élevée du point δ, la ligne $\delta\mathfrak{d}$ perpendiculaire ſur les lignes $S\delta$ & δM qui ſont ſur ce plan, & en même tems parallele à Mm. Soit pris ſur $\delta\mathfrak{d}$ la ligne $\delta\gamma$ égale à la ligne Mm, & ayant mené $m\gamma$, ſoit fait l'angle $\gamma m\mathfrak{d}$, égal à l'inclinaiſon de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique ci-devant déterminée; il eſt clair que la ligne $m\mathfrak{d}$ meſurera le mouvement vrai de la Comete depuis la quatrieme juſqu'à la cinquieme obſervation, & que la ligne $\delta\mathfrak{d}$ meſurera l'élévation de cette Comete ſur le plan de l'Ecliptique, dont on connoîtra la valeur, en réſolvant le Triangle $m\gamma\mathfrak{d}$ rectangle en γ, dont le côté $m\gamma$ ou $M\delta$ & l'angle $\gamma\mu\mathfrak{d}$ ſont connus. Maintenant dans le Triangle $S\delta\mathfrak{d}$ rectangle en δ, dont les côtés $S\delta$ & $\delta\mathfrak{d}$ ſont connus, l'on trouvera la valeur de la ligne $S\mathfrak{d}$ qui meſure la diſtance réelle du Soleil à la Comete au tems de la cinquieme obſervation; & dans le Triangle $Sm\mathfrak{d}$, dont les trois côtés Sm, $S\mathfrak{d}$, $m\mathfrak{d}$, ſont connus, l'on aura la valeur des angles $mS\mathfrak{d}$, $m\mathfrak{d}S$ & $\mathfrak{d}mS$.

* Soient préſentement, dans la Fig. 3, les points $Skm\mathfrak{d}$ diſpoſés de maniere que les lignes Sk, Sm, $S\mathfrak{d}$, meſurent la diſtance déterminée de la Comete au Soleil dans la premie-

* Fig. 3.

miere, quatrieme & cinquieme obſervation, & km & $m\delta$ le mouvement vrai de cette Comete ſur ſon Orbe depuis la premiere juſqu'à la quatrieme, & depuis la quatrieme juſqu'à la cinquieme obſervation.

On peut déterminer géométriquement la figure de l'Ellipſe, qui ayant pour foyer le point S, paſſe par les points k, m & δ. Mais comme le calcul des dimenſions de cette Ellipſe ſeroit extrêmement difficile, on conſidérera que la ligne km qui meſure le mouvement vrai de la Comete depuis la premiere juſqu'à la quatrieme obſervation, étant ſuivant notre ſuppoſition une ligne ſenſiblement droite, on peut la regarder comme la tangente de l'Orbe elliptique que la Comete décrit par ſon mouvement propre. Diviſant cette ligne km en deux également au point ϵ, on menera du du point S au point ϵ la ligne $S\epsilon$, & l'on fera l'angle kef égal à l'angle $S\epsilon m$.

Dans le Triangle $Sm\epsilon$, dont les côtés Sm & $m\epsilon$ & l'angle compris $Sm\epsilon$ ſont connus, on trouvera la valeur de l'angle ϵSm & de l'angle $S\epsilon m$ ou kef qui lui eſt égal; on aura donc la valeur de l'angle $S\epsilon f$ qui détermine la poſition de la ligne ϵf, qui par la propriété de l'Ellipſe doit paſſer par un des foyers de l'Ellipſe dont l'autre foyer eſt au point S.

Pour déterminer ce foyer, ſoit décrit du centre S & de l'intervalle $S\epsilon$, l'arc $\epsilon\lambda$ qui rencontre $S\delta$ en λ, & ſoit pris ſur la ligne ϵf, prolongée s'il eſt néceſſaire, la ligne $\epsilon\mu$ égale à la ligne $\delta\lambda$, de maniere que le point μ ſoit entre les points ϵ & f, lorſque la ligne $S\delta$ eſt plus grande que la ligne $S\epsilon$, & que le point

point μ soit au delà du point ϵ, lorsque $S\delta$ est plus petite que $S\epsilon$. Joignés $\delta\mu$, que vous diviserés en deux parties égales au point ν. Du point ν soit élevé sur la ligne $\mu\delta$ la perpendiculaire νf, qui rencontrera la ligne ϵf au point f. Le point f déterminera l'autre foyer de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre: ce qu'il est aisé de démontrer.

Car les rayons $S\lambda$, $S\epsilon$, étant égaux, si l'on y ajoûte de part & d'autre $\epsilon\mu$ égal à $\delta\lambda$, lorsque $S\delta$ est plus grand que $S\epsilon$; ou si l'on en retranche $\epsilon\mu$ égal à $\delta\lambda$, lorsque $S\delta$ est plus petit que $S\epsilon$, on aura dans le premier cas $S\delta$ égal à $S\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, & dans le second cas $S\delta$ égal à $S\epsilon$ moins $\epsilon\mu$. Maintenant dans les Triangles rectangles $f\nu\mu$, $f\nu\delta$, les côtés $\mu\nu$, & $\nu\delta$ sont égaux par la construction, & le côté $f\nu$ est commun; c'est pourquoi l'on aura l'hypothenuse $f\delta$ égale à $f\mu$, qui dans le premier cas est égale à $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, & dans le second cas à $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$. Ajoûtant dans le premier cas $f\delta$ à $S\delta$, & $f\delta$, ou $f\epsilon$ moins $\epsilon\mu$ à $S\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, qui est égal à $S\delta$, on aura $f\delta$ plus $S\delta$ égal à $S\epsilon$ plus $f\epsilon$. Ajoûtant dans le second cas $f\delta$ à $S\delta$, & $f\delta$ ou $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$ à $S\delta$, ou $S\epsilon$ moins $\epsilon\mu$, on aura pareillement $f\delta$ plus $S\delta$ égal à $f\epsilon$ plus $S\epsilon$; & par conséquent les points ϵ & δ sont sur une Ellipse, dont l'un des foyers est en S, & l'autre en f.

Divisant Sf en deux parties égales au point $\varkappa$, & prenant $\varkappa\pi$ & $\varkappa a$ égales à la moitié de de $S\epsilon$ plus ϵf, on aura le grand axe πa de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre, dont l'Aphélie sera au point

a,

a, & le Périhélie au point π. L'angle $aS\delta$ mesurera la distance véritable de la Comete à son Aphélie au tems de la cinquieme observation, & l'angle $aS\varepsilon$, sa distance dans le tems que la Comete a passé par le milieu entre la premiere & la quatrieme observation. Enfin l'angle $\delta f\varepsilon$ mesurera le moyen mouvement de la Comete, qui répond à l'angle $\delta S\varepsilon$, qui mesure son vrai mouvement dans l'hypotheſe elliptique.

On trouvera auſſi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement qui répond à son vrai mouvement ſuivant l'hypotheſe de Kepler, & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces hypotheſes eſt à 360 degrés; ainſi l'intervalle de tems entre la cinquieme obſervation & le tems moyen, entre la premiere & la quatieme obſervation, eſt au tems qui meſure la révolution entiere de la Comete: ce qui reſtoit à trouver.

Pour déterminer par le calcul les diſtances $f\delta$ & $f\varepsilon$ de l'autre foyer f de l'Ellipſe qui repréſente l'Orbe de la Comete à ſon lieu, lorſqu'elle s'eſt trouvée aux points δ & ε, la diſtance entre les deux foyers S & f, le demi-diametre de ſon Orbe, & le tems qu'elle employe à faire ſa révolution autour du Soleil, on ajoûtera l'angle $mS\delta$ à l'angle εfm ci-devant déterminé, & on aura l'angle $\varepsilon S\delta$; & dans le Triangle $\varepsilon S\delta$, dont les côtés $S\varepsilon$, $S\delta$, & l'angle compris entre ces côtés ſont connus, on aura la valeur du côté $\varepsilon\delta$ & de l'angle $S\varepsilon\delta$, dont il faut retrancher dans le premier

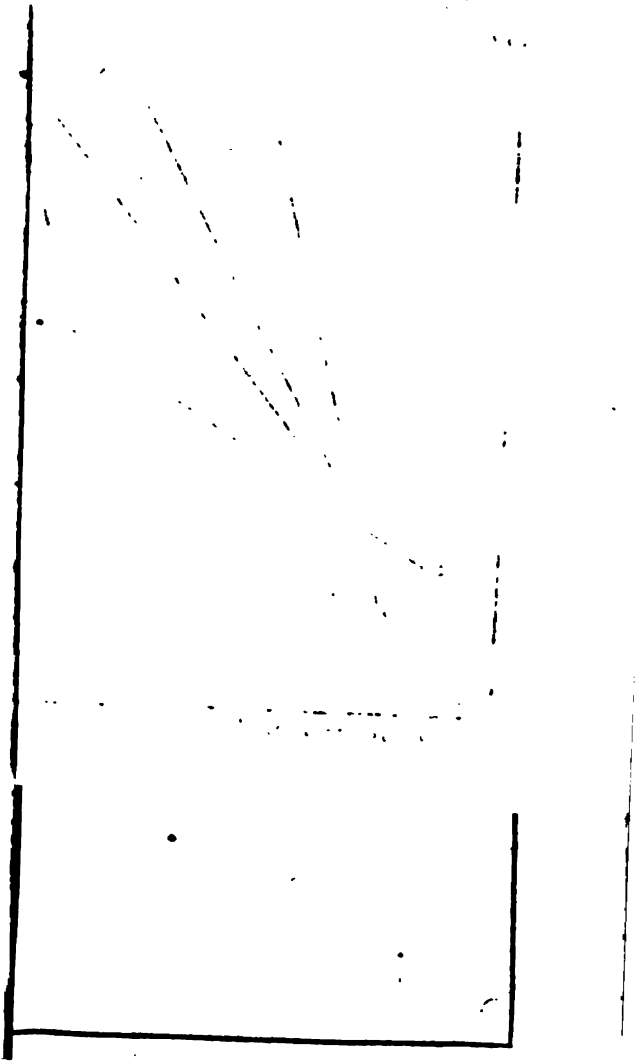
mier cas l'angle $S\iota f$ connu, au qu'il faut ajoûter dans le second cas à l'angle $S\iota f$, pour avoir l'angle $f\iota\delta$, ou son supplément $\delta\iota\mu$; & dans le Triangle $\delta\iota\mu$, dont l'angle $\delta\iota\mu$ & le côté $\delta\iota$ sont connus, & le côté $\iota\mu$ ou $\delta\mu$ mesure la différence entre $S\iota$ & $S\delta$, on trouvera la valeur de l'angle $\delta\mu\iota$ & du côté $\delta\mu$. On aura donc valeur des lignes $\delta\nu$ ou $\mu\nu$ égales chacune à la moitié de $\delta\mu$; & dans le Triangle $f\mu\nu$ rectangle en ν, dont l'angle $\delta\mu\iota$ ou $\delta\mu f$ & le côté $\mu\nu$ sont connus, on trouvera la valeur du côté $f\mu$ ou $f\delta$ qui mesure la distance du foyer f de l'Orbe de la Comete, à son lieu δ au tems de la cinquieme observation. Ajoûtant dans le premier cas $\iota\mu$ connu à $f\delta$ ou $f\mu$, & retranchant dans le second cas $\iota\mu$ de $f\mu$, on aura $f\iota$ qui mesure la distance du foyer f au lieu de la Comete dans le tems milieu entre la premiere & la quatrieme observation; & dans le Triangle $S\iota f$, dont les côtés $S\iota$ & $f\iota$ & l'angle compris $S\iota f$ sont connus, on aura la valeur du côté Sf & de l'angle ιSf ou $aS\iota$, qui mesure la distance de la Comete à son Apogée, lorsqu'elle a passé par le point ι. Retranchant dans le premier cas l'angle $\iota f\delta$ connu de l'angle $af\iota$, ou ajoûtant dans le second cas l'angle $\iota f\delta$ à l'angle $af\iota$, on aura l'angle $aS\delta$ qui mesure la distance de la Comete à son Apogée au tems de la cinquieme observation. Prenant la moitié de Sf, on aura la valeur de $S\varkappa$, & prenant la moitié de $S\iota$ plus $f\iota$, on aura la valeur de $\varkappa a$, qui mesure le grand demi-diametre de l'Orbe de la Comete. Enfin prenant le double de l'angle $\nu f\mu$, on aura

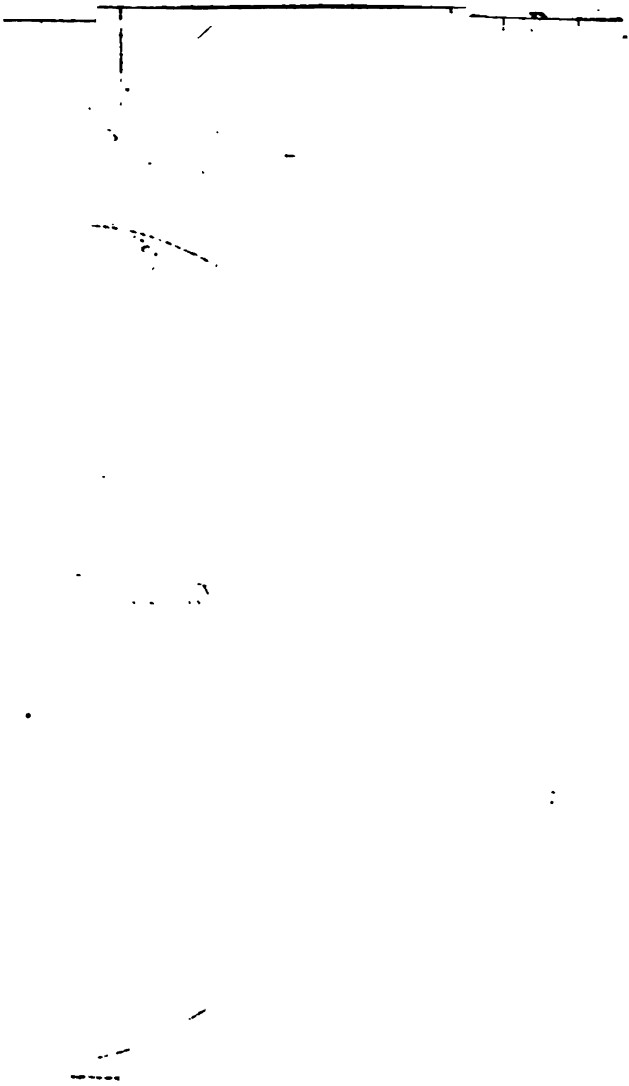
la

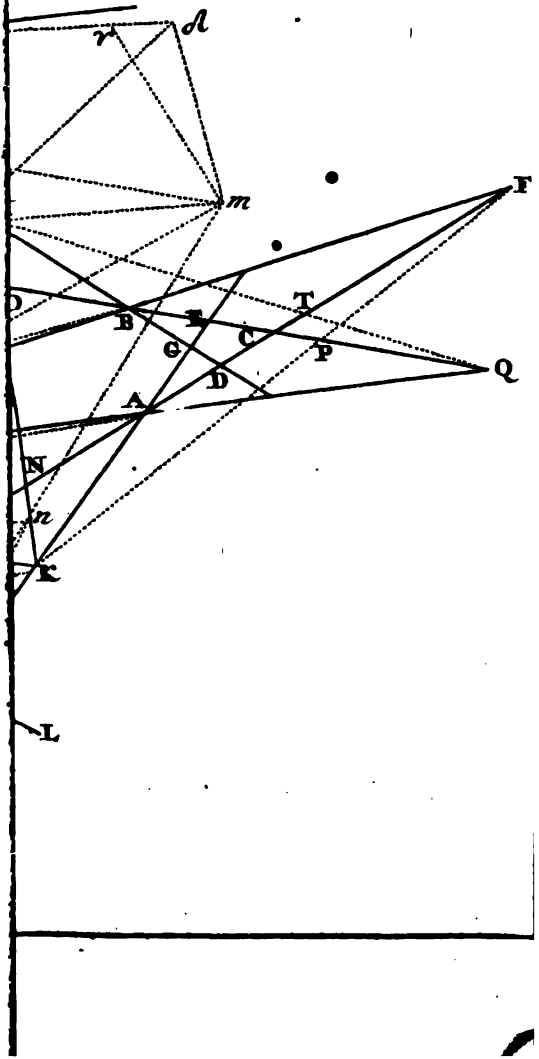
la valeur de l'angle *ØfS* qui mesure dans l'hypothese elliptique simple le moyen mouvement de la Comete qui répond à l'angle *ESD* de son vrai mouvement dans l'intervalle de tems entre la cinquieme observation, & le milieu entre la premiere & la quatrieme.

On trouvera aussi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement de la Comete, qui répond à son vrai mouvement suivant l'hypothese de Kepler; & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces deux hypotheses est à 360 degrés; ainsi l'intervalle de tems entre la cinquieme observation & le tems moyen entre la premiere & la quatrieme observation, est au tems qui mesure la révolution entiere de la Comete. Enfin, si la direction du mouvement de la Comete étoit telle que le Soleil ne se trouvât pas à son foyer, on déterminera sa situation dans un plus grand nombre d'observations, & l'on fera passer par les différens poins où elle s'est trouvée, une Ellipse qui représentera la figure de son Orbe.

Connoissant la figure de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre, on pourra déterminer l'augmentation ou la diminution du mouvement réel de la Comete dans l'intervalle entre chaque observation, s'il y en a quelqu'une de sensible. On augmentera ou diminuera d'une quantité proportionnée l'intervalle de tems entre chaque observation, & l'on déterminera par la méthode prescrite le mouvement *KMØ* de la Co-






γ
M
m
F
T
E
G
C
P
Q
D
A
N
n
K
L

Comete, qui ſera tel que ſes parties KN, NO, OM & Mo ſeront entre elles comme les eſpaces qu'elles ont parcourus ſur leur Orbe. On recommencera enſuite tout de nouveau le calcul, par le moyen duquel on trouvera avec plus de préciſion la figure de l'Ellipſe que la Comete a décrite par ſa révolution, & les autres élémens de ſa Théorie.

On voit par-là, que quand même la Comete auroit décrit en tems égaux, des eſpaces ſenſiblement inégaux, on ne laiſſeroit pas de déterminer avec aſſés de préciſion les élémens de ſa Théorie; ainſi il n'eſt pas néceſſaire abſolument de ſuppoſer qu'elle ait décrit des eſpaces égaux en tems égaux.

A l'égard de la premiere ſuppoſition, qu'elle ait ſuivi pendant l'intervalle entre les obſervations choiſies, une ligne ſenſiblement droite, elle doit être admiſe dans notre Théorie, ſuivant laquelle on ne peut pas déterminer géométriquement la diſtance de la Comete à la Terre, lorſque ſa courbure dans cet intervalle de jours eſt ſenſible; ce qui fait voir que l'on ne doit employer dans cette recherche, que des obſervations peu éloignées les unes des autres.

POUR-

POURQUOI LES ENFANS ne voyent pas clair en venant au monde, & quelque tems après qu'ils sont nés.

Par M. PETIT le Médecin. *

C'EST un langage ordinaire dans le public, que les Enfans nouveau-nés ont la vue trouble. Effectivement, si on examine leurs Yeux, ils paroissent ternes, on ne remarque point ce brillant que l'on y voit quelque tems après leur naissance; & de la maniere dont ils les tournent de tous côtés lorsqu'on les présente à la lumiere, il est aisé de voir qu'ils n'apperçoivent aucun objet qui puisse fixer leur regard.

La cause de ce défaut de vision doit se trouver ou dans la Cornée, ou l'Humeur aqueuse, ou le Cristallin & sa Capsule, ou l'Humeur vitrée, qui donnent toutes passage à la lumiere, ou enfin dans la Rétine qui doit en recevoir l'impression; ou bien elle doit se trouver dans deux, ou dans trois, ou dans toutes ses parties.

Il n'est pas possible de découvrir dans la Rétine, s'il y a quelque chose qui puisse empêcher l'impression de la lumiere: cette membrane, dans les nouveau-nés, est d'une molesse qui approche de celle de la bouillie refroi-

* 2 Juillet 1727.

froidie; & à l'égard des autres parties, il ne s'agit que de leur transparence & de leur étendue néceſſaire.

J'ai examiné toutes ces parties, non ſeulement dans des Fœtus humains, mais encore dans des Enfans morts quelques jours après leur naiſſance; & dans huit, dont j'ai d'abord diſſéqué les Yeux pour ce ſujet, j'en ai trouvé ſix, dans leſquels l'Humeur vitrée, le Criſtallin & la Capſule avoient leur tranſparence naturelle; l'Uvée m'a paru plus épaiſſe qu'elle n'eſt dans les Yeux des Adultes, la Prunelle fort grande, & dans quelques-uns de ces Fœtus elle l'étoit de deux lignes & demie, & dans les autres d'une ligne & demie; avec cela, peu ou point d'Humeur aqueuſe.

Dans les deux autres Fœtus, l'Humeur vitrée, quoique tranſparente, étoit rouge claire; leur Criſtallin tranſparent, ſans couleur: mais dans un de ces Fœtus la Capſule du Criſtallin étoit rouge, & même la Cornée. Le premier étoit un Fœtus de ſept mois. Le ſecond étoit de neuf mois. Ces deux Fœtus avoient extrêmement ſouffert dans l'accouchement, ayant été long-tems au paſſage; cela avoit occaſionné l'inflammation dans les humeurs & dans les membranes des Yeux. Ce qu'il y avoit encore de particulier, c'eſt la grande épaiſſeur qui s'eſt trouvée à la Cornée, car ils l'avoient bien plus épaiſſe que les autres Fœtus, ſi l'on en excepte un Fœtus de huit mois, qui n'avoit point ſouffert au paſſage, & qui avoit la Cornée auſſi épaiſſe; cette épaiſſeur étoit d'une ligne & un tiers. Mais dans les cinq autres, celui qui l'avoit moins

moins épaisse, étoit un Fœtus de quatre mois; l'épaisseur de sa Cornée étoit de demi-ligne; elle étoit épaisse de trois quarts de ligne dans un autre Fœtus de huit mois; elle n'étoit épaisse que de deux tiers de ligne dans un Fœtus de neuf mois, aussi-bien que dans un Enfant mort le septieme jour de sa naissance; elle avoit trois quarts de ligne d'épaisseur dans un Enfant mort le huitieme jour de sa naissance.

Toutes ces Cornées étoient plus ou moins opaques; elles n'avoient gueres qu'un tiers de ligne d'épaisseur à leur circonférence. Dans l'Enfant nouveau-né elle avoit une ligne; les plus épaisses étoient froncées, ce qu'on découvroit facilement.

J'ai encore disséqué un Fœtus de neuf mois, que l'on a tiré mort de la Matrice: les Cornées des deux Yeux étoient épaisses de deux tiers de ligne; néanmoins l'Oeil droit étoit très brillant, la Cornée très transparente; il contenoit un grain & demi d'humeur aqueuse: l'Oeil gauche étoit terne, il ne contenoit qu'un grain d'humeur aqueuse.

Si présentement l'on prend garde que la plus grande épaisseur de la Cornée, dans l'Homme, n'est le plus souvent que d'un demi-tiers de ligne, quoique l'Oeil ait dix lignes & demie, jusqu'à onze lignes & demie de diametre, on voit d'abord qu'il n'y a plus de proportion; l'épaisseur de la Cornée auroit dû être tout au plus d'un douzieme de ligne dans le Fœtus de quatre mois, dont l'Oeil avoit seulement quatre lignes trois quarts de diametre; elle n'auroit dû être que d'un

d'un demi-quart de ligne dans les Fœtus de neuf mois, & dans les Enfans de ſept & huit jours de naiſſance. Il ne faut donc pas s'étonner ſi la plûpart de ces Cornées n'étoient pas tranſparentes, & n'avoient pas le poli & le brillant que l'on remarque dans les Enfans de deux ou trois mois.

Pour ce qui eſt de l'humeur aqueuſe, je n'en ai trouvé que dans des Fœtus à terme juſqu'à un grain & demi; je n'en ai point trouvé dans les autres: on ne peut pas aſſûrer qu'il n'y en avoit point eu, mais qu'il y en a eu très-peu à proportion de la grandeur de leurs Yeux. J'en ai trouvé un grain & un quart dans les Yeux de l'Enfant de ſept jours de naiſſance, & un grain ſeulement dans l'Enfant de huit jours de naiſſance; l'Homme n'en a au plus que cinq grains ou cinq grains & demi. J'ai depuis quelque tems diſſéqué ſept autres Fœtus & Enfans nouveau-nés, dans leſquels j'ai vérifié toutes ces obſervations.

C'eſt donc l'épaiſſeur & le froncis de la Cornée, comme on le verra à la ſuite de ce Mémoire, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuſe, qui fait le défaut de la viſion dans les Enfans nouveau-nés. J'en ai examiné pluſieurs vivans, les premiers jours de leur naiſſance: ils ont les Yeux ternes, plus ou moins les uns que les autres, & j'en ai trouvé un où il n'y avoit rien de terne: leur Cornée paroît avoir moins de diametre & moins de convexité que ceux de ſix ſemaines ou de deux mois; malgré ſon épaiſſeur elle donne pourtant paſſage à une certaine

quantité de lumiere, qui, quoique petite, ne laiſſe pas de faire une impreſſion aſſés forte ſur la Rétine par rapport à ſa délicateſſe, puiſqu'elle oblige la Prunelle de ſe rétrécir, comme on le remarque en les examinant avec attention. Lorſqu'on préſente ces Enfans à la lumiere, ils ne peuvent la ſouffrir juſqu'à ce que la Prunelle ſoit rétrécie, ce qu'ils ont de commun avec les Adultes: mais ce qu'il y a de particulier, c'eſt que ſi tous les rayons de lumiere ſe réuniſſoient ſur la Rétine dans les nouveau-nés, comme ils ſe réuniſſent dans les Adultes, ils cauſeroient trop de diviſion dans cette membrane à cauſe de ſa grande molleſſe, pour les raiſons que je dirai dans la ſuite de ce Mémoire; & pour peu d'impreſſion que faſſent les rayons, ils ſe font vivement ſentir.

J'ai continué de les examiner juſqu'à ſix ſemaines. J'ai remarqué que de jour en jour la Cornée devenoit plus convexe, plus polie, plus brillante, ce que l'on doit attribuer à l'augmentation qui ſe faiſoit tous les jours de l'humeur aqueuſe; elle pouſſe & étend la Cornée, ce qui la rend plus convexe & plus mince.

L'Uvée prend une plus grande extenſion, les fibres en deviennent plus mobiles, n'étant plus ſi preſſées les unes contre les autres; ce qui fait que la Prunelle s'élargit & ſe retrécit avec plus de facilité qu'elle ne faiſoit auparavant.

Pendant que toutes ces parties ſe diſpoſent à laiſſer paſſer une plus grande quantité de lumiere, la Rétine acquiert une plus grande fermeté, & devient de jour en jour plus capable de ſoûtenir l'impreſſion des rayons, enſorte que la Pru-

Prunelle peut se dilater & s'élargir pour laisser entrer un plus grand nombre de ces rayons. Les refractions sont perfectionnnées par l'augmentation de l'humeur aqueuse & la convexité de la Cornée, & par ce moyen les rayons se réunissent sur la Rétine; en quoi consiste la perfection de la Vûe.

Toutes ces choses ne s'accompliſſent pas dans un tems limité. J'ai vû des Enfans d'un mois de naissance, dont les Yeux avoient acquis l'état nécessaire pour la distinction des objets. Je le jugeois non seulement par la convexité & le brillant de la Cornée, mais encore mieux par la maniere dont ils regardoient les objets qu'on leur présentoit, ce que je n'ai rencontré dans d'autres Enfans qu'après cinq ou six semaines de naissance; cela dépend apparemment du plus ou du moins de facilité que la Cornée a de s'étendre, & de l'augmentation de l'humeur aqueuse plus ou moins prompte: & voici de quelle maniere on peut concevoir que cela se fait.

Pendant que l'Enfant est dans la Matrice, il est comprimé de tous côtés par les eaux dans lesquelles il nage; ces eaux sont pressées par la Matrice, & la Matrice par toutes les parties du bas-Ventre. Les Paupieres qui sont toûjours fermées, & qui sont comprimées, pouſſent encore la Cornée vers l'Uvée par leur contraction, avec d'autant plus de force qu'elles sont gonflées par la liqueur dans laquelle l'Enfant nage, & dont elles sont imbibées, ce que l'on remarque très bien dans les Enfans nouveaunés: la Cornée étant ainsi pouſſée, presse les Vaisseaux excretoires, ce qui empêche la production de l'humeur aqueuse, qui d'ailleurs ne

ſe filtre qu'autant qu'il ſe trouve d'eſpace pour la loger, & que le ſang eſt pouſſé avec plus ou moins de force par la contraction du Cœur: cette force eſt petite, & proportionnée à la délicateſſe des parties.

Mais auſſi tôt que l'Enfant eſt hors de la Matrice, le Cœur pouſſe le ſang avec plus de force, il devient plus élaſtique, au moyen de la reſpiration; la Cornée n'eſt plus comprimée, auſſi-bien que les autres parties, la filtration de l'humeur aqueuſe doit ſe faire avec plus d'abondance, mais à proportion de l'extenſion de la Cornée, qui s'étendroit avec facilité, s'il n'y avoit un obſtacle à vaincre. L'état de la Cornée des Fœtus & des Enfans nouveau-nés n'eſt pas un ſimple affaiſſement, car outre les Fibres froncées qui peuvent s'étendre avec facilité, il y en a qui ne ſont point froncées, (ce que l'on peut reconnoître avec facilité, en examinant ces Cornées): il faut donc plus de force afin que ces Fibres s'allongent & s'étendent par l'impulſion de l'humeur aqueuſe; & ſuivant la quantité & la force de ces Fibres, il faut plus ou moins de tems pour les étendre, ce qui eſt cauſe qu'il faut plus ou moins de tems pour que la Cornée puiſſe devenir convexe & tranſparente, & être en état de laiſſer paſſer les rayons de lumiere pour ſe réunir ſur la Rétine.

Je ne me ſuis pas contenté de faire ces recherches ſur les Enfans nouveau-nés, je les ai fait ſur les nouveau-nés des animaux à quatre pieds. Je ſavois déja qu'il y a de ces animaux dont les nouveau-nés ſont huit à neuf jours ſans ouvrir les paupieres; tels ſont le Chien, le Chat,

Chat, le Lapin, & d'autres : leurs paupieres ſont très collées l'une contre l'autre.

Le Chien nouveau-né a la Cornée trouble; le Chat & le Lapin l'ont tranſparente; & tous de la même épaiſſeur que dans les adultes de même eſpece. Ils ont peu ou point d'humeur aqueuſe; l'humeur vitrée eſt tranſparente; mais le Criſtallin eſt opaque dans ces animaux morts, plus dans le Chien que dans les autres, & toûjours dans le milieu. Cette opacité occupe le plus ſouvent les deux tiers du Criſtallin, & laiſſe la circonférence tranſparente.

Comme il ne m'étoit pas facile d'avoir des nouveau-nés de Vaches, de Brebis & de Truyes, je me ſuis d'abord contenté de diſſéquer des Fœtus de ces animaux.

L'Agneau fœtus a la Cornée un peu louche; le Veau & le Cochon fœtus l'ont tranſparente, épaiſſe dans tous de demi-ligne; le Mouton & le Cochon l'ont de même épaiſſeur : mais le Bœuf l'a de deux tiers de ligne; l'humeur vitrée eſt tranſparente, le Criſtallin opaque plus dans le Veau que dans l'Agneau; celui du Cochon n'a qu'une opacité très-légere, j'en ai trouvé qui n'en avoient point du tout. Ils étoient tous d'une grande molleſſe, & qui convenoit à la délicateſſe de ces animaux. La Prunelle dans tous s'eſt trouvée fort dilatée, principalement dans les Chats nouveau-nés, dans leſquels on voyoit très-peu d'Uvée.

Je m'imaginois que le défaut de la vûe, qui dans l'Enfant nouveau-né eſt cauſé en partie par l'épaiſſeur de la Cornée, étoit en partie cauſée par l'opacité du Criſtallin dans les animaux à quatre pieds; & ce qui me donnoit encore

re lieu de le croire, c'eſt que les nouveau-nés des Chiens, des Chats & des Lapins ſont huit à neuf jours ſans ouvrir les paupieres, pour donner le tems à cette opacité (ainſi que je le croyois) de ſe diſſiper, & à la Rétine d'acquérir une conſiſtance capable de pouvoir ſoûtenir l'impreſſion des rayons de la lumiere.

Je ſavois, pour l'avoir ouï dire, que les Veaux, les Agneaux & les Cochons ouvrent les paupieres auſſi tôt qu'ils ſont nés, mais je n'en avois jamais vû de naiſſant. Je m'imaginois qu'ils pouvoient avoir le Criſtallin opaque les premiers jours de leur naiſſance. Ce qui me déterminoit à avoir cette penſée, c'eſt que j'ai, il y a quelques années, diſſéqué une Tête de Veau, dont les Criſtallins étoient opaques. Cela m'engagea de viſiter les Boucheries, pour voir ſi je n'y trouverois pas de pareilles Têtes. J'en trouvai d'abord une qui n'avoit qu'un de ces Yeux dont le Criſtallin étoit très opaque; ce Veau étoit de ſix ſemaines de naiſſance. J'en ai trouvé quelques autres dont les deux Criſtallins étoient moins opaques, quoiqu'ils n'euſſent qu'un mois de naiſſance. Ces Criſtallins avoient la même conſiſtance que ceux qui n'étoient point opaques, ce que j'ai obſervé très-aiſément, en les comparant avec des Criſtallins de Veau qui n'étoient point opaques.

J'ai voulu m'éclaircir davantage ſur cette matiere. Je fus un jour à la Place aux Veaux pour y examiner les Yeux de tous les Veaux qui ſeroient expoſés en vente, & voir ſi je n'en trouverois point quelques-uns avec des Yeux opaques, & pour parler le langage de quelques Oculiſtes, s'ils n'auroient pas les Yeux *glaucomatiques*. C'étoit

toit quelque chose de curieux, que l'admiration où étoient les Marchands de me voir retourner plus de deux cens Têtes de leurs Veaux, & regarder leurs Yeux J'eus beau chercher, je ne trouvai aucun Veau glaucomatique; je n'avois garde d'en trouver, comme on le va voir. Je ne savois pour-lors que m'imaginer. Il me vint là-dessus plusieurs idées, mais pas une ne me satisfaisoit. Pendant que j'étois dans cet embarras, le hazard me tira d'intrigue.

Je dîséquois au mois de Janvier 1725 des Yeux de Fœtus de Vache, dont les Cristallins étoient opaques; j'en mis un dans ma main pour en prendre plus commodément les dimensions avec mon compas; l'opacité du Cristallin disparut dans un instant.

Il faut bien peu de chose à un Physicien pour lui fournir de nouvelles idées. Je m'imaginai que la chaleur de ma main pouvoit avoir produit cet effet. Pour m'en éclaircir, je mis ce Cristallin sur mon bureau, dans un endroit éloigné du feu; il reprit en peu de tems son opacité: je l'approchai du feu, il devint transparent dans le moment, & reprit toûjours sa transparence, & son opacité, en l'échauffant, & le laissant refroidir. Cela me fit croire que dans les animaux nouveau-nés le Cristallin ne devoit point paroître opaque pendant qu'ils sont vivans. Je ne fus pas long-tems à me confirmer dans cette pensée. L'on m'apporta des Chats nouveau-nés vivans, je leur ouvris les paupieres, je trouvai leurs Yeux un peu ternes, mais sans opacité, la Prunelle étoit noire, il n'y paroissoit rien de blanc. Je les laissai mourir, & après qu'ils furent refroidis, je leur trouvai la Prunelle opaque & blanche. Je les

approchai du feu, l'opacité & la blancheur disparurent : mais les ayant retiré du feu, l'opacité revint en très-peu de tems. Je disséquai les Yeux, & je trouvai le Cristallin opaque, il devint transparent à la moindre chaleur. Après cela on ne doit pas s'attendre de les trouver opaques pendant l'Eté, la chaleur qu'il fait doit les entretenir dans leur transparence ; j'ai pourtant voulu m'en assûrer. J'ai disséqué des Yeux de Chats nouveau-nés au mois de Juillet, je n'ai point trouvé d'opacité dans leurs Cristallins.

J'ai mis des Chiens nouveau-nés & morts dans un lieu frais, & leur ayant coupé les paupieres, j'ai trouvé les Cristallins opaques, & qui retirés de ce lieu frais, sont devenus transparens en trois ou quatre minutes. J'ai vû la même chose dans les Chats & dans les Lapins nouveau-nés.

Il ne s'agissoit plus que d'examiner toutes ces choses dans les Veaux, les Agneaux & les Cochons nouveau nés, ce que j'ai fait à la campagne au mois d'Avril 1726. Ils ouvrent les Yeux aussi-tôt qu'ils sont nés ; on n'y remarque aucune opacité : mais en les comparant avec d'autres Veaux nés depuis quelque tems, je remarquai que les nouveau-nés avoient les Yeux moins brillans, & la Cornée moins convexe. J'ai vû la même chose dans les Agneaux & les Cochons.

On doit remarquer que les Poulets qui sortent de la coque, n'ont point les paupieres fermées ; ils suivent leur mere aussi-tôt qu'ils sont sortis, & ils voyent leur manger.

Il n'en est pas de même des Serins, & apparemment des Moineaux, & de beaucoup d'autres oiseaux, dont les paupieres sont fermées pendant cinq, six jours, jusqu'à neuf. Il faudra

exa-

examiner si leur Cristallin est opaque après leur mort, & s'il devient transparent étant exposé à la chaleur.

J'ai examiné les Yeux d'un Veau vivant, douze heures après sa naissance. Il les avoit assés brillans, le fond de la Prunelle sans blancheur, & sans opacité; mais étant comparés avec les Yeux d'un Veau d'un mois, celui-ci les avoit encore plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à ce Veau naissant; lorsqu'elle a été froide, j'ai trouvé le fond de la Prunelle blanc & opaque. J'ai tiré les Cristallins, ils avoient la même opacité que ceux des Fœtus de même espece: j'ai trouvé dans chacun de ces Yeux, neuf grains & demi d'humeur aqueuse; les Veaux d'un mois & demi en ont vingt à vingt-un grains.

L'on m'a apporté un Agneau vivant, dix heures après sa naissance. Il avoit, comme le Veau, les Yeux assés brillans, le fond de la Prunelle étoit noir sans opacité; mais étant comparés avec des Agneaux de deux, de trois & de quatre mois, ceux-ci les avoient plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à cet Agneau naissant; & lorsqu'elle a été refroidie, le fond de la Prunelle a paru noir sans opacité, comme il étoit avant sa mort. J'ai disséqué ces Yeux; les Cristallins étoient très transparens, & n'étoient point devenus opaques comme ceux du Veau. Je n'ai trouvé dans chacun de ces Yeux que cinq grains d'humeur aqueuse; le Mouton en a dix-huit à vingt grains.

L'on ne peut s'assûrer précisément si ces animaux nouveau-nés distinguent les objets,

ils n'en donnent aucun ſigne; je leur ai paſſé un morceau de bois fort près des Yeux, ils n'ont fait aucun mouvement des paupieres. Mais s'il eſt permis de raiſonner conſéquemment, cela doit ſe faire par la même néceſſité dans ces animaux que dans les enfans nouveaunés; ils doivent avoir les mêmes défauts de vûe, puiſqu'ils ont la même diſpoſition dans les Yeux; ils ont de même que ces enfans moins d'humeur aqueuſe, la Cornée moins convexe, & plus épaiſſe à proportion que les animaux de même eſpece plus âgés.

Mais une choſe qui me paroit très importante, c'eſt que la Cornée ne peut être moins convexe & plus épaiſſe, qu'elle ne ſoit froncée, comme je l'ai vû dans les enfans nouveau-nés; & quoique dans les nouveau-nés des animaux à quatre pieds, la Cornée paroiſſe tranſparente, on s'apperçoit pourtant bien, comme je l'ai dit, qu'elle a un peu moins de brillant les premiers jours de leur naiſſance, ce qui dépend certainement du froncis qui ſe trouve dans ſes fibres. Ce froncis ne peut ſe faire qu'il ne ſe forme ſur la ſuperficie de la Cornée, des inégalités qui produiſent des élevations & des enfoncemens, qui tout imperceptibles qu'ils ſont, ne laiſſent pas d'être réels dans ces animaux auſſi-bien que dans les enfans nouveau-nés. Pour peu que l'on connoiſſe l'effet des refractions, on conçoit parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la viſion; car ſuivant que les rayons tomberont dans les enfoncemens, & ſur les différens endroits de ces éminences, ils ſeront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté, les autres de l'autre, ils ſe con-

confondront les uns avec les autres, & ne formeront aucune perception, ils produiront seulement un sentiment de lumiere sans aucune distinction d'objet. Ce froncis a été bien connu de Galien, Liv. X, chap. 5. *de usu partium*, où il dit que les Vieillards n'ont pas la vûe si bonne, par la corrugation ou froncis de la Cornée produite par le peu d'humeur aqueuse, qu'il appelle *humor tenuis & spiritus*.

Il est facile de voir, par tout ce que je viens de dire, que le froncis de la Cornée & son épaisseur occasionnée par son peu de tension, qui ne peut se faire que par la quantité suffisante d'humeur aqueuse, sont la cause du défaut de vision dans ces animaux. Les rayons qui ne sont point réunis, & en trop petite quantité, ne peuvent agir que légerement sur la Rétine, & ne peuvent faire aucune perception des objets. Je vais joindre à tout ce raisonnement une observation qui y a un grand rapport.

Un Gentilhomme de Province vint me consulter sur un accident qui étoit arrivé à son œil droit. Il voyoit la lumiere avec cet œil; mais il ne pouvoit bien discerner les objets. Il ne paroissoit d'abord aucun défaut à l'extérieur: on lui avoit dit que c'étoit un commencement de Goutte sereine. Après avoir bien considéré cet œil, en le comparant à l'autre, je m'apperçus qu'il avoit un peu moins de brillant, & que la Cornée paroissoit moins convexe; je ne doutai nullement que cet accident ne fût causé par l'affaissement & le froncis de la Cornée, occasionné par la diminution de l'humeur aqueuse. Cela pouvoit être produit par l'obstruction d'une partie des canaux qui fournissent cette hu-

meur, joint à la trop grande contraction des fibres de la Cornée. Je lui donnai d'une eau dans laquelle il y avoit du nitre dissous, très-capable de délayer les matieres qui pouvoient former l'obstruction, & relâcher en même tems la tension des fibres de la Cornée. Il s'est servi de cette eau, & vint chés moi quelque tems après, voyant les objets aussi distinctement de cet œil que de l'autre; je le trouvai aussi brillant, & sa Coruée aussi convexe: ce qui prouve 1°. que cet accident n'étoit produit que par le froncis de la Cornée: 2°. que ce froncis retranche une partie des rayons de lumiere qui passeroient sans cela à travers la Cornée: 3°. qu'il trouble les refractions d'une partie de ceux qui y passent: 4°. que ceux qui y passent sans être troublés, ne peuvent se réunir sur la Retine à cause de l'applatissement de la Cornée, & ne peuvent faire une perception de l'objet: enfin, que ces rayons sont en trop petite quantité pour y exciter un mouvement capable de produire cette perception, quoiqu'elle soit suffisante pour y exciter un sentiment de lumiere.

Mais ce qui étoit un accident dans ce Gentilhomme, devient une nécessité naturelle dans les enfans, & les animaux à quatre pieds nouveau-nés, qui ne peuvent appercevoir les objets en naissant, & quelque tems après qu'ils sont nés, à cause du froncis, de l'épaisseur, & de l'applatissement de leur Cornée, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuse. Ce que j'avois à prouver.

ME-

MÉTHODE

Pour ſommer une infinité de Suites nouvelles, dont on ne peut trouver les Sommes par les Méthodes connues.

Par M. NICOLE. *

ON s'eſt ſervi juſqu'à préſent de pluſieurs Méthodes pour trouver les Sommes des Suites finies ou infinies, exprimées par des grandeurs entieres ou par des fractions. Les unes ſont générales : telles ſont celles du calcul des Différences finies que j'ai données, & qui ſe trouvent imprimées dans les Mémoires des années 1717, 1723, & 1724 : & les autres particulieres ; celles-là demandent un procédé particulier pour chaque nature de Suite. Mais toutes ces Méthodes exigent que tous les termes des Suites que l'on veut ſommer, ſoient de même genre, c'eſt-à-dire, qu'ils ſoient le produit d'un égal nombre de multiplicateurs ou facteurs. Aucune, que je ſache, ne peut ſervir à faire trouver la ſomme des Suites, dont tous les termes ont différens nombres de facteurs croiſſans ſelon une loi quelconque. La Méthode que je donne dans ce Mémoire, ſatisfait à ce cas, qui eſt ſi général, que preſque toutes

* 25 Juin 1727.

tes les Suites des autres cas s'y trouvent renfermées.

PREMIERE PARTIE.

Soit une fraction $\frac{1}{a-b}$, dont le numérateur soit l'unité, & le dénominateur soit la différence de deux grandeurs a & b. Cette fraction $\frac{1}{a-b}$, qui n'a qu'une seul terme, pourra se transformer en 2. 3. 4. 5.... &c. & même en une infinité de fractions, dont la somme sera toujours égale à la premiere fraction.

DEMONSTRATION.

La fraction proposée $\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a-b}}$

$$= \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b-c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a-c}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b-c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} + \frac{b.\overline{b-c}.\overline{b-d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b-c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} + \frac{b.\overline{b-c}.\overline{b-d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b-c}.\overline{b-d}.\overline{b-e}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a-c}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b-c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} + \frac{b.\overline{b-c}.\overline{b-d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}}$$

+,

$$+\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}}$$

$$+\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a-b}}$$

. Toutes ces différentes expreſſions, compoſées de deux termes, ou de trois, ou de quatre, ou &c. de termes, ſont toutes égales à la même grandeur $\frac{1}{a-b}$; ce qui ſe voit en mettant à même dénomination ces différentes expreſſions; elles ſe réduiront toutes à la même grandeur $\frac{1}{a-b}$.

REMARQUE.

Si l'on examine la nature de cette Suite, on verra 1°. que chaque terme a un facteur de plus au dénominateur, qu'il n'en a à ſon numérateur: 2°. que le numérateur & le dénominateur d'un terme quelconque ont un facteur de plus qu'ils n'en ont dans le terme qui le précéde: 3°. que le nombre de facteurs qu'a le numérateur de tel nombre qu'on voudra, eſt toûjours égal au nombre de termes qui le précédent: 4° que tous ces facteurs ſont formés par les grandeurs données a & b, auxquelles on ajoûte ſucceſſivement les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g.\ b\ldots$ &c. leſquelles ſont indéterminées, & croiſſent ſelon tel rapport qu'on voudra: 5°. enfin, que le dernier terme de cette Suite a pour dernier facteur de ſon

ſon dénominateur, au lieu de la grandeur a augmentée, la différence des deux grandeurs données a & b.

COROLLAIRE I

Il ſuit de ce que l'on vient de dire, que ſi l'on retranche ce dernier terme de la fraction $\frac{1}{a-b}$, on aura la ſomme de tous les termes qui le précédent. On aura donc $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$

$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$

$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}}$, c'eſt-à-dire, que la ſomme de tant de termes qu'on voudra de cette Suite, ſera égale à la fraction $\frac{1}{a-b}$ moins une fraction, dont le numérateur & le dénominateur contiendront autant de facteurs $b.\ b+c.\ b+d.\ b+e\ldots$ &c. & $a.\ a+c.a+d.a+e\ldots$ &c. que la Suite dont on veut avoir la ſomme contient de termes, en obſervant que le dénominateur de cette fraction ſoit multiplié par $a-b$.

COROLLAIRE II.

Comme le même raiſonnement aura toûjours

jours lieu, quel que soit le nombre de termes que l'on veut sommer; il est évident que lorsque ce nombre de termes sera infini, la Suite composée d'une infinité de termes, sera alors égale à la seule fraction $\frac{1}{a-b}$; car a étant plus grand que b, le terme $\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\ldots.\&c.}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\ldots.\&c.\times\overline{a-b}}$ qui dans tous les autres cas doit être retranché de cette fraction, devient dans le cas présent infiniment petit, son dénominateur étant alors infiniment grand par rapport à son numérateur, quoique ce numérateur soit lui-même infini.

COROLLAIRE III.

Si l'on suppose les quantités $b.\ c.\ d.\ e.\ f.\ldots$ &c. $=o$, on aura $\frac{1}{a-b}-\frac{b^5}{a^5\times\overline{a-b}}=\frac{1}{a}+\frac{b}{a^2}+\frac{b^2}{a^3}+\frac{b^3}{a^4}\ \frac{b^4}{a^5}$; la Suite sera alors géométrique, & la somme de tant de termes que l'on voudra, sera égale à la fraction $\frac{1}{a-b}$ moins une autre fraction, dont le numérateur est la quantité b élevée à une dimension égale au nombre des termes de la Suite, & le dénominateur est la grandeur a élevée à la même dimension, laquelle est multipliée par $a-b$.

Si

Si les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f\ldots$ &c. ſont toutes égales à c, on aura $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}^{4}}{a.\overline{a+c}^{4}.a-b} = \frac{1}{a}$

$+\frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}^{2}} + \frac{b.\overline{b+c}^{2}}{a.\overline{a+c}^{3}} + \frac{b.\overline{b+c}^{3}}{a.\overline{a+c}^{4}}$;

la Suite ſera encore géométrique. Si ces deux Suites géométriques ont chacune une infinité de termes, leur ſomme ſera $\frac{1}{a-b}$, parce qu'alors $\frac{b^{\infty}}{a^{\infty}\times a-b}$ & $\frac{b.\overline{b+c}^{\infty}}{a.\overline{a+c}^{\infty}.\overline{a-b}}$ ſeront infiniment petites.

COROLLAIRE IV.

Si l'on ſuppoſe b plus grand que a, il eſt clair que la fraction $\frac{1}{a-b}$ deviendra négative, que les facteurs des numérateurs de la Suite ſeront plus grands que les facteurs correſpondans des dénominateurs, & que la formule

$\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}.\ldots.\text{&c.}}{a.\overline{a+c}\ldots\text{&c.}\times a-b} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}}$

$+\frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$

$+\frac{b.\overline{b+c}\,\overline{b+d}\,\overline{b+e}}{a.\overline{a+e}.\overline{a+d}.\overline{a+c}.\overline{a+f}} + \text{&c. de-}$

vien-

viendra (en nommant n la différence de b à a)

$$\frac{b\ \overline{b+c}\ \ldots\ \&c.}{n\times a.\ \overline{a+c}\ \ldots\ \&c.} - \frac{1}{n};$$ d'où l'on voit

que dans ce cas, pour avoir la somme de tant de termes que l'on voudra de cette Suite, il faut retrancher $\frac{1}{n}$ de la fraction

$$\frac{b.\ \overline{b+c.}\ \overline{b+d}\ \ldots\ \&c.}{n.\ a.\ \overline{a+c.}\ \overline{a+d}\ \ldots\ \&c.},$$ dont le numérateur & le dénominateur contiennent autant de facteurs que la Suite que l'on veut sommer contient de termes. D'où l'on voit encore, que lorsque le nombre des termes de la Suite sera infini, cette somme sera exprimée par le seul terme $\frac{b.\ \overline{b+c.}\ \overline{b+d}\ldots\ \&c.\ldots\infty}{n.\ a.\ \overline{a+c.}\ \overline{a+d}\ldots\ \&c.\ldots\infty}$

qui sera alors infini, le numérateur étant infiniment grand par rapport au dénominateur : toutes les Suites qui peuvent se rapporter à cette formule sont donc infinies.

Application à la recherche des sommes des Suites.

Lorsque les Suites que l'on se propose de sommer, auront les conditions de la remarque, on les comparera à la Suite de la formule générale, & l'on tirera de cette comparaison les valeurs des grandeurs $a.b.c.d.e.f.$... &c. lesquelles valeurs étant substituées dans l'expression générale de la somme de ces Suites, on aura la somme de tel nombre de termes

mes de la Suite propoſée que l'on voudra, & auſſi la ſomme entiere de cette Suite continuée à l'infini.

EXEMPLE I.

Soit la Suite $\frac{1}{3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2.4}{3.5.7} + \frac{2.4.6}{3.5.7.9} + \frac{2.4.6.8}{3.5.7.9.11} + \frac{2.4.6.8.10}{3.5.7.9.11.13} +$ &c. dont on demande la ſomme, de tel nombre de termes que l'on voudra. En comparant cette Suite à celle de la formule générale, qui eſt $\frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+f}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+f}.\overline{a+g}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+f}.\overline{b+g}}{a.\overline{a+c}.\ldots.\overline{a+b}}$, dont la ſomme des ſix premiers termes eſt $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}.\overline{b+g}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a+g}.\overline{a-b}}$, & la ſomme entiere juſqu'à l'infini eſt $\frac{1}{a-b}$ on trouvera $a=3$. $b=2$. $c=2$. $d=4$. $e=6$. $f=8$. $g=10$.... &c. leſquelles valeurs étant ſubſtituées dans la formule de la ſomme, on aura $\frac{1}{3-2} - \frac{2.4}{3.5.\overline{3-2}} = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$ pour la ſom-

somme des deux premiers termes, $\frac{1}{3-2} - \frac{2.4.6.8.10.12}{3.5.7.9.11.13.3-2} = 1 - \frac{10224}{30031} = \frac{19807}{30031}$ pour la somme des six premiers termes, & $\frac{1}{3-2} = 1$ pour la somme entiere jusqu'à l'infini, ce qui donne $\frac{8}{15}$ pour la somme depuis le troisieme terme inclusivement jusqu'à l'infini, & $\frac{10224}{30031}$ pour la somme depuis le septieme terme inclusivement jusqu'à l'infini.

EXEMPLE II.

Soit la Suite $\frac{1}{1} + \frac{3}{5.9} + \frac{3.7}{5.9.13} + \frac{3.7.11}{5.9.13.17} + \frac{3.7.11.15}{5.9.13.17.21} +$ &c. dont on demande la somme, de tant de termes que l'on voudra. En comparant cette suite à celle de la formule générale, on aura $a = 5$ $b = 3$ $c = 4$. $d = 8$ $e = 12$. $f = 16$. &c. Ce qui donnera $\frac{1}{5-3} - \frac{3.7.11.15.19}{5.9.13.17.21.2} = \frac{1}{2} - \frac{209}{1326}$ pour les cinq premiers termes, $\frac{1}{2}$ pour la somme entiere de la Suite poussée à l'infini, & $\frac{209}{1326}$ pour la somme depuis le sixieme terme jusqu'a l'infini.

EXEMPLE III.

Si l'on suppose les grandeurs $c.d.e.f.g...$ &c. exprimer la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5... &c. que de plus b soit 1, & que la grandeur a soit successivement 2. 3. 4.

5.

5.6... &c. on aura en substituant ces valeurs dans la Suite générale, les différentes Suites particulieres, lorsque

$a = 2 \ldots \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1.2}{2.3.4} + \frac{1.2.3}{2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4}{2.3.4.5.6} + \&c.$

$a = 3 \ldots \frac{1}{3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1.2}{3.4.5} + \frac{1.2.3}{3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4}{3.4.5.6.7} + \&c.$

$a = 4 \ldots \frac{1}{4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1.2}{4.5.6} + \frac{1.2.3}{4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4}{4.5.6.7.8} + \&c.$

$a = 5 \ldots \frac{1}{5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1.2}{5.6.7} + \frac{1.2.3}{5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4}{5.6.7.8.9} + \&c.$

qui se réduisent, en divisant par les facteurs communs, à

$\frac{1}{2} \times \frac{1.2}{1.2} + \frac{1.2}{2.3} + \frac{1.2}{3.4} + \frac{1.2}{4.5} + \frac{1.2}{5.6} + \frac{1.2}{6.7} + \&c. = \frac{1}{2-1}.$

$\frac{1}{3} \times \frac{1.2.3}{1.2.3} + \frac{1.2.3}{2.3.4} + \frac{1.2.3}{3.4.5} + \frac{1.2.3}{4.5.6} + \frac{1.2.3}{5.6.7} + \frac{1.2.3}{6.7.8} + \&c. = \frac{1}{3-1}.$

$\frac{1}{4} \times \frac{1.2.3.4}{1.2.3.4} + \frac{1.2.3.4}{2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4}{3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4}{4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4}{5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4}{6.7.8.9} + \&c. = \frac{1}{4-1}.$

$\frac{1}{5} \times \frac{1.2.3.4.5}{1.2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4.5}{2.3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4.5}{3.4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4.5}{4.5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4.5}{5.6.7.8.9} + \frac{1.2.3.4.5}{6.7.8.9.10} + \&c. \frac{1}{5-1}.$

Qui sont toutes les Suites fractionaires qui peuvent être formées par les nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Paschal.

Ex-

EXEMPLE IV.

Si l'on ſuppoſe les grandeurs *c. d. e. f. g. b...* &c. exprimer la Suite de tels nombres figurés que l'on voudra, non ſeulement du Triangle arithmétique de M. Paſchal, mais de tout autre Triangle arithmétique, les grandeurs *a* & *b* demeurant conſtantes, on aura une infinité de Suites fractionaires nouvelles; leſquelles continuées à l'infini, auront des ſommes toutes égales entre elles, puiſque chacune ſera égale à la quantité $\frac{1}{a-b}$; les ſommes de ces Suites peuvent même être égales entre elles, ſans que *a* & *b* demeurent conſtantes, il ſuffit que la différence de ces deux grandeurs ſoit toûjours la même. Enfin chaque variation des grandeurs *a* & *b* fournira une infinité de Suites toutes ſemblables, non ſeulement pouſſées juſqu'à l'infini, mais pour tel nombre de termes que l'on voudra, en obſervant ce qui a été dit dans le Corollaire I. Soit ſuppoſé par exemple, que *c. d. e. f. g. b...* &c. ſoient les nombres 1. 4. 10. 20. 35. 56... &c. qui ſont les nombres pyramidaux, leſquels s'expriment par $\frac{1.2.3}{1.2.3}+\frac{2.3.4}{1.2.3}+\frac{3.4.5}{1.2.3}+\frac{4.5.6}{1.2.3}+\frac{5.6.7}{1.2.3}$, &c. en ſubſtituant ces valeurs dans la formule générale, on aura $\frac{1}{a}+\frac{b}{aa+ab}+$

$$+\frac{b.\overline{b+1}}{a.\overline{a+1.a+4}}+\frac{b.\overline{b+1.b-4}}{a.\overline{a+1.a+4.a+10}}$$

$$+\frac{b.\overline{b+1.b+4.b+10}}{a.\overline{a+1.a+4.a+10.a+20}}$$, dont la somme des six premiers termes sera $\frac{1}{a-b}-$

$$\frac{b.\overline{b+1.b+4.b+10.b+20.b+35}}{a.\overline{a+1.a+4.a+10.a+20.a+35.a-b}}$$, & celle depuis le septieme inclusivement jusqu'à l'infini sera

$$\frac{\overline{b+1.b+4.b+10.b+20.b+35}}{a.\overline{a+1.a+4.a+10.a+20.a+35.a-b}}$$,

quelles que soient les valeurs de a & b.

EXEMPLE V.

Soit la Suite $\frac{1}{3}+\frac{8}{3.5}+\frac{8.10}{3.5.7}+\frac{8.10.12}{3.5.7.9}+\frac{8.10.12.14}{3.5.7.9.11}+\frac{8.10.12.14.16}{3.5.7.9.11.13}+$ &c. dont on demande la somme, de tel nombre de termes fini que l'on voudra. En comparant cette Suite à la formule du Corollaire IV, parce que dans cet Exemple, b est plus grand que a, on aura $b=8$. $:=3$. $n=5$, & la somme des dix premiers termes sera $\frac{8.10.12.14.16.18.20.22.24.26}{5.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21}$

$$-\frac{1}{3}=\frac{2^{10}\times 4.5.6.7.8.9.10\ 11.12.13}{5\times 3.5.7.9.11.13.15.17.19.21}=\frac{1}{5}=\frac{2^{10}\times 4.6.8.10.12}{5\times 3.15.17.19.21}$$

$-\frac{1}{7}=\frac{2^{15}\times 2.3.4.5.6}{5\times 3.15.1.19.21}-\frac{1}{7}=\frac{2^{18}\times 1.2.3}{15\times 17.19.21}-\frac{1}{7}=$

$\frac{2^{19}}{15.17.19.7}-\frac{1}{7}$. Il en ſera de même d'un plus grand nombre de termes.

EXEMPLE VI.

Si l'on ſuppoſe les grandeurs *c. d. e. f. g...* &c. exprimées par la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. . . &c. que la grandeur *a* ſoit l'unité, & que la grandeur *b* ſoit ſucceſſivement 2. 3. 4. 5. 6... &c. en ſubſtituant ces valeurs dans la formule $\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\ldots\&c.}{n.a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\ldots\&c.}-\frac{1}{n}=\frac{1}{a}$

$+\frac{b}{a.\overline{a+c}}+\frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}}+\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$

$+\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}}+$ &c. on aura ces différentes Suites

$b=2\ldots\frac{1}{1}+\frac{2}{1.2}+\frac{2.3}{1.2.3}+\frac{2.3.4}{1.2.3.4}+\frac{2.3.4.5}{1.2.3.4.5}+$&c.

$b=3\ldots\frac{1}{1}+\frac{3}{1.2}+\frac{3.4}{1.2.3}+\frac{3.4.5}{1.2.3.4}+\frac{3.4.5.6}{1.2.3.4.5}+$ &c

$b=4\ldots\frac{1}{1}+\frac{4}{1.2}+\frac{4.5}{1.2.3}+\frac{4.5.6}{1.2.3.4}+\frac{4.5.6.7}{1.2.3.4.5}+$ &c.

$b=5\ldots\frac{1}{1}+\frac{5}{1.2}+\frac{5.6}{1.2.3}+\frac{5.6.7}{1.2.3.4}+\frac{5.6.7.8}{1.2.3.4.5}+$ &c.

Ces Suites ſe réduiſent, en effaçant les facteurs qui ſe détruiſent, à

$b=2\ldots 1+1+1+1+1+1+1$ &c. $=7-1$.

$b=3\ldots \frac{1}{2}\times 2+3+4+5+6+7+$ &c. $=\frac{28-1}{2}$.

$b=4\ldots \frac{1}{3}\times \frac{2.3}{1.2}+\frac{3.4}{1.2}+\frac{4.5}{1.2}+\frac{5.6}{1.2}+\frac{6.7}{1.2}+\frac{7.8}{1.2}$

$+$ &c. $=\frac{84-1}{3}$.

ou $\frac{1}{3}\times 3+6+10+15+21+28$.

$b=5\ldots \frac{1}{4}\times \frac{2.3.4}{1.2.3}+\frac{3.4.5}{1.2.3}+\frac{4.5.6}{1.2.3}+\frac{5.6.7}{1.2.3}+\frac{6.7.8}{1.2.3}$

$+\frac{7.8.9}{1.2.3}+$ &c. $=\frac{210-1}{4}$.

ou $\frac{1}{4}\times 4+10+20+35+56+84+$ &c.
Qui ſont toutes les Suites des nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Paſchal.

REMARQUE.

On voit que toutes les Suites, dont on peut avoir la ſomme par cette Méthode, doivent avoir tous leurs termes poſitifs; & que toutes celles dont les termes ſont alternativement poſitifs & négatifs, ne peuvent point être ſommées de cette maniere. Voici les changemens qu'il faut faire à cette Méthode, pour ſatisfaire à ce dernier cas.

SECONDE PARTIE.

Soit une fraction $\frac{1}{a+b}$, dont le numérateur ſoit l'unité, & le dénominateur ſoit la ſomme des deux grandeurs a & b. Cette fraction qui n'a qu'un ſeul terme, pourra ſe transfor-

former en 2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, & même en une infinité de fractions, lesquelles seront toutes égales à la premiere fraction $\frac{1}{a+b}$; & ces fractions seront telles, qu'elles seront alternativement positives & négatives.

DEMONSTRATION.

La fraction proposée $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+b}}$

$= \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-c}}$

$+ \frac{b.\overline{b-c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b-d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$

$- \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}}$

$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}.\overline{a+b}}$ — &c. Toutes ces différentes expressions composées de 2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, sont toutes égales à la fraction $\frac{1}{a+b}$, ce qui se voit en les mettant à même dénomination, elles se réduiront toutes à la fraction $\frac{1}{a+b}$.

REMARQUE.

On voit que dans ce cas les facteurs des numé-

rateurs de cette Suite se forment par la quantité b, à laquelle on ajoûte successivement les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g\ldots$ &c. & que les facteurs des dénominateurs se forment par la grandeur a, diminuée successivement des mêmes grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g\ldots$ &c.

Si donc on vouloit que les facteurs des dénominateurs fussent croissans, ce qui arrive dans presque toutes les Suites, ce changement influera sur les numérateurs, & l'on trouvera ces nouvelles expressions.

La fraction $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$

$$- \frac{b}{a.\overline{a+c}} - \frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+c}}$$

$$- \frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} - \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$$

$$- \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{-b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} - \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$$

$$- \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}.\overline{-b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+b}}$$ Toutes ces différentes expressions sont égales, ce qui se voit en les mettant à même dénomination.

COROLLAIRE.

Il suit de ce que l'on vient de dire, que par la premiere formule on aura les quatre premiers termes de cette Suite $\frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+}}$

$$+\frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}}-\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}}=\frac{1}{a+b}$$

$$-\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}.\overline{a+b}}$$, & par la seconde formule on aura les quatre premiers termes de cette Suite $\frac{1}{a}-\frac{b}{a.\overline{a+c}}-\frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}}$

$$-\frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}=\frac{1}{a+b}$$

$$+\frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}.\overline{-b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+b}}$$. Or comme ce même raisonnement aura toûjours lieu, il s'ensuit que l'on aura toûjours la somme d'un nombre de termes quelconques de ces deux Suites. Cette somme sera toûjours pour la premiere Suite $\frac{1}{a-b}$, plus ou moins, une fraction composée tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la somme; en observant de plus, que le dénominateur de cette fraction ajoûtée ou retranchée soit multipliée par la quantité $a+b$. On voit que cette fraction doit être ajoûtée, lorsque l'on veut avoir la somme d'un nombre impair des termes de la Suite, & qu'elle doit être retranchée, lorsque l'on veut en avoir un nombre de termes pair; ce qui est évident, puisque cette premiere Suite a tous ses termes alternativement plus & moins.

On voit auſſi pour la ſeconde Suite, que la ſomme de tant de termes que l'on voudra, ſera toujours $\frac{1}{a+b}$, plus une fraction compoſée, tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la ſomme, & dont le dénominateur ſoit multiplié par $a+b$.

OBSERVATIONS

Sur la formation du CORAIL, *& des autres productions appellées* PLANTES PIERREUSES.

Par M. DE REAUMUR. *

LE Corail eſt mis par les Jouailliers dans la claſſe des Pierres précieuſes. Il n'en eſt pas moins Pierre, pour être produit d'une façon qui lui eſt particuliere. Les Botaniſtes le rangent dans la claſſe des Plantes, où on a plus de peine à le voir. La ſtructure organique néceſſaire pour leur accroiſſement, ces tuyaux contigus qui doivent croître en tout ſens malgré ceux qui les entourent, ne peuvent s'imaginer que mal-aiſément dans une Pierre ſi dure ; auſſi n'y a-t-il pas lieu de croire qu'ils y ſoient. Les yeux, aidés des meilleurs Microſcopes, ne découvrent dans la

* 30 Juillet 1727.

la matiere coralline rien qui ne puiſſe convenir à un corps formé par une ſimple appoſition. A la vérité, le ſavant M. de Marſigli a obſervé & décrit les Fleurs qui naiſſent ſur le Corail; mais malgré ces Fleurs obſervées avec beaucoup de ſagacité, on pourroit peut-être, en parlant exactement, & même en raiſonnant conformément aux obſervations de M. le Comte de Marſigli, retirer le Corail d'entre les Plantes.

Il a décrit, avec beaucoup plus de ſoin & d'exactitude que ceux qui en avoient parlé avant lui, l'écorce dont le Corail eſt revêtu dans la Mer. Cette écorce eſt d'une ſubſtance moins dure & moins compacte que la matiere coralline, elle eſt même plus molle dans la Mer que quand elle a été expoſée à l'air; & c'eſt peut-être ce qui a donné lieu aux contes des Anciens, qui ont aſſûré que le Corail ne s'endurciſſoit qu'après qu'il avoit été pêché. Cette écorce, ſelon les obſervations de M. de Marſigli *, eſt remplie & toute traverſée de petits Tuyaux ronds, qui ont tous à leur ſommet un trou qu'on ne peut appercevoir ſans Microſcope. Ils ſont pleins d'un ſuc glutineux, qui dans l'écorce fraîche eſt de couleur de lait, & qui enſuite ſe condenſe, & prend une couleur de ſafran tirant ſur le rouge. La ſurface intérieure de l'écorce eſt toute chagrinée par l'amas d'une infinité de glandules.

On détache aiſément cette écorce de deſſus le Corail récemment tiré de la Mer. La ſu-

* *Hiſt. de l'Academie de 1710. p. 91. & ſuiv.*

ſuperficie du Coraïl à qui on l'a enlevée, eſt toute ſillonnée de cannelures qui s'étendent depuis la baſe du Corail juſqu'aux extrémités de ſes branches. Il a dans ſa ſubſtance propre des cellules pleines d'un ſuc tout ſemblable à celui des tubules de l'écorce; mais elles ne ſont viſibles, & peut-être, ajoûte M. de Fontenelle en rendant compte des obſervations de M. de Marſigli, n'exiſtent-elles que dans la circonférence extérieure de la ſubſtance propre : tout le dedans paroît parfaitement ſolide & pierreux.

Tout cela enſemble, pour continuer à nous ſervir des termes de M. de Fontenelle, paroît prouver ſuffiſamment que toute la ſtructure organique du Corail, par rapport à la végétation, conſiſte dans ſon écorce, & dans la ſuperficie de la ſubſtance coralline; que l'écorce filtre un ſuc qui ſe répand entre elle & cette ſubſtance, en remplit les cellules & coule le long des canaux juſqu'aux extrémités des branches; & que ce ſuc s'étant pétrifié, tant dans les cellules qui environnent la ſubſtance coralline, que dans celles des extrémités des branches dont la ſubſtance n'eſt pas encore formée, fait croître la Plante tant en groſſeur qu'en hauteur.

Cette explication m'avoit paru ce qu'on peut imaginer de plus probable ſur l'accroiſſement du Coraïl; une obſervation que j'ai eu occaſion de faire, me ſemble la confirmer extrêmement, & lui ôter ſa principale difficulté. L'amour de feu S. A. R. Mgr. le Duc d'Orleans pour les Sciences, nous mettoit à portée de tout ce qui pouvoit contribuer

buer à leurs progrès. Nous avions souhaité avoir des Coraux, dont l'écorce n'eût point été détachée; en un mot, à peu près telle qu'est celle de ceux qui viennent d'être pêchés. M. Arnou, alors Intendant de Marseille, pour obéir aux ordres de Son Altesse Royale, en fit mettre dans des vases pleins d'eau de Mer, dans l'instant où il furent tirés des filets. Il poussa l'attention jusqu'à faire apporter ces vases par des hommes qui devoient revenir à pied de Marseille à Paris; aussi ces Coraux arriverent-ils conditionnés comme on le pouvoit desirer: ils étoient pour la plûpart recouverts de leurs écorces; partie pourtant de celle de quelques-uns avoit été détachée. Ayant changé de vases les Coraux, & leur eau, je trouvai les fragmens d'écorce dans le peu d'eau qui étoit restée au fond du premier vase; mais, outre les fragmens assés gros pour se faire distinguer, j'observai un sédiment plus pesant, & plus fin; c'étoit un sable très délié, une poudre rouge telle que du Corail pilé en donneroit. La finesse des grains ne permettoit gueres aux doigts de juger de leur dureté; mais mis sous la dent, il étoit aisé de reconnoître qu'ils étoient de nature pierreuse, un vrai sable.

L'écorce qui avoit été brisée & dissoute en partie, avoit donné ce sable. Qu'on ne soupçonne point qu'il avoit été emporté de la surface du Corail par des frottemens réitérés: j'ai détaché de l'écorce, je l'ai broyée dans l'eau, & elle a donné un sable pareil. Enfin si on met sous la dent un morceau d'écorce, elle semblera d'abord un corps mol; mais si

on la preſſe un peu plus, on ſentira bientôt qu'il y a dans cette ſubſtance molle une infinité de petits corps durs : la réſiſtance qu'on trouvera, ne ſera point de la nature de celle que peut faire un corps mol, ni même un corps plus dur que le bois ; des grains paroîtront fuir, s'échaper à la preſſion, & d'autres y réſiſteront.

L'écorce eſt beaucoup plus pâle que le Corail même ; c'eſt qu'il n'entre dans ſa compoſition qu'une partie de cette matiere d'un beau rouge dont le Corail eſt compoſé en entier. On peut diviſer ſon épaiſſeur en trois couches, qui méritent d'être conſidérées ſéparément. La premiere, celle de ſa ſurface extérieure, eſt une membrane d'une couleur blanchâtre, très mince, & qu'on peut comparer en quelque ſorte à celle qui revêt la ſurface intérieure des gouſſes des Pois ; ſi on laiſſe macerer l'écorce dans l'eau pendant quelque tems, cette premiere couche, cette membrane ſe ſépare d'elle-même du reſte, & même en morceaux aſſés grands. Au deſſous de cette membrane eſt la ſeconde couche, qui fait ſeule la plus grande partie de l'épaiſſeur totale. Il n'eſt pas aiſé de bien développer ſa ſtructure, mais le toucher ſeul apprend qu'elle eſt remplie de grains durs de nature pierreuſe, en un mot de ces grains rouges dont nous venons de parler. Il eſt aiſé de juger qu'ils y ſont en grand nombre, puiſque dès que cette ſeconde couche a été miſe à découvert, elle paroît auſſi rouge à peu près que le Corail même. Le Microſcope nous y fait découvrir des amas prodigieux de ces grains,

grains : il seroit à souhaiter qu'il nous fît aussi bien voir comment ils y sont contenus ; peut-être sont-ils renfermés dans des tuyaux : il y a là apparemment une méchanique qui échape à nos yeux.

Au dessous de la couche si remplie de notre petit sable rouge, on en distingue une troisieme qui est immédiatement appliquée sur le Corail ; celle-ci est composée de tuyaux ou fibres, souvent visibles à la vûe simple, puisqu'ils ont autant de diametre au moins que les cannelures sensibles qui sont sur la surface du Corail ; ils sont remplis de ce suc latieux, qui devient jaune en séchant. Les plus considérables suivent la longueur des branches, puisqu'ils sont logés dans les cannelures ; ils sont traversés par d'autres plus déliés, ce qui forme une espece de rézeau ou de tissu, dont les fils de la chaîne sont plus gros que ceux de la trême. Il y a aussi divers amas de suc laiteux ou jaune, qui forment des boules plus grosses que la tête d'une épingle.

Mais ce à quoi nous voulons nous arrêter, & dont il est très aisé de se convaincre, c'est que l'écorce du Corail dans son état naturel, est toute pénétrée d'un sable extrêmement fin, de couleur de Corail, & qu'on doit croire de même nature. Comment se forme ce sable dans l'écorce ? Je ne l'examine point ; il y est. Quoiqu'il ne soit pas démontré que la circulation des sucs se fasse précisément dans les Plantes comme dans les Animaux, & que même elle se fasse dans les Plantes marines différemment que dans les Plantes terres-

tres, toujours paroît-il sûr qu'il s'y fait une sorte de circulation.

Si les liqueurs charrient dans certains Animaux des quantités de graviers considérables, il n'y a rien de surprenant qu'il puisse s'en trouver de même dans les liqueurs de certaines Plantes, & sur-tout dans les liqueurs de celles qui, comme les Plantes marines, ont des odeurs animales.

L'existence d'un sable, tel que du Corail réduit en poudre, étant démontrée dans l'écorce du Corail, la formation du Corail n'est pas plus difficile à expliquer que celle des Pierres les plus communes. Des grains d'un sable grossier réunis forment des grès: des grains d'un sable rouge incomparablement plus déliés, formeront des Pierres rouges sans grains sensibles. L'eau qui passe au travers des voutes souterraines, quand elle est chargée d'un sable prodigieusement fin, & qu'elle le dépose au haut de ces voutes, y produit des Pierres cristallines: que le suc qui circule dans notre écorce, charrie du sable jusqu'à la surface interieure de cette écorce, qu'il l'y dépose, parce qu'il n'est plus aisé à cette liqueur de ramener le sable ou une partie du sable; ces grains de sable déposés sur le Corail déja fait, & réunis les uns aux autres, le revêtiront d'une nouvelle couche. Les grains déposés au bout des branches les feront croître en longueur, comme ceux qui sont déposés autour de leur circonférence les font croître en grosseur; sa premiere formation aura été semblable à un de ces degrés d'accroissement. C'est un dé-

détail qu'il eſt aiſé de ſuivre, & où il eſt inutile de s'arrêter.

Mais revenons encore à la comparaiſon des Plantes & des Animaux, & remarquons qu'il y a pluſieurs eſpeces de ces derniers qui ſont recouverts de pierres. Les Coquilles ſi variées par leurs figures & leurs couleurs, que ſont-elles autre choſe que des Pierres du genre de celles dont on fait de la Chaux ? Nous avons expliqué ailleurs leur formation * ; un ſuc pierreux eſt charrié à la ſurface du corps de l'Animal, il prend conſiſtance, il s'y raſſemble par couches, qui ajoûtées les unes aux autres, forment une couverture ſolide, qui défend des parties délicates. Le même ſuc pierreux, ou le ſable rouge dépoſé par couches au deſſous de cette Plante, qui n'a que l'épaiſſeur d'une écorce, lui forme la tige, le ſoûtien qui lui eſt néceſſaire : dans l'un & dans l'autre cas, dans celui de la formation des Coquilles, & dans celui de la formation du Corail, la matiere pierreuſe s'échape des vaiſſeaux, & n'eſt plus repriſe ni par les vaiſſeaux qui l'ont portée, ni par d'autres. En un mot, les Coquilles ſont des Pierres produites par des Animaux ; & les Coraux, des Pierres produites par des Plantes : mais les Coraux n'en ſont pas plus Plantes, comme les Coquilles ne ſont point Animaux. La production & l'accroiſſement des unes & des autres ne ſe fait pas par la méchanique qui fait l'accroiſſement des véritables parties des Animaux, & des véritables parties des Plantes.

Ce

* *Mem. de l'Académie 1709.*

Ce ſuc laiteux qui devient jaune, & même d'un jaune rougeâtre en ſéchant, pourroit bien être la matiere qui fournit les grains pierreux : peut-être que dans le milieu de l'écorce il ſe fait une ſécrétion des grains rouges qui ſe trouvent dans la liqueur ; que des tuyaux reçoivent cette poudre fine ; que contenant d'ailleurs quelque liqueur plus fluide que le ſuc jaune, ils portent tous les petits grains à la ſurface intérieure de l'écorce, où ils les dépoſent ; & que ces grains ainſi dépoſés ſucceſſivement, font croître le Corail. Mais il s'en faut bien que nous ne puiſſions prouver la réalité & la route de ces canaux, auſſi certainement qu'eſt prouvée l'exiſtence des petits grains rouges.

Bocconé, qui a parlé au long de l'écorce du Corail dans un petit Livre imprimé à Paris en 1671, ſous le Titre d'*Obſervations curieuſes ſur la nature du Corail*, dit qu'il croit devoir appeller cette écorce, *Fucus*, à cauſe de ſa couleur rouge, quoique les Anciens l'ayent nommé *Muſcus*. L'un & l'autre nom ſont propres à exprimer une Plante ; cette écorce en eſt une, & c'eſt probablement tout ce qu'il y a de végétal dans le Corail. Cette écorce, ou ce *fucus* reſſemble aux Plantes paraſites, qui pour croître ont beſoin d'être ſoûtenues ; mais il en différe par un endroit ſingulier : au lieu que les Plantes paraſites s'appuyent ſur des tiges étrangeres ; à meſure que celle-ci croît, elle ſe bâtit une tige pierreuſe ſi belle, qu'elle s'eſt preſque ſeule attirée de l'attention, & qu'elle a uſurpé le nom de la Plante à qui elle doit ſon origine. Quoi-

que

que le *fucus*, ou, si l'on veut, l'écorce, se forme ordinairement sa tige, elle se sert quelquefois d'une tige étrangere, mais alors elle la revêt de Corail. Dans le petit ouvrage cité ci-dessus, Bocconé décrit un morceau de Corail recouvert de son écorce, dont le centre étoit occupé par un morceau de bois long de plusieurs pouces. Le bois, dit-il, en occupoit le centre, à peu près comme la moëlle occupe celui des Plantes.

Le Corail ne semble donc, à exactement parler, qu'une Pierre branchue produite par une Plante, & n'en est pas pour cela plus Plante, que la Coquille d'un Animal est Animal. Après tout, on le peut nommer, si l'on veut, partie d'une Plante, comme on nommeroit une Coquille partie d'un Animal; nous ne voulons pas disputer de ces noms. Mais au moins sembloit-il que l'écorce dût rester en possession tranquille de l'état de Plante, depuis que M. le Comte de Marsigli lui avoit découvert des fleurs. Un nouveau système qui par sa singularité seule mériteroit d'être rapporté, & qui a été communiqué depuis peu à l'Académie, veut pourtant changer totalement la condition du Corail, celle de son écorce, & généralement celle de tout ce qu'on a appellé jusqu'ici *Plantes pierreuses*; il change de même celle de ces Plantes dures, mais flexibles, qui ont conservé le nom de *Lithophytons*, quoique moins ressemblantes à des Pierres qu'à de la Corne. On prétend établir dans le nouveau système, que toutes ces productions sont l'ouvrage de certains Insectes; qu'elles sont des especes de Coquilles,

les, ou des masses de Coquilles réunies. Les Fleurs que M. le Comte de Marsigli a crû avoir observées, sont métamorphosées en Insectes, qui produisent le Corail.

Tout extraordinaire que paroisse ce système, il n'est pourtant pas le pur ouvrage de l'imagination; celui qui l'a proposé a crû y être conduit par des observations répétées; nous allons les rapporter, afin qu'on juge si elles sont aussi convaincantes qu'elles lui ont paru.

1°. On a rangé autrefois parmi les Plantes divers Tuyaux, qui sont de véritables Coquilles, formées & habitées par des Vers. Cette considération seule suffit pour faire soupçonner qu'on pourroit bien donner encore au regne végétal des productions du regne animal. L'Orgue de Mer, appellée *Tubularia*, n'est qu'un amas de Tuyaux qui par leur couleur ressemblent beaucoup au Corail, & qui sont habités & formés par des Vers.

2°. Les Astroïtes, qui sont différentes especes de corps pierreux blancs, du genre des Madrepores, sont composées de quantité de Tuyaux paralleles les uns aux autres, & ressemblent par-là à l'Orgue de Mer, ou à la *Tubularia*. Il est vrai que chaque Tuyau est partagé par des cloisons qui suivent leur longueur, & dont le nombre & la disposition donnent à l'embouchûre du Tuyau, une figure qui a quelque air de celle d'une Etoile, & c'est de là que la Pierre a pris son nom. L'arrangement de ces embouchûres ou de ces Tuyaux se trouve différent dans différentes Pierres. Il y en a une espece où des files de

Tuyaux

Tuyaux forment des ondes à peu près semblables à celles de la surface exterieure du Cerveau, ou à celle que prend ce long Insecte de Mer nommé *Scolopendre*, & de-là a-t-on appellé cette Pierre *Scolopendrites*. Mais l'arrangement des Tuyaux n'empêche pas qu'ils n'ayent pû être faits par des Vers; leurs cloisons même ne détruisent point cette idée; on en observe d'à peu près pareilles dans la Coquille d'une espece de *Balanus*, qui est une de ces Coquilles qu'on a prises autrefois pour *Anatiferes*. Les Madrepores ordinaires ressemblent par la forme au Corail; mais on leur voit comme aux Astroïtes des trous, à la vérité moins proches les uns des autres, mais partagés de même par des cloisons. Si les premieres sont les ouvrages des Insectes, on doit avoir beaucoup de disposition à croire qu'ils ont aussi formé les autres. L'Auteur du nouveau système le pense ainsi; & ayant rangé tous les Madrepores dans une classe dont il détaille les especes, il met à la tête de cette classe la Coquille d'un *Balanus*. Enfin ce qu'on a dit des Madrepores, on pourra le dire des Pores, ou des productions pierreuses, qui ne différent des précédentes que parce que les trous qu'on y apperçoit n'ont pas de cloisons. Ainsi en partant du *Tubularia* & du *Balanus*, & allant de proche en proche, l'Auteur vient au Corail, qu'il donne encore au genre animal.

5°. Il a observé que ces Fleurs qu'on avoit découvert sur le Corail, se trouvent dans les Madrepores & dans les autres productions pierreuses, & c'est une observation dont on doit

doit lui ſavoir gré. Mais au lieu de les prendre pour des Fleurs, il les regarde comme des Inſectes du genre appellé *Orties de Mer*. Les Orties de Mer connues juſqu'ici n'ont point de Coquilles, leur figure approche de celle d'un cone tronqué; on en peut voir de repréſentées dans les Mémoires de l'Académie de 1710; de leur partie ſupérieure, ou de celle où le cone eſt tronqué, ſortent un grand nombre de Cornes de la conſiſtance de celle des Limaçons, qui font un effet agréable & ſingulier. On veut donc que l'écorce du Corail ſoit habitée par des Inſectes de ce genre, & que ce qu'on a pris pour les pétales des Fleurs, ſoient les Cornes de ces Animaux, ou, pour parler comme l'Auteur du nouveau Syſtême, leurs Jambes & leurs Pattes. Ces parties ne paroiſſent que lorſque le Corail eſt dans l'eau; quand on le met à l'air, elles rentrent dans une cavité. Il a vû même celles de quelques Madrepores s'agiter, ou agitées dans l'eau. Du milieu de ces Cornes, il a vû une partie s'élever & s'abaiſſer, s'ouvrir & ſe fermer.

4°. On trouve de ces prétendues Fleurs en toute ſaiſon; les Plantes ont des ſaiſons particulieres pour fleurir.

5°. Le Corail a une liqueur laiteuſe, par le moyen de laquelle on convient qu'il ſe multiplie. Cette liqueur eſt donc analogue au lait ou frais des Poiſſons.

6°. Autre analogie encore: lorſque l'écorce de ces Plantes ſe pourrit, elle répand une odeur de Poiſſon pourri.

7°. Par l'analyſe chymique, on retire de ces écor-

écorces à peu près les mêmes principes qu'on rétire des matieres animales.

8°. Enfin le Corail, & tout ce qu'on appelle *Plantes pierreuſes*, n'ont intérieurement aucune organiſation; leur écorce leur eſt ſimplement adhérante.

Voilà à quoi ſe réduiſent les principales preuves par leſquelles on croit établir le nouveau Syſtême; je doute qu'elles paroiſſent auſſi ſolides qu'elles l'ont paru à ſon Auteur. La meilleure de toutes, qui peut-être ne ſeroit pas encore trop bonne, ſeroit d'être bien aſſûré, que ce qu'on a pris pour les Fleurs du Corail, ſont véritablement des Inſectes nichés dans ſa ſubſtance ou dans ſon écorce; il n'y a que les yeux qui en puiſſent convaincre. Cependant leur témoignage ne paroît ici rien moins que certain en faveur des Inſectes, puiſque celui qui les fait exiſter aujourd'hui, les ayant obſervé autrefois avec M. de Marſigli, les prit avec lui pour des Fleurs. Il eſt vrai qu'il prétend qu'il a vû de ces corps plus conſidérables ſur des Madrepores. Il ne nous dit point préciſément leur groſſeur. Il a vû leurs Jambes agitées dans l'eau; il a vû s'élever du centre quelque choſe juſqu'au deſſus de la circonférence, il a vû, dit-il, cette partie ſe dilater comme la prunelle. Dans tout cela on ne trouvera peut-être encore rien d'aſſés déciſif; un corps délié ne ſauroit être dans l'eau, ſans faire voir des mouvemens tels que l'Auteur les a vû. Mais ce qu'on appelle des Fleurs ne paroît que dans l'eau; elles diſparoiſſent dès qu'on les expoſe à l'air. Cela ne convient-il pas mieux

mieux à un Animal qui se retire à son gré dans sa niche, qu'à une Fleur?

Mais n'avons-nous pas des Fleurs qui s'épanouïssent le jour, & qui se ferment la nuit; d'autres qui s'ouvrent le soir, & se ferment le matin? L'épanouïssement & le resserrement des pétales du Corail est plus subit que celui des Fleurs dont nous parlons. Mais l'est-il plus que ne le sont les mouvemens de la Sensitive?

On trouve ces Fleurs en toute saison, & on n'en trouve aux Plantes terrestres qu'en certains tems. Il est pourtant de celles-ci qui en ont presque toute l'année; & la temperature de l'athmosphere qui environne les Plantes marines, n'étant pas sujet à des vicissitudes aussi grandes & aussi subites que celles de l'athmosphere des Plantes terrestres, il ne seroit pas étonnant qu'elles fussent toûjours en fleurs. Si pourtant on vouloit refuser le nom de *Fleurs* à ces petits corps nouvellement observés sur le Corail, peut-être seroit-il difficile de démontrer qu'il leur est propre. On n'a été conduit à le leur donner que par une analogie très vraisemblable, mais il n'en seroit pas plus prouvé qu'ils sont des Insectes.

Le lait du Corail ne paroîtra pas différent de celui de tant d'autres Plantes, qu'en ce qu'il sert à la propagation du Corail, s'il est absolument certain qu'il y serve. Mais quelle difficulté y a-t-il à imaginer que les Graines nagent dans ce lait. L'odeur animale que donne son écorce en se pourrissant, & les principes qu'on en tire par l'analyse, montrent seulement les différences qu'il y a entre

tre les Plantes terrestres & les Plantes marines. Ces différences ont été connues jusqu'ici, & n'ont porté personne à les croire des productions animales. Ce principe feroit faire par des Animaux des Plantes molles de Mer qui sont incontestablement Plantes.

Enfin, y eût-il des Animaux logés dans l'écorce du Corail, & dans celle des autres Plantes marines, que seroit-on en droit d'en conclure? rien plus que ce qu'on conclud de quelques especes de Vers décrits par M. de Marsigli, qui rongent la substance du Cotail.

Ce que l'Auteur dit de la structure du Corail, qui n'est pas propre à végéter, est plus solide; mais prouve seulement que le Corail n'est pas Plante, & ne prouve aucunement que son écorce ne le soit point.

Enfin, eût-on rendu plus probable ce système singulier, on se verroit forcé à l'abandonner, dès qu'on penseroit à l'impossibilité qu'il y a de faire bâtir par des Insectes, d'une maniere approchante de celle dont ils bâtissent leurs Coquilles, des corps tels que le Corail, & que les autres corps qui portent le nom de *Plantes pierreuses*. Aussi ne paroît-il pas que l'Auteur ait pû rien imaginer sur cela qui le satisfasse, ni rien à quoi il croye devoir s'en tenir. Quelquefois il semble vouloir que les Madrepores ne soient que différentes Coquilles réunies; quelquefois, qu'elles ne sont qu'un seul Coquillage. Par rapport au Corail, il paroît prendre un autre parti. Il veut que les Orties nichées dans l'écorce, ou en ses termes, dans la croute, dé-

déposent une liqueur, une gomme qui coule le long des sillons, qu'on apperçoit à la surface du Corail, qu'elle s'y arrête peu-à-peu & qu'elle s'y durcisse en pierre. Comment la liqueur pourroit-elle être fournie par tous ces Insectes assés également pour faire un corps continu, solide, & qui a une sorte de régularité? La réunion de plusieurs Coquilles, comme il le veut pour les Madrepores, est encore plus difficile à concevoir. Au reste, mon dessein n'est pas de m'arrêter à faire valoir les difficultés; il suffit qu'on ait vû quels sont les fondemens de ce systême.

Mais je l'ai déja dit, & je le répéte volontiers, nous devons beaucoup à son Auteur, pour les observations qu'il nous a données, & qu'il a été faire avec beaucoup de peine & de dépense jusque sur les Côtes d'Afrique. La formation du Corail me sembloit expliquée d'une maniere plausible, par les grains pierreux que dépose son écorce; il me paroissoit extrêmement probable que toutes les autres productions appellées *Plantes pierreuses*, étoient l'ouvrage d'une pareille méchanique. Mais il restoit pour cela à être assûré qu'elles avoient une écorce pareille à celle du Corail. Quand on nous les apporte, on a grand soin de les nettoyer, pour les faire paroître plus belles. On ne leur voit donc point d'écorce; celles même qu'on pêche en sont souvent dépouillées. Mais l'Auteur du systême nous apprend qu'il a trouvé plusieurs especes de Madrepores & de Pores recouvertes d'une matiere gluante, qui est sans doute leur écorce. Il se seroit peut-être plus arrêté

à

à nous faire voir la reſſemblance qu'elles ont avec celle du Corail, s'il eût été moins plein de ſa nouvelle idée.

Quoi qu'il en ſoit, dès que les Madrepores, les Pores, les Eſcaras, les Champignons de Mer, ſeront recouverts d'une écorce chargée de grains pierreux, la production de tous ces corps ſera auſſi facile à expliquer que celle du Corail. Les trous partagés par des cloiſons, les eſpeces de rézeaux, les feuillets, tout s'expliquera par les figures de leur écorce. Quand elle ſera faite en rézeau, la maſſe pierreuſe qu'elle produira aura auſſi des trous ſemblables à ceux d'un rézeau, puiſque la matiere pierreuſe ne ſera dépoſée que par ce qu'il y a de plein dans l'écorce. L'écorce devient par-là une eſpece de moule, qui fournit lui-même la matiere qu'il a à mouler. Mais c'eſt un moule capable d'accroiſſement, & dès-là on n'eſt pas ſurpris qu'un Aſtroïte, par exemple, qui eſt un groupe de tuyaux partagés par des cloiſons, ait moins de circonférence par en-bas que par en-haut, que chacun de ſes tuyaux ayent auſſi plus de diametre ſur la partie de la pierre qui en a le plus, & qu'ils en ayent moins ſur celle qui en a moins. L'écorce avoit moins d'étendue, lorſqu'elle a produit la plus petite partie; les mailles du rézeau qu'elle forme, étoient auſſi alors plus ſerrées. Lorſque cette Plante croît, le nombre de ſes mailles peut auſſi augmenter; & alors la partie de la pierre, la derniere formée, aura plus d'ouvertures, plus de tuyaux, que celle qui a été formée la premiere. Enfin les figures les plus ſingu-

lie-

lieres de ces productions pierreuſes, qu'on a appellées *Plantes pierreuſes*, pourront être expliquées aiſément au moyen de la ſeule écorce qui végéte, & qui dépoſe des grains pierreux.

RECHERCHES SUR LA RECTIFICATION DES BAROMETRES.

Par M. SAURIN. *

ON doit à feu M. Amontons un grand nombre d'obſervations nouvelles & utiles ſur divers ſujets de Phyſique & de Méchanique : mais les Mémoires de l'Académie ſont particulierement remplis des ingénieuſes découvertes de cet Auteur par rapport au Thermometre & au Barometre. Il s'étoit appliqué long-tems avec beaucoup de ſuccès à perfectionner ces deux ſortes d'inſtrumens, & il travailloit encore à la rectification du Barometre, quand il mourut.

Deux morceaux de lui ſur cette matiere, qui ſe trouvent dans les Mémoires de 1704, ont donné occaſion aux recherches que je propoſe ici. Dans ces deux pieces, M. Amontons examine un inconvénient commun au

* 13 Août 1727.

au Barometre ſimple & au Barometre double; & après avoir fait connoître l'erreur que cet inconvénient cauſe dans les deux Barometres, il donne les moyens de la corriger dans l'un, & de l'éviter dans l'autre.

Tout le monde ſait que l'inconvénient conſiſte, en ce que la Peſanteur de l'Air n'agit pas ſeule dans les Barometres; la chaleur a part auſſi aux variations que l'on y obſerve: par-là ces variations deviennent un effet équivoque, & par conſéquent une meſure incertaine & trompeuſe des changemens de peſanteur de l'Athmoſphere.

S'il eſt queſtion, par exemple, du Barometre ſimple; le degré de peſanteur de l'Air demeurant le même, la chaleur peut cependant augmenter ou diminuer, & le Mercure venant ainſi à ſe raréfier ou à ſe condenſer, on le verra hauſſer ou baiſſer, & l'on tombera dans l'erreur, en attribuant l'effet obſervé à quelque augmentation, ou à quelque diminution du poids de l'Athmoſphere. Les deux cauſes agiſſant enſemble, ſoit en même ſens, ſoit en ſens contraire, feront varier l'erreur, mais elle ſubſiſtera toûjours.

Suivant les expériences de M. Amontons, du plus grand froid au plus grand chaud de notre climat, le Mercure ſe dilate de la cent-quinzieme partie de ſon volume; c'eſt-à-dire, qu'une colomne de Mercure de 115 lignes dans le grand froid, devient une colomne de 116 lignes dans le grand chaud; & une colomne de trois fois 115 lignes, qui font 28 pouces 9 lignes, devient une colomne de trois fois 116 lignes, qui font 29 pouces; ce

qui donne 3 lignes de différence. Si l'on ſuppoſe donc un degré de peſanteur de l'Athmoſphere, qui dans le grand froid ſoûtienne le Mercure à la hauteur de 28 pouces 9 lignes, le même degré de peſanteur dans le grand chaud ſoûtiendra le Mercure à la hauteur de 29 pouces, & l'on croira mal à propos le poids de l'Athmoſphere augmenté de 3 lignes. Comme dans ce Païs la hauteur du Barometre ſimple ne paſſe pas 29 pouces, & qu'elle eſt même toûjours au deſſous, il s'enſuit que l'erreur de ce Barometre ne va point au-delà de 3 lignes: auſſi eſt-ce à 3 lignes que M. Amontons a déterminé la plus grande erreur.

Maintenant il eſt clair qu'en ſuppoſant invariable le plus grand poids de l'Athmoſphere, les variations de la chaleur feront parcourir ces 3 lignes au Barometre, pendant que le Thermometre parcourra, en allant du plus grand froid au plus grand chaud, toute l'étendue des degrés compris entre ces deux termes. Si cette étendue eſt de 96 lignes, comme dans le Thermometre de M. Amontons, les 96 lignes du Thermometre feront parcourues dans le même tems que les 3 lignes du Barometre; & par conſéquent pour chaque ligne du Thermometre, on aura dans le Barometre la 96e partie de 3 lignes, ou $\frac{1}{32}$ de ligne, qu'il faudra retrancher de la hauteur du Mercure; & la hauteur ainſi corrigée, donnera la peſanteur préciſe de l'Athmoſphere.

C'eſt ſur ce fondement que M. Amontons a dreſſé une Table à deux colomnes. Il a mis dans l'un les degrés de ſon Thermometre diviſés par lignes, & dans l'autre vis-à-vis de cha-

chaque ligne les corrections qui leur conviennent, ou les $\frac{1}{12}$ de ligne qu'on doit retrancher de la hauteur du Barometre. Il eſt évident que cette Table n'eſt exacte que dans le ſeul cas d'une peſanteur de l'Athmoſphere de 28 pouces 9 lignes; car ce n'eſt que dans ce cas, ainſi qu'on vient de l'expoſer, que le plus grand chaud donne 3 lignes d'erreur; & juſtement dans ce cas la Table eſt inutile, puiſqu'elle ne fait connoître que ce qu'elle ſuppoſe connu; ſavoir, le même degré de peſanteur, ſur le pied duquel, pris pour invariable, elle a été conſtruite. M. Amontons n'a pas laiſſé de la propoſer pour toutes les variations de peſanteur, en avertiſſant qu'il n'y a pas d'erreur conſidérable à craindre: & il a eu raiſon. L'erreur ne peut aller au plus qu'à $\frac{1}{4}$ de ligne; c'eſt dans le cas de la plus petite peſanteur de l'air, jointe au plus grand chaud; car la colomne de Mercure qui ſoûtient ici le plus petit poids de l'Athmoſphere, n'eſt jamais au-deſſous de 25 pouces $\frac{1}{2}$ ou 306 lign. dont la $\frac{1}{111}$ partie eſt de 3 lign. moins $\frac{1}{4}$ de ligne.

On auroit lieu ſans doute d'être très ſatisfait du Barometre, ſi l'on pouvoit s'aſſûrer de la juſteſſe de cet Inſtrument à un tiers de ligne près. Je ſuis fort éloigné de croire que dans l'uſage on doive compter ſur une ſi grande exactitude. Bien plus, des expériences certaines m'ont convaincu que l'on s'écartoit de cette exactitude, en voulant en approcher, & que l'erreur qu'on prétend corriger dans le Barometre ſimple, s'y trouvoit corrigée par l'inexactitude même, qui eſt inévita-

ble dans la construction de ces sortes d'Instrumens. Cependant pour la spéculation, & à l'égard du calcul, on pourroit avoir une précision entiere, en supposant tout ce que je viens d'expliquer.

La correction du Barometre simple dépend, comme on a vû, de cette regle générale, que dans le plus grand chaud, en diminuant d'une 116e partie la hauteur donnée par l'observation, on a exactement celle qui convient à la pesanteur seule de l'Athmosphere; je dis une 116e partie, parce que la 116e partie de la hauteur entiere est la même chose que la 115e de la hauteur après la diminution. Prenant donc un degré quelconque de pesanteur de l'Athmosphere, par exemple, celui de 28 pouces 9 lignes; & sur le pied de cette pesanteur supposée constante, dressant une Table comme celle de M. Amontons, pour tous les degrés de chaleur divisés par lignes, avec le secours de cette Table & d'une seule Regle de trois, on aura dans toutes les variations du Barometre la pesanteur précise de l'air dans le tems de l'observation. A la pesanteur, prise pour constante de la Table, on ajoûtera l'équation ou la correction qui dans cette même Table répond au degré de chaud indiqué par le Thermometre au moment de l'observation; ce sera le premier terme de la proportion; la hauteur observée sera le second; & l'on mettra dans le troisieme l'équation seule; le quatrieme terme qui viendra, sera l'équation qui convient à la hauteur observée, c'est-à-dire, ce qu'il faut retrancher de cette hauteur pour avoir au juste la pesanteur que l'on veut connoître; ou bien on mettra au troisieme ter-

me

me la pesanteur seule de la Table, & le quatrieme donnera la pesanteur cherchée.

Soit, par exemple, la hauteur que donne l'observation, 26 pouces 2 lignes, ou 314 lignes, & soit le Thermometre à 64 lignes au-dessus du plus grand froid; à ces 64 lignes répondront dans la Table $\frac{11}{12}$ de ligne, ou 2 lignes d'équation pour ce degré de chaud sur le pied de la pesanteur de 28 pouces 9 lignes, ou 345 lignes, qui est celle de la Table; en ajoûtant les 2 lignes aux 345, on aura 347 lignes. On fera donc cette analogie; comme 347 lignes (pesanteur constante plus les deux lignes d'équation) sont à 314 lignes, (hauteur observée) ainsi les deux lignes d'équation sont à un quatrieme terme, qui sera ce qu'il faut retrancher de la hauteur observée; il viendra pour quatrieme terme dans cet exemple $1 + \frac{14}{169}$, ou environ $1 + \frac{1}{9}$, ou $\frac{13}{7}$, & ôtant ces $\frac{13}{7}$ de 314, qui est la hauteur donnée par l'observation, il restera 312 & $\frac{1}{7}$ pour la hauteur dûe à la pesanteur seule de l'Athmosphere. Si sans faire cette analogie, on avoit retranché les deux lignes d'équation que donne la Table, on n'auroit eû pour la pesanteur cherchée que 313 lignes, quantité moindre de $\frac{1}{7}$ de ligne que la véritable.

Mais tout cela est si peu de chose qu'on n'auroit eu garde d'en parler, s'il n'avoit été nécessaire en quelque sorte de dire un mot du Barometre simple, avant que de passer au Barometre double, qui est le seul objet que l'on s'est proposé dans cette recherche. Il y a dans ce Barometre une complication d'erreur qui de-

mande quelque attention, & qu'on ne ſauroit même démêler exactement ſans le ſecours de l'Analyſe. A la raréfaction du Mercure ſe joint ici celle de la liqueur, & la confuſion qui naît de ces deux cauſes eſt beaucoup augmentée par les capacités différentes des Boîtes & des Tuyaux. Pour ne pas embarraſſer la difficulté, conſidérons d'abord la raréfaction ſeule du Mercure, & la variation qu'elle produit dans le Barometre double, indépendamment de la raréfaction de la liqueur; on verra enſuite plus aiſément quelle modification cette derniere cauſe apporte à l'effet de la premiere.

La colomne de Mercure priſe depuis le niveau de la hauteur où le Mercure eſt dans la Boîte inférieure, juſqu'à la hauteur qu'il a dans la Boîte ſupérieure; c'eſt-à-dire, la colomne marquée DA ou $DK + KA$, eſt ſoûtenue en partie par le poids de l'Athmoſphere, & en partie par celui de la liqueur. Cette colomne étant en équilibre avec ces deux poids dans le grand froid, il s'en faut beaucoup qu'elle ne ſoit encore en équilibre avec les mêmes poids dans le grand chaud. Pour demeurer en équilibre, il faudroit, ſelon les remarques précédentes, que ſi elle étoit de 28 pouces 9 lignes dans le grand froid, elle eût 3 lignes de plus dans le grand chaud, & qu'elle fût de 29 pouces; mais le Tuyau eſt ſi menu par rapport à la Boîte, que la dilatation du Mercure par le grand chaud, laquelle augmenteroit conſidérablement la hauteur de la colomne ſi le Tuyau étoit continué ſans Boîte, ne

don-

donne dans la Boîte qu'une augmentation de hauteur presque insensible.

Supposons que le diametre du Tuyau soit d'une ligne, & celui de la Boîte d'un pouce ou de 12 lignes; la capacité de la Boîte sera à celle du Tuyau, comme 144 à 1; car les capacités sont entre elles comme les quarrés des diametres. Supposons encore que dans les deux Boîtes considérées comme de parfaits Cylindres, il y ait en tout un pouce & demi de Mercure. Supposons enfin, que le Tuyau recourbé qui en est rempli dans toute sa longueur depuis une Boîte jusqu'à l'autre, soit égal à un Cylindre droit de même base, & de 32 pouces de longueur, qui est en effet à peu près celle qu'on lui donne ordinairement; les trois demi-pouces des Boîtes rempliroient dans un Tuyau de même diametre que celui que nous supposons, 144 fois trois demi-pouces, ou 216 pouces, qui ajoûtés aux 32, font 248 pouces: ainsi voilà 248 pouces de Mercure, à les mesurer dans un Tuyau d'une ligne de diametre.

Maintenant le grand chaud les dilatant d'une $\frac{1}{117}$ partie, donneroit une augmentation de deux pouces & deux lignes, ou de 26 lignes; mais dans la Boîte dont la capacité est 144 fois aussi grande que celle du Tuyau, ces 26 lignes se réduiront à une hauteur, qui ne sera que la 144e. partie de 26 lignes; ce qui ne va pas à $\frac{1}{4}$ de ligne.

On voit donc par ce calcul, qu'une colomne de Mercure de 28 pouces 9 lignes, faisant équilibre dans le grand froid avec le

poids de l'Athmoſphere, joint à celui de la liqueur, ne devient plus longue dans le grand chaud, que d'une quantité à peine ſenſible dans la Boîte, au lieu qu'elle devroit s'allonger de trois lignes pour demeurer en équilibre avec les mêmes poids: d'où il arrivera que ces poids feront baiſſer dans la Boîte inférieure, & hauſſer dans la ſupérieure le Mercure, juſqu'à ce que la colomne compriſe entre les deux ſurfaces, ait les trois lignes de plus que demande l'équilibre.

Quand je dis les trois lignes de plus que demande l'équilibre, cela s'entend, le poids de la liqueur demeurant le même; ce qui ne ſauroit être: car le Mercure ne peut baiſſer dans la Boîte inférieure de la moitié de trois lignes, ou d'une ligne & demie, que la liqueur ne baiſſe de la même quantité dans la même Boîte, & cet abbaiſſement en produira un dans le petit Tuyau de la liqueur, qui ſera à celui de la Boîte comme le quarré du diametre de la Boîte au quarré du diametre du Tuyau. Il s'en faudra donc de beaucoup que la liqueur n'ait la même hauteur qu'elle avoit auparavant, & par conſéquent qu'elle ne ſoûtienne la même partie du Mercure qu'elle ſoûtenoit: ainſi le Mercure remontera dans la Boîte inférieure, & fera remonter la liqueur dans le Tuyau juſqu'à un point d'équilibre qui donnera à la colomne de Mercure, compriſe entre les deux ſurfaces, moins de 3 lignes de plus, c'eſt-à-dire, qui lui ôtera une partie des 3 lignes de plus qu'elle avoit, & qui rendra à

la

la liqueur moins de hauteur qu'elle n'avoit avant la dilation du Mercure, mais plus qu'elle n'en conſervoit dans la ſuppoſition du Mercure baiſſé d'une ligne & demie dans la Boîte inférieure.

Mais ce n'eſt pas là tout. Nous n'avons point encore conſidéré l'effet de la raréfaction de la liqueur; nouvelle conſidération qui fait un nouvel embarras. La liqueur en ſe raréfiant devient moins peſante, & occupe plus de place. Si elle étoit toute contenue dans un même Tuyau, ſa hauteur n'augmenteroit qu'à proportion de ce qu'elle perd de ſa peſanteur, & l'équilibre ſe maintiendroit; mais par la différence des capacités de la Boîte & du petit Tuyau, la raréfaction la fait monter dans le petit Tuyau bien au-delà de la hauteur qui ſuffiroit pour lui conſerver ſon poids ſur le Mercure; elle fera donc deſcendre le Mercure dans la Boîte inférieure, juſqu'à ce qu'elle-même ſoit deſcendue au point de hauteur qui lui eſt néceſſaire pour contrepeſer la partie qu'elle doit ſoûtenir de la nouvelle colomne de Mercure.

Voilà les difficultés qu'il faut démêler par l'Analyſe, pour déterminer dans l'exactitude géometrique la part qu'a la chaleur dans les variations du Barometre double de M. Huigens, & pour ſe mettre en état d'en diminuer l'erreur avec lumiere. Mes recherches ſur cela ſe bornent dans la ſolution des Problêmes ſuivans.

PROBLEME I.

Les volumes du Mercure & de la liqueur étant donnés avec le rapport de leurs peſanteurs entre elles, & celle de l'Athmoſphere; les diametres des Tuyaux & des Boîtes; les longueurs HL, LSG *du Tuyau rempli de Mercure, & la hauteur* VP *de la Boîte inférieure étant auſſi des grandeurs données; trouver la hauteur* F *de la liqueur dans l'état d'équilibre.*

Soient t le diametre du Tuyau $HLSG$; θ celui du Tuyau ER, & a celui des Boîtes, leſquelles je ſuppoſe d'égal diametre. Si l'on nomme m la longueur d'un Tuyau que la quantité donnée de Mercure rempliroit, & qui eſt ſuppoſé d'un diametre égal à t, & n la longueur que la quantité donnée de la liqueur occuperoit dans un Tuyau comme le ſien du diametre θ; le produit mtt exprimant la quantité du Mercure, $n\theta\theta$ exprimera celle de la liqueur. Soient g la peſanteur du Mercure, & f celle de la liqueur. Soient enfin les autres quantités données VP, b; la longueur du Cylindre égal à $GGSSLL$, b; LH, c; DO ou $DK + KO$, (longueur de la colomne de Mercure ſoûtenue par le poids ſeul de l'Athmoſphere) d.

Nommant EF, x, on a la quantité de liqueur contenue dans la partie du Tuyau $EFFE = \theta\theta x$, & la quantité contenue dans la partie de la Boîte $CVVC = CV \times aa$; & la ſomme de ces deux quantités étant égale à toute la quantité donnée, qui eſt $n\theta\theta$, on a

$\theta\theta x$

$ff x + CV \times aa = nff$, ou $CV \times aa = nff - ffx$, & par conséquent $VC = \frac{nff - ffx}{aa}$. $CP = VP - VC = \frac{aah - nff + ffx}{aa}$; & la capacité $CPPC = aab - nff + ffx$. La recourbure $GLLG = btt$; $LHHL = ctt$; la hauteur $BH = LH - LB$ ou $PC = \frac{aac - aab + nff - ffx}{aa}$; $KO = DO - DK$ ou $BH = \frac{aad - aac + aab - nff + ffx}{aa}$ & la capacité $KOOK = aad - aac + aab - nff + ffx$.

OA, hauteur de la partie du Mercure soûtenue par le poids de la liqueur, se trouve par cette Analogie, g (pesanteur du Mercure). f (pesanteur de la liqueur) :: $FE + VC \left(\frac{aax + ffx - nff}{aa}\right)$. $\frac{faax - ffx + fnff}{gaa} = OA$, & la capacité $OAAO = \frac{faax + ffx - fnff}{g}$,

Maintenant la quantité donnée de Mercure rempliſſant les capacités $CPPC$, $GLLG$, $LHHL$, $KOOK$ & $OAAO$, on a $mtt = aab - nff + ffx + btt + ctt + aad - aac + aab - nff + ffx + \frac{faax - ffx + fnff}{g}$; ou $2gffx + faax - ffx = gmtt + 2gnff$

$+gaac-2gaab-gbtt-gctt-gaad-fnθθ$; d'où l'on tire l'égalité $A.$ $A. \ldots x = \frac{gmtt-2gnθθ+gaac-2gaab-gbtt-gttt-gaad-fnθθ}{2gθθ+faa-fθθ}$. Ce nom-qu'il falloit trouver.

PROBLEME II.

La pesanteur de l'Athmosphere demeurant la même, & toutes les grandeurs données dans le Problême précédent, étant encore données dans celui-ci, trouver la différence de la hauteur de la liqueur dans le grand chaud, à sa hauteur dans le grand froid.

SOLUTION.

Ce que la dilatation du Mercure & de la liqueur dans le grand chaud ajoûte à leurs volumes étant connu, & par conséquent aussi le nouveau rapport de leurs pesanteurs, je prends $mtt \times \frac{1}{q}$ pour l'augmentation du volume précédent mtt du Mercure, & $nθθ \times \frac{1}{r}$ pour celle du volume $nθθ$ de la liqueur; &

nommant les nouvelles peſanteurs f, v, je mets dans la précédente égalité A, au lieu de mtt, $mtt + \frac{1}{q}\,mtt$; au lieu de $n\theta\theta$, $n\theta\theta + \frac{1}{r}\,n\theta\theta$; & f, v, au lieu des peſanteurs g, f. Je mets auſſi pour d (hauteur dans l'égalité A de la colomne du Mercure, ſoutenue par le poids ſeul de l'Athmoſphere) $d + \frac{1}{q}\,d$, à cauſe du nouveau rapport de la peſanteur du Mercure à celle de l'Athmoſphere qui demeure la même. Cette ſubſtitution changera l'égalité A du grand froid, en l'égalité B du grand chaud

$$B\ldots x = \frac{f\,mtt + \frac{1}{q}f\,mtt + 2f\,n\theta\theta + \frac{1}{r}\times f\,n\theta\theta + faac - 2faab - fbtt}{-fctt - faad - \frac{1}{q}faad - vn\theta\theta - \frac{1}{r}\,vn\theta\theta \times \frac{1}{2f\theta\theta + vaa - v\theta\theta}}$$

Il eſt évident que ſubſtituant dans les deux égalités A & B, au lieu des lettres leurs valeurs données, on aura deux valeurs de x (hauteur de la liqueur) l'une pour le froid, & l'autre pour le chaud; & que retranchant l'une de l'autre, leur différence ſera celle des hauteurs. *Ce qu'il falloit trouver.*

Exemple. Si la liqueur du Barometre eſt de l'Eſprit de vin, & que mtt & $n\theta\theta$

ſoient les volumes de Mercure & d'Eſprit de vin données dans le grand froid; ll la peſanteur du Mercure dans le grand froid étant à celle de l'Eſprit de vin comme 16 à 1, on aura pour ce cas du grand froid l'égalité *C*.

$$C. \ldots x = \frac{16mtt + 31n\theta\theta + 16aac - 32aah - 16btt - 16ctt - 16aad}{31\theta\theta + aa}.$$

Mais, comme on a déja dit, les volumes mtt & $n\theta\theta$ devenant dans le grand chaud $mtt + \frac{1}{q}mtt$; $n\theta\theta + \frac{1}{r}n\theta\theta$; c'eſt-à-dire, ſuivant les expériences de M. Amontons, & de pluſieurs autres, $mtt + \frac{1}{117}mtt$, & $n\theta\theta + \frac{1}{27}n\theta\theta$. d devenant auſſi $d + \frac{1}{117}d$, & le rapport de la peſanteur du Mercure à celle de l'Eſprit de vin étant alors celui de 33 à 2, on aura pour le cas du grand chaud l'égalité *D*.

$$D. . x = \frac{33mtt + \frac{33}{117}mtt + 64n\theta\theta + \frac{64}{27}n\theta\theta + 33aac - 66aah - 33btt - 33ctt - 33aad - \frac{33}{117}aad}{64\theta\theta + 2aa} \times \frac{1}{}.$$

Et multipliant le numérateur & le dénominateur de la fraction par 27×115

$= 3105$, il viendra l'égalité E.

$$E \ldots x = \frac{103356\,mtt + 206080\,n\theta\theta + 102465\,aac - 204930\,aab - 102465\,btt - 102465\,ctt - 103356\,aad}{198720\,\theta\theta + 62100\,aa} \times 1$$

Soient présentement les grandeurs désignées par les lettres qui restent, prises telles qu'on les voit ici:

$$\begin{cases} a = 12; \\ t = 1; \\ \theta = \sqrt{\frac{1}{12}}; \end{cases} \quad \begin{cases} b = 48 \text{ lign.} \\ c = 336 \text{ lign.} \\ d = 340 \text{ lign.} \end{cases} \quad \begin{cases} b = 46. \\ m = 2908 + \frac{1}{2}. \\ n = 11664. \end{cases}$$

On aura $mtt = 2908$ lignes & demie de Mercure dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui donnent 242 pouces, 4 lignes & demie, quantité ordinaire. On aura aussi $n\theta\theta = 11664$ lignes, d'Esprit de vin dans un Tuyau d'un diametre $= \sqrt{\frac{1}{2}}$ ligne ou 5832 lignes dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui sont 40 lignes & demie dans la Boîte inférieure, dont le diametre est supposé de 12 lignes. C'est la quantité d'Esprit de vin que M. Amontons prenoit pour détruire l'erreur du Barometre.

En substituant dans l'égalité C ces valeurs données, on trouvera $x = 0$, c'est-à-dire, que la hauteur de l'Esprit de vin dans le grand froid sera à niveau de la Boîte, ou de l'entrée dans le petit Tuyau.

Mais en substituant ces mêmes valeurs dans l'égalité E du grand chaud, on trouvera $x = 3$ lignes $+ \frac{11}{43}\frac{1}{56}\frac{1}{00}$; c'est-à-dire, que dans le grand chaud, la hauteur de l'Esprit de vin dans le petit Tuyau, sera d'un peu plus de 3 lignes;

ce

ce qui ne donne pas une erreur de $\frac{1}{4}$ de ligne de Mercure.

PROBLEME III.

Toutes les grandeurs données dans le précédent, étant encore données dans celui-ci, excepté le volume de la liqueur; trouver ce volume requis pour que l'équilibre se conserve à la même hauteur dans le grand froid, & dans le grand chaud.

SOLUTION.

En mettant dans les égalités A & B, les valeurs données; on tirera deux valeurs de x en n par la supposition: ces deux valeurs étant égales, leur comparaison donnera la valeur de n; cette valeur étant mise dans l'une ou dans l'autre des deux égalités A & B, on en tirera la valeur de x.

Si l'on prend le même volume de Mercure qu'auparavant $= 2908$ lignes & $\frac{1}{2}$, & que la liqueur soit encore de l'Esprit de vin, on trouvera $n\theta\theta$ qui en exprime le volume requis, $= 5848 + \frac{1}{2}\frac{8081497}{28733440}$, valeur qui donnera celle de $x = 6$ & un peu moins de $\frac{1}{11}$; c'est-à-dire, que le volume d'Esprit de vin que l'on demande, est de $5848 + \frac{1}{2} + \frac{8081497}{28733440}$ & que la hauteur d'Esprit de vin est hors de la Boîte de 6 lignes & un peu moins de $\frac{1}{11}$.

A présent si l'on vouloit trouver une valeur d'Esprit de vin qui donnât la même hauteur dans le grand froid & dans le grand chaud, en prenant x dans la Boîte, il faudroit

droit former deux nouvelles égalités. Pour cet effet, ſoit la ſurface ſuperieure de l'Eſprit de vin en (*Fig.* 2.) NN, & ſoit VN ou EF appellée x, on aura $CPPC = aab - nbb - aax$; $KOOK = aad - aac + aab - nbb - aax$ & $OAAO = \frac{f}{g} \times nbb$; d'où l'on tirera l'égalité F du grand froid.

$$F. \ldots x = \frac{2gaab + gaad + gbtt + gctt + fnbb - 2gnbb - gmtt - gaac}{2gaa}.$$

Sur cette égalité on formera celle du grand chaud, & en faiſant enſuite les ſubſtitutions, & toutes les opérations requiſes, on trouvera nbb qui exprime le volume de l'Eſprit de vin, = 5431 lignes $\frac{1}{2}$, & quelque choſe de plus, valeur qui donnera celle de $x = 2$ lignes $\frac{1}{4}$ environ, c'eſt-à-dire, que le volume cherché d'Eſprit de vin eſt de 5431 lign. $\frac{1}{2}$ & un peu plus dans un Tuyau d'une ligne de diametre, & que la hauteur de l'Eſprit de vin eſt dans la Boîte au deſſous de l'entrée du Tuyau ER 2 lign. $\frac{1}{4}$ environ.

PROBLEME IV.

Tout ce qui regarde les Boîtes, les Tuyaux & les Peſanteurs, étant encore donné, déterminer le volume du Mercure & celui de la liqueur néceſſaire, pour que l'équilibre,

dans le grand froid & dans le grand chaud, ſe faſſe à une même hauteur donnée.

SOLUTION.

Nous ſuppoſons toûjours que la liqueur eſt de l'Eſprit de vin. Les valeurs données étant ſubſtituées dans les égalités *C* & *D*, on n'aura d'inconnues que *m* & *n*. Prenant donc deux valeurs, ou de *n*, ou de *m*, c'eſt-à-dire, de l'inconnue qu'on voudra dégager la premiere, & cette valeur étant ſubſtituée dans l'une ou dans l'autre des deux égalités, donnera la valeur de l'autre inconnue.

Soit, par exemple, la hauteur donnée = 0; c'eſt-à-dire, ſi l'on veut que la ſurface ſupérieure de la liqueur ſoit à niveau de la ſurface ſupérieure de la Boîte, dans le grand froid & dans le grand chaud, on trouvera par les opérations preſcrites, que le volume du Mercure doit être de 3913 lignes $+ \frac{15497}{23111}$, & celui de l'Eſprit de vin, de $5151 + \frac{1}{2} + \frac{31}{33} + \frac{2470}{23311} \times 30$ environ 5152 lignes.

PROBLEME V.

Les deux Boîtes Q *&* T *ont un diametre égal, & ce diametre eſt à celui du Tuyau* ER :: a. 0. *Il y a du Mercure dans les Boîtes & dans le Tuyau recourbé depuis* CC *juſqu'à* AA. *Le Mercure eſt ſoûtenu à la hauteur* DA, *au deſſus du niveau, par le poids de l'Athmoſphere, joint à celui de la liqueur contenue dans la Boîte* T, *& dans le Tuyau depuis* CC *juſqu'à* EF.*

On

* Fig. 3.

On demande la hauteur R, *telle que la liqueur y étant en équilibre, la colomne de Mercure soûtenue par le poids seul de de l'Athmosphere, soit moindre qu'elle n'étoit de la quantité donnée* l.

Appellant DA, d; la hauteur CF donnée e, la pesanteur spécifique du Mercure g, & celle de la liqueur f soit $FR = x$, la liqueur ne peut monter dans le Tuyau, que le Mercure ne descende dans la Boîte Q, & ne monte par conséquent dans la Boîte T. Supposons qu'il soit descendu de A en I dans l'une, & monté de C en M dans l'autre, il est évident que la descente AI du Mercure dans la Boîte Q, ou la hauteur CM à laquelle il est monté dans la Boîte T, doit être à $FR\,(x)$ en raison réciproque de AA^2 ou $CC^2\,(aa)$ à $FF^2\,(\theta\theta)$; on aura donc AI ou $CM = \frac{\theta\theta x}{aa}$; on a $IM = AD - AI - DM$ ou $CM = d - \frac{2\theta\theta x}{aa}$; on a aussi $FR - CM = x - \frac{\theta\theta x}{aa}$.

Cela posé, la colomne IM n'étant plus petite que la colomne AD, que de la quantité $AI + CM$, c'est-à-dire de deux AI ou de deux $CM\left(\frac{2\theta\theta x}{aa}\right)$ & n'étant pas diminuée de toute la quantité l, il s'ensuit que la hauteur $l - 2AI$ est soûtenue par $FR - CM\left(x - \frac{\theta\theta x}{aa}\right)$ ainsi on aura $g.f :: x - \frac{\theta\theta x}{aa}.\ l -$

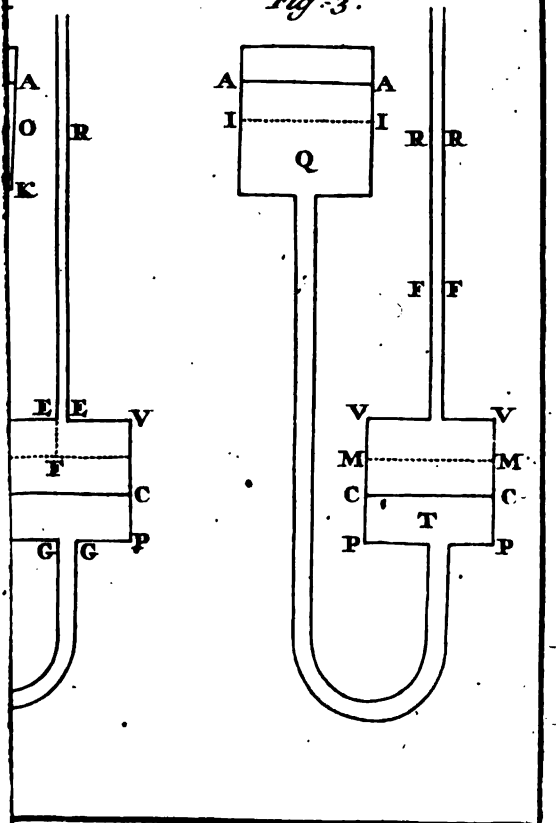
$\frac{2\theta\theta x}{aa}$; ce qui donne, en multipliant les moyens & les extrêmes $fx - \frac{f\theta\theta x}{aa} = gl - \frac{2g\theta\theta x}{aa}$ ou $aafx - f\theta\theta x + 2g\theta\theta x = aagl$, & $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta}$. Si l'on fait $aa = 288$, $\theta\theta = 1$, $g = 16$, $f = 1$, on aura $aagl = l \times 288 \times 16 = 4608l$, & $aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta = 288 - 1 + 32 = 319$; donc $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta} = \frac{4608}{319}l = l \times \overline{14 + \frac{142}{319}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

On trouvera pour le grand chaud, en faisant $g = 33$ & $f = 2$, $x = l \times \overline{14 + \frac{151}{771}} = l \times \overline{15 - \frac{12}{771}}$.

Dans le chaud moyen où $g = 65$, & $f = 4$, il viendra $x = l \times \overline{14 + \frac{1151}{1623}}$.

Ainsi pour avoir dans le Barometre double dont il s'agit, la quantité de lignes de Mercure, dont le poids de l'Athmosphere est diminué ou augmenté, il n'y a qu'à multiplier la quantité des lignes de diminution ou d'augmentation que donne la liqueur par 319, & diviser le produit par 4608 dans le grand froid. Pour le grand chaud, il faut multiplier par 575, & diviser par 8623. Dans ce dernier cas on peut, sans aucune multiplication, diviser seulement par 15, l'erreur n'étant par ligne de

Fig. 3.



de Mercure que de $\frac{1}{42}$ de ligne d'Eſprit de vin ; de ſorte que ſi la différence entre la plus petite peſanteur & la plus grande n'étoit que de 24 lignes de Mercure, l'erreur totale ne ſeroit que d'une demi ligne d'Eſprit de vin, ce qui ne donne que $\frac{1}{35}$ de ligne de Mercure. Pour le grand froid, on peut auſſi ſans aucune erreur ſenſible multiplier par 2 au lieu de 319, & diviſer par 29 au lieu de 4608 ; l'erreur totale n'ira pas à deux lignes d'Eſprit de vin, ce qui donne moins de $\frac{1}{3}$ de ligne de Mercure.

RE-

REMARQUES SUR LES POLYGONES REGULIERS INSCRITS ET CIRCONSCRITS.

Par M. DU FAY. †

THEOREME I.

* *La différence de deux Polygones semblables* (PFHZ & EGBT) *l'un inscrit & l'autre circonscrit au Cercle* (TBGE) *est égale à un Polygone semblable inscrit au Cercle* (KFRH) *dont le diametre* (FH) *est égal au côté du Polygone* (PH) *circonscrit, ou circonscrit au Cercle* (LN) *qui a pour diametre une ligne égale au côté* (EG) *du Polygone inscrit.*

ON inscrira & on circonscrira à un Cercle deux Polygones semblables, & on les disposera de façon, que les Angles de l'inscrit touchent le milieu des côtés du circonscrit. On tirera la ligne *AF* du centre qui partagera *EG* en deux également. Sur un des côtés *FH*, comme diametre, on décrira un Cercle, dans lequel on inscrira un Polygone semblable, dont on appliquera un des

† 6 Dec. 1727. * Fig. 1.

des côtés sur la ligne *AF*. Je dis que ce petit Polygone est égal à la différence du Polygone circonscrit au Polygone inscrit.

DEMONSTRATION.

La différence du Polygone inscrit au circonscrit étant égale à la somme des Triangles *EFG*, *GHB*, &c. & le petit Polygone qui doit être égal à cette différence, étant composé d'un pareil nombre de Triangles égaux à *KGF*, il s'agit seulement de prouver que *KGF* est égal à *GFE*. Le Triangle *GFL* leur est commun, *EL* est égal à *LG* par la construction, *KG* est égal à *EF*, puisque *KG* est un rayon du Cercle, & que *EF* est moitié de *PF*, ou de *FH*, diametre de ce même Cercle; les Angles *KLG* & *ELF* sont droits; donc le Triangle *ELF* est égal au Triangle *KLG*; donc le Polygone entier *FKMSR* est égal à la différence du Polygone inscrit au circonscrit.

On voit que ce Polygone qui exprime la différence, est égal à celui qui seroit circonscrit au Cercle, dont le diametre seroit un des côtés du Polygone inscrit; car chacun des Triangles qui le composent, a pour hauteur *GL*, qui est un rayon de ce Cercle, & moitié du côté du Polygone inscrit. On tire de cette seconde partie du Théoreme le Corollaire suivant, qui est une proposition déja connue, mais qui servira dans la suite.

COROLLAIRE I.

Les Cercles inſcrits & circonſcrits aux Polygones réguliers ſont entre eux comme les Polygones ſemblables inſcrits & circonſcrits au Cercle, puiſqu'ils peuvent être regardés comme ayant pour diametres les côtés des Polygones alternativement inſcrits & circonſcrits au Cercle; ainſi le Cercle circonſcrit au Quarré, eſt au Cercle inſcrit, comme le Quarré circonſcrit au Cercle, eſt au Quarré inſcrit; & ainſi des autres.

COROLLAIRE II.

* Il ſuit de-là que ſi deux Cercles ſont, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit à un Polygone régulier, le Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés de ce Polygone, ſera égal à la différence des deux Cercles, c'eſt-à-dire, à la couronne compriſe entre deux.

COROLLAIRE III.

Si au lieu de deux Cercles, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit, ce ſont des Polygones ſemblables entre eux, mais différens de celui du milieu, ils ſeront en même rapport que les Cercles, & ſeront auſſi renfermés dans la même propoſition générale : c'eſt-à-dire, que ſi deux Octogones ſont, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit au Quarré, l'Octogone inſcrit au Cer-

* Fig. 2.

Cercle, qui aura pour diametre l'un des côtés du Quarré, sera égal à la différence des deux Octogones, ou à l'espece d'Anneau angulaire * *ABCD*.

Il faut remarquer qu'alors les Polygones inscrits & circonscrits à un autre Polygone, sont entre eux en même rapport que le Polygone du milieu considéré comme inscrit au Cercle, seroit à un Polygone semblable circonscrit au même Cercle; car puisque les Cercles inscrits & circonscrits aux Polygones sont entre eux comme des Polygones semblables inscrits & circonscrits au Cercle, il est évident que les Polygones inscrits & circonscrits à un autre, sont aussi en même rapport, puisqu'ils peuvent être considérés comme inscrits à ces mêmes Cercles.

COROLLAIRE IV.

Dans les Polygones pairs, si l'on tire des lignes *AB*, *CD*; *AE*, *FD*, &c. par l'extrémité de tous les côtés paralleles *AC*, *BD*, *AF*, *ED*, &c. du Polygone inscrit, ces lignes formeront par leur intersection un Polygone semblable † (*HIKL*) égal à la différence, puisqu'il sera renfermé entre les mêmes paralleles que celui qui auroit pour hauteur l'un des côtés du Polygone inscrit qu'on a vû lui être égal par le Théoreme.

Dans les Polygones impairs, il faut tirer une perpendiculaire sur l'une des extrémités de chaque côté du Polygone inscrit, & ces lignes formeront de même un Polygone semblable & égal

* Fig. 3. † Fig. 4.

égal à la différence ; la démonſtration eſt la même. On remarquera ſeulement, que comme dans le Triangle la différence eſt plus grande que le Triangle inſcrit, ces lignes ne ſe rencontrent point au dedans de l'inſcrit comme dans les autres Polygones, mais forment par leur prolongation des deux côtés, un Triangle plus grand que l'inſcrit, & moindre que le circonſcrit, comme on le voit *Fig.* 5.

Dans le Quarré les lignes tirées par l'extrémité des côtés paralleles du Quarré inſcrit, reforment ce même Quarré, parce que le Quarré circonſcrit eſt double de l'inſcrit, & que par conſéquent la différence eſt égale au Quarré inſcrit.

COROLLAIRE V.

Dans les Polygones impairs, le Trapeze $BMNH$ eſt égal au Triangle GMN, car on a vû que GMS eſt égal à GBH; or GMN eſt moitié de GBH, dont le Trapeze qui en eſt l'autre moitié, eſt égal à GDH.*

On peut auſſi trouver dans les Polygones pairs un Trapeze ſemblable, ſi l'on diſpoſe le Polygone qui exprime la différence, en ſorte que le côté du circonſcrit coupe deux de ſes côtés à Angles droits.

On peut déduire du 3e Corollaire le Problême ſuivant.

PRO-

* Fig. 1.

PROBLEME.

Décrire deux Polygones semblables, qui soient en même rapport qu'un autre Polygone quelconque circonscrit, à un semblable inscrit, & dont la différence soit exprimée par un Polygone semblable au premier.

* Si l'on veut avoir deux Triangles (*ABC*, *DEF*) qui soient l'un à l'autre comme 4 à 3, ou comme l'Hexagone circonscrit à l'Hexagone inscrit; on inscrira & circonscrira à l'Hexagone deux Cercles, & à chacun de ces Cercles on inscrira un Triangle; ces deux Triangles seront dans le rapport que l'on demande. Si on veut avoir un Triangle qui en exprime la différence, on l'inscrira dans un Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés (*HB*) de l'Hexagone.

DEMONSTRATION.

On a vû par le premier Corollaire, que les Cercles inscrits & circonscrits à un Polygone, sont entre eux comme ce Polygone inscrit au Cercle, est au circonscrit, & qu'alors le Cercle décrit sur l'un des côtés de ce Polygone comme diametre est égal à la différence; il est évident qu'il en est de même des Polygones semblables qui sont par la construction inscrits à ces mêmes Cercles.

Cette proposition est vraye dans tous les cas; car

* Fig. 6.

car si le Polygone auquel les deux autres sont, l'un inscrit, & l'autre circonscrit, est d'un moindre nombre de côtés, & que ce nombre soit une partie aliquote du nombre des côtés des deux autres, il n'y a nulle difficulté à les inscrire, ni à les circonscrire au Polygone du milieu, puisqu'alors pour circonscrire le Polygone du plus grand nombre de côtés à celui qui en a moins, il n'y a qu'à les circonscrire au même cercle; ainsi l'Hexagone circonscrit au Triangle, est circonscrit au même Cercle que le Triangle. Mais si le Polygone du milieu a un plus grand nombre de côtés, ou que l'un de ces nombres ne soit pas un multiple de l'autre, on ne pourra pas les inscrire régulierement: ils n'en seront cependant pas moins renfermés dans la proposition générale, car il faudra toûjours les inscrire aux Cercles qui seront, l'un inscrit & l'autre circonscrit à ce Polygone, & considérer alors le plus grand, comme s'il étoit effectivement circonscrit au Polygone du plus grand nombre de côtés, comme on le voit dans l'exemple que nous avons pris des deux Triangles, dont j'ai considéré le plus grand (*ABC*) comme circonscrit à l'Hexagone, parce qu'il est inscrit au Cercle qui est circonscrit à l'Hexagone.

Si l'on circonscrivoit réellement un Triangle à l'Hexagone, c'est-à-dire, au Cercle dans lequel l'Hexagone est inscrit, on auroit de nouveaux rapports qu'il est aisé de découvrir; ainsi dans cet exemple, le rapport du Triangle *KLM* au Triangle *DEF*, est composé du rapport du Triangle circonscrit à l'inscrit, & du rapport de l'Hexagone circonscrit à l'Hexagone inscrit, c'est-

c'eſt-à-dire, du rapport de 4 à 1 & de celui de 4 à 3, donc ils ſont entre eux comme 16 à 3, & ainſi des autres.

THEOREME II.

Soit un Polygone régulier inſcrit au Cercle, ſoient tirées des lignes du centre à tous les Angles, & ſur le milieu des côtés de ce Polygone; ſi l'on prend la moitié * (BC) *d'un des côtés du Polygone, que de ce point* C *on abaiſſe une perpendiculaire ſur la ligne* AD, *au point* D, *que de ce point on en abaiſſe une autre ſur la ligne* AE, *du point* E *une autre ſur la ligne* AF, *& ainſi de ſuite juſqu'à la derniere, qui ſera abaiſſée ſur la ligne* AB, *on aura une eſpece de Polygone ſpiral, dont le nombre des côtés ſera double plus un du nombre de ceux du Polygone régulier, & dont la valeur ſera exprimée par cette formule:*

$$f = \frac{a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}bb + a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \&c.$$

DEMONSTRATION.

On peut conſidérer cette figure comme formée par autant de Polygones moins un qu'elle a de côtés, & chacun de ſes côtés comme étant moitié de celui de chacun de ces Polygones pris ſucceſſivement, en commençant par le plus grand, car la ligne *CD*, perpendiculaire à la ligne *AB*, eſt moitié du côté

* Fig. 7.

té d'un Polygone ſemblable inſcrit au premier, & ainſi des autres : par conſéquent le Triangle ABC eſt au Triangle ACD, comme le Polygone circonſcrit dont il fait partie eſt au Polygone inſcrit ; il eſt clair que le même rapport regne dans tous les autres Triangles, ainſi on aura une Progreſſion géométrique continue, dont le nombre des termes ſera égal à celui des Triangles, c'eſt-à-dire, à deux fois le nombre des côtés du Polygone régulier, & le rapport ſera celui du Polygone circonſcrit au Polygone inſcrit.

Soit le premier Triangle $= a$, le ſecond $= b$, le troiſieme ſera $\frac{bb}{a}$ le quatrieme $\frac{b^3}{aa}$, &c. & le Polygone ſpiral, ou la ſomme de tous les Triangles ſera égale à $a + b + \frac{bb}{a} + \frac{b^3}{aa}$, &c. Ainſi mettant n pour le nombre des côtés, & réduiſant les fractions à même dénomination, on aura

$$f = \frac{a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}bb + a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \text{ \&c.}$$

On peut auſſi ſe ſervir de la formule ſuivante, dont le nombre des termes eſt fini.

$$f = \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - a^{n-2}b}.$$

DEMONSTRATION.

Le premier terme de la progreſſion étant a, le

le second b, le troisieme $\frac{bb}{a}$, le dernier sera $\frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$, la somme des antécédens sera $f - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$, la somme des conséquens sera $f-a$, donc on a cette proportion $f - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}} . f-a :: a . b$. d'où l'on tire $bf - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}} = fa - aa$, & ôtant la fraction : $a^{n-2} bf - b^{n-1} = fa^{n-1} - a^n$. faisant passer f dans un membre, $fa^{n-1} - a^{n-2} bf = a^n - b^n$, enfin dégageant f,

$$f = \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - a^{n-2} b}.$$

COROLLAIRE I.

* Ayant décrit le Polygone spiral $ABFH$, &c. si l'on porte sur AC la longueur de la ligne CB au point D, sur CB la longueur de la ligne CF au point E, sur CE la longueur CH au point G, & ainsi de suite, & qu'on tire les côtés DE, EG, GK, &c. paralleles aux côtés correspondans du Polygone spiral, on en décrira un semblable, qui sera au premier, comme le Polygone régulier inscrit,

* Fig. 8.

ſcrit, que j'appellerai *Générateur*, eſt au Polygone ſemblable circonſcrit.

DEMONSTRATION.

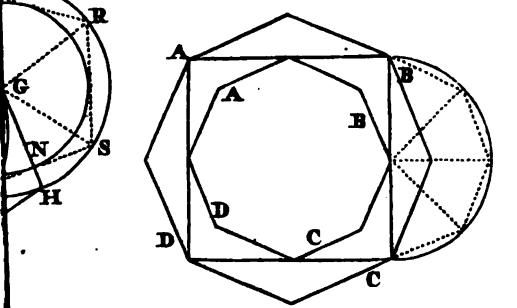
Le Polygone ſpiral intérieur eſt au Polygone ſpiral extérieur, comme le Triangle *CDE*, eſt au Triangle *CAB*; or le Triangle *CDE* eſt égal au Triangle *CBF*, puiſqu'ils ont chacun un Angle droit, & que par la conſtruction *CD* eſt égal à *CB*, & *CE* eſt égal à *CF*; il eſt évident que *CAB* eſt à *CBF*, comme le Polygone générateur circonſcrit, eſt au Polygone ſemblable inſcrit; donc *CDE* eſt à *CAB*, comme le Polygone régulier inſcrit eſt au circonſcrit; donc les Polygones ſpiraux ſont entre eux comme les Polygones générateurs, & le crochet *AD*, *BE*, *FG*, &c. en exprime la différence.

COROLLAIRE II.

Il ſuit de là, que dans les Polygones réguliers, dont le rapport du circonſcrit eſt exprimé par des nombres poſſibles, on aura la valeur du crochet: ainſi dans le Triangle, le crochet eſt quadruple du Polygone ſpiral intérieur; dans le Quarré, il lui eſt égal; dans l'Hexagone, il lui eſt comme 4 à 3, &c.

ME-

Fig. 3.



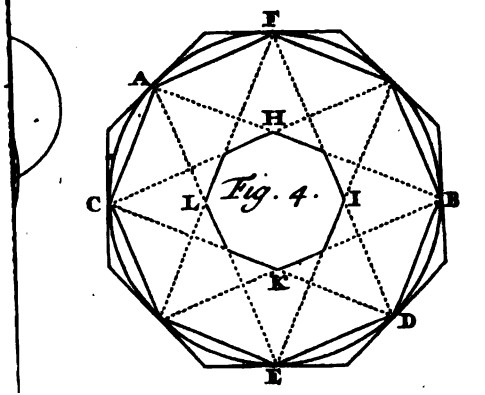


Fig. 4.

MEMOIRE

SUR

LES DENTS ET AUTRES OSSEMENS DE L'ELEPHANT, TROUVÉS DANS TERRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

C'EST une choſe très-remarquable, que parmi cette grande variété de corps hétérogenes, qu'on trouve dans la terre, ſouvent à des profondeurs ſi conſidérables qu'il eſt abſolument impoſſible qu'ils euſſent pû s'y former & y croître, il y ait beaucoup moins de productions de la terre que de la mer. On obſerve même, que parmi celles qui ne peuvent qu'avoir été originaires de la terre, le nombre des Végétaux excede celui des Animaux terreſtres & de leurs parties. Néanmoins l'Hiſtoire des ſiécles les plus reculés, & les relations particulieres de divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous apprennent que de tout tems, & preſque dans toutes les parties du monde, on a trouvé ſous terre des Dents, des Oſſemens, & même quelquefois des Squeletes entiers. Et il ne doit pas paroître ſurprenant,

que ceux qui étoient remarquables pour leur figure, & plus encore pour leur grandeur extraordinaire, ayent auſſi par-là même mérité une attention plus particuliere. En Irlande, par exemple, on a trouvé ſous terre le Bois, les Oſſemens, & des Squeletes preſque entiers d'une très grande eſpece de Cerf, qu'on prend communément pour le *Mouſe Deer*, comme les Anglois l'appellent, Cerf d'une grandeur extraordinaire, & dont l'eſpece, à ce qu'on prétend, ſubſiſte encore dans quelques parties du Continent de l'Amerique. Mais de tous les animaux terreſtres, dont on trouve les os ou les dépouilles ſous terre, je me bornerai dans ce Mémoire à l'Eléphant ſeul, & je me contenterai de parler des *Dentes exerti*, ou des Dents d'Yvoire, des Dents molaires, & d'autres Oſſemens foſſiles de cet animal.

Je commencerai par quelques morceaux aſſés curieux & ſinguliers, que j'ai dans mon propre Cabinet, & je paſſerai enſuite à ceux dont il eſt parlé dans divers Auteurs, qui ſont venus à ma connoiſſance.

N°. 116 (de mon Cabinet) eſt une Dent longue (*Dens exertus*,) ou Défenſe, pour me ſervir de ce terme, d'un Eléphant. Elle fut trouvée à douze pieds ſous terre dans une Carriere de gravier au bout de *Graysinnlane*, au Nord-Oueſt de la ville de Londres. M. Conyers, fameux Apothicaire, il y a environ quarante ans, & qui ſe plaiſoit beaucoup à ramaſſer toutes ſortes de curioſités, eut ſoin de la conſerver, en attachant de petits rubans, & des buſcs de Baleine autour de ce qui en étoit reſté entier. Comme la plus grande partie étoit tombée en mor-

morceaux, on ne sauroit déterminer rien de précis par rapport à sa longueur. * La piece la plus remarquable, & aussi la plus entiere, a 5 pouces & $\frac{5}{12}$ de long, & 9 pouces $\frac{6}{12}$ de circonférence, ce qui donne un peu plus de 3 pouces de diametre. Cette piece forma la base de la Dent, je veux dire cette partie par laquelle la Dent est articulée dans la tête de l'Eléphant. Ceci est évident, par une cavité en forme de cone, qui se trouve communément dans la base des Dents d'Yvoire, & qui dans celle-ci est remplie du sable graveleux de la Carriere d'où elle fut tirée.

L'état où l'on trouva cette Dent, me donne occasion de faire les deux remarques suivantes.

En premier lieu, son extrême fragilité, la facilité avec laquelle elle tomboit en pieces presqu'au simple toucher, j'ajoûterai encore une qualité astringente lorsqu'on l'approche de la langue, montrent combien les vapeurs souterraines sont capables de calciner des substances de cette nature. Plusieurs autres exemples confirment cette observation. Le grand Squelete d'un prétendu Géant, qu'on trouva proche de *Drepani* en Sicile, & dont *Boccace*, dans sa Généalogie des Dieux, nous a laissé une relation assés ample; ce remarquable Squelete éléphantin, qui fut tiré d'une Carriere proche de *Tonna* en Thuringe, & pour la description duquel nous sommes obligés au célébre M. *Tenzelius*; enfin deux autres Dents d'Eléphant, l'une longue, l'autre molaire, qui furent trouvées dans le Comté de Northampton, & dont je parlerai plus

* Fig. 2.

Plus au long ci-après, avoient tous subi le même changement. Il ne s'ensuit pourtant pas de là, que toutes les Dents ou tout Yvoire, qu'on trouve fossiles, soient calcinés de cette maniere; il y en a au contraire qui ont acquis dans les entrailles de la terre une dureté suffisante pour prendre une fine *polisure*. *Thomas Bartholin*, entre autres, parle d'une Dent fossile qui lui fut envoyée d'Islande, & qui se trouva tout-à-fait changée en caillou.

Elle peut servir, en second lieu, pour montrer que la structure de ces sortes de Dents, & conséquemment de l'Yvoire en général, est une composition de différentes couches, lames ou membranes qui s'enveloppent entre elles, & sont arrangées les unes sur les autres, à peu près comme les peaux d'un Oignon, ou les cercles annuels qu'on observe dans les troncs des Arbres, en les coupant horizontalement. * En effet, ces différentes couches paroissent visiblement dans la plus grande piece de la Dent en question; cette piece, comme j'ai remarqué ci-dessus, formoit la base de la Dent, & on y peut compter jusqu'à neuf couches, dont quelques-unes ont plus d'une ligne d'épaisseur. † Vers le bout de la Dent, où elle se termine en pointe, ces différentes couches aussi se réunissoient dans trois ou quatre principales, & d'une épaisseur assés considérable. Avec un peu de soin, toutes ces couches pourroient se diviser dans un nombre beaucoup plus grand de couches plus minces, dont quelques-unes ne passeroient pas peut-être l'épaisseur du parchemin.

* Fig. 1. † Fig. 2.

min. D'ailleurs, la maniere même dont cette Dent tomba en pieces, eſt une preuve aſſés évidente de ſa ſtructure, les morceaux étant concaves par dedans, & convexes par dehors, mais de telle maniere, que les arcs de convexité & de concavité ſont de véritables fragmens des cercles concentriques que ces couches formoient lorſqu'elles étoient entieres. Le ſavant *Thomas Bartholin* nous apprend dans ſon Traité *de la Licorne* [a], qu'une partie de la Licorne foſſile ayant été calcinée par ordre de *Chrétien IV*, Roi de Dannemarck, on la trouva pareillement compoſée de couches fort minces, qui ſe couvroient l'une l'autre. Il conclut de-là, avec beaucoup de raiſon, que la Licorne n'étoit pas, comme on prétendoit, la Corne d'un Animal, mais bien la Dent; & peu de tems après il eut une excellente occaſion de vérifier cette conjecture, quand *Thorlacus Scutonius*, Evêque d'Iſlande, envoya au fameux *Vormius* la Tête d'une eſpece ſinguliere de Baleine des Mers du Nord, appellée *Narvhal*, où une de ces Dents, qui reſſembloit ſi bien à la Licorne foſſile qu'on ne pouvoit douter que l'une & l'autre ne fuſſent la même choſe, étoit actuellement jointe au Crâne. Cependant on ne ſauroit regarder cette ſtructure comme un effet de la calcination, ſoit par les vapeurs ſoûterraines, ſoit par une opération chimique: une coupe horizontale d'une Dent d'Eléphant (N°. 1181 de mon Cabinet) montre qu'elle eſt naturelle à l'Yvoire; mais cela paroît encore plus évi-

[a] *De Unicornu obſervationes novæ, p.* 102.

évidemment par une autre piece (marquée 731) où ces couches, par quelque maladie particuliere, ſe trouvent actuellement ſéparées les unes des autres, & reſſemblent à des feuilles de parchemin, tandis que l'autre bout de la même piece eſt un morceau d'Yvoire uni & ſain. Les Dents d'un jeune Eléphant, qui mourut dans ce Païs-ci il y a quelque tems, prouvent la même choſe; la couche extérieure, qui étoit un peu humide, s'étant caſſée en divers endroits, à meſure que les Dents ſe ſéchoient, & s'étant enſuite détachée vers le bout.

* N°. 750 (de mon Cabinet) eſt partie d'une autre Dent d'Eléphant; elle me fut envoyée du Comté de Northampton, par le Révérend M. *Morton*, qui dans ſon Hiſtoire naturelle de ce Comté † en donne la deſcription ſuivante: „ En creuſant, dit-il, il y a „ quelque tems, dans *Bowdon parva* champ, „ on trouva une Dent d'Eléphant fort extra- „ ordinaire; c'étoit une de celles qui ſortent „ de la Mâchoire ſupérieure de cet animal, „ & qui, à cauſe de leur grandeur & de leur „ longueur, ont été priſes par quelques Ecri- „ vains pour des Cornes. Il y avoit juſqu'à „ ſa couleur naturelle, qui s'étoit conſervée „ en quelque maniere: mais elle étoit deve- „ nue fort fragile, pour avoir été long-tems „ ſous terre; des ouvriers, en la tirant de- „ hors, l'avoient caſſée en trois ou quatre „ morceaux, dont deux des plus grands, „ ayant

* Fig. 5.

† *Natural hiſtory of Northampton-ſhire*, p. 232.

, ayant été heureuſement venus entre les
, mains de M. *Haldford*, il eut la bonté de
, m'en faire préſent. Le plus grand de ces
, morceaux avoit un peu plus d'une aulne
, d'Angleterre de long, & le plus petit à
, peu près deux pieds. A en juger par ce
, qui étoit reſté, la Dent entiere ne pouvoit
, pas avoir eu moins de ſix pieds de longueur.
, La partie la plus épaiſſe du plus grand mor-
, ceau dans ma poſſeſſion avoit ſeize pouces
, de tour. On trouva la Dent à plus de cinq
, pieds ſous terre, & les *ſtrata*, ou couches,
, depuis la ſurface de la terre juſqu'à l'en-
, droit où elle fut trouvée, étoient diſpoſés
, de la maniere ſuivante. 1. Treize ou qua-
, torze pouces de terre noire labourable.
, 2. Un pied & demi de terre graſſe. 3. Deux
pieds & demi de grands cailloux avec un
petit mêlange de terre. 4. Argile bleuâtre,
dans la partie ſupérieure de laquelle la Dent
fut trouvée ". Juſques-là la deſcription de
e M. *Morton*. J'ajoûterai ſeulement, que le
ıorceau qui eſt entre mes mains, a des mar-
ues fort viſibles, non ſeulement de la cal-
nation que la Dent avoit ſubie ſous terre,
ais encore de ſa ſtructure S. S. S. ou par
ouches, telle que je l'ai décrite ci-deſſus.

* N°. 1185, eſt le *Dens exertus*, Dent
ngue, ou Dent d'Yvoire d'un Eléphant,
marquable pour ſa grandeur, & pour s'être
bien conſervée. Elle fut trouvée ſous terre
Sibérie. M. *Bell*, habile Chirurgien, l'ap-
rta de de-là, & me la donna. Il l'avoit eue
en

' Fig. 6.

en preſent de la femme du Gouverneur Général de la Siberie, qu'il avoit guerie en paſſant par le païs avec la Caravane qui alloit de Moſcou à la Chine. Elle eſt fort entiere, d'une couleur approchante du brun, & on y remarque fort diſtinctement la cavité en forme de Cone, qui ſe trouve ordinairement à la baſe de ces ſortes de Dents, comme auſſi à celle de la Licorne. D'ailleurs, on n'a qu'à la regarder, pour être convaincu que c'eſt une Dent d'Eléphant. Par dehors, depuis la baſe *B* par *c* juſqu'au bout *E*, elle a 5 pieds 7 pouces de long, & 4 pieds 10 pouces par dedans en *A d E*. Le bord intérieur de la baſe *A* eſt éloigné de l'extrémité *E* de 3 pieds 10 pouces & $\frac{1}{2}$ en ligne droite. Tout proche de la baſe, dans l'endroit le plus épais, elle a 1 pied 6 pouces de circonférence, & 6 pouces de diametre. Elle peſe 42 livres, poids d'Angleterre, à 16 onces la livre.

On trouve beaucoup de ces Dents, & d'autres oſſemens de ce même animal, c'eſt-à-dire de l'Eléphant, en divers endroits de la Sibérie; & il ſe fait même un aſſés gros commerce avec les Dents qu'on vend pour de l'Yvoire par toute la Ruſſie. *Henri Guillaume Ludolf* dans l'Appendice à ſa Grammaire Ruſſienne, imprimée à Oxford, en fait mention * parmi les Minéraux de la Ruſſie, ſous le nom de *Mammotoroikoſt*, & il rapporte que, ſelon l'opinion de la plûpart des Ruſſiens, ce ſont les Dents & les oſſemens d'un Animal qui

* *Pag.* 92.

qui vit ſous terre, & qui ſurpaſſe de beaucoup en grandeur tous ceux qui vivent ſur terre. Les Médecins s'en ſervent au lieu de la Licorne, & dans les mêmes maladies; & M. *Ludolf* ayant eu une piece en préſent d'un de ſes amis, qui diſoit l'avoir reçûe d'un Ruſſien, homme de qualité, retourné depuis peu de la Sibérie, il trouva que c'étoit du véritable Yvoire: il ajoûte pourtant que ceux parmi les Ruſſiens, qui ont plus de ſens, ſoûtiennent que ce ſont des Dents d'Eléphant, apportées dans ce païs, & laiſſées là par les eaux du tems du Déluge Univerſel.

Everardt Isbrants Ides, que le feu Czar envoya en Ambaſſade à la Cour de la Chine, donne une deſcription ſi ample & ſi circonſtanciée de ces Dents, & d'autres oſſemens foſſiles de cet animal qu'on trouve en Sibérie, que j'ai cru devoir la tranſcrire toute entiere, telle qu'elle ſe trouve dans la Relation de ſon Voyage de Moſcou à la Chine *: „ C'eſt „ dans les Montagnes, dit-il, qui ſont au „ Nord-Eſt de cette Riviere, la *Keta*, qui „ arroſe *Makofskoi*, & va enſuite ſe perdre dans „ l'*Oby*, qu'on trouve les Dents & les os des „ *Mammuts*. On en trouve auſſi ſur les rivages du Fleuve *Jenizea*, des Rivieres de „ *Trugan*, *Mangaſea*, *Lena*, aux environs de „ la ville de *Jakutskoy*, & juſqu'à la Mer Glaciale. Toutes ces Rivieres paſſent au travers des Montagnes dont nous venons de „ parler; & dans le tems du dégel elles ont „ un cours de glace ſi impétueux, qu'elles

„ ar-

* *Recueil des Voyages au Nord, tome 8. p. 42.*

„ arrachent les Montagnes, & roulent avec
„ leurs eaux des pieces de terre d'une groſ-
„ ſeur prodigieuſe, ce qui découvre au milieu
„ de ces Montagnes les Dents de *Mammut*,
„ & quelquefois des *Mammuts* tout entiers.
„ Un Voyageur, qui venoit avec moi à la
„ Chine, & qui alloit tous les ans à la recher-
„ che des Dents de *Mammuts*, m'aſſûra qu'il
„ avoit trouvé une fois dans une piece de ter-
„ re gelée la Tête entiere d'un de ces ani-
„ maux, dont la chair étoit corrompue; que
„ les Dents ſortoient hors du muſeau, droi-
„ tes comme celles d'un Eléphant, & que
„ lui & ſes compagnons eurent beaucoup de
„ peine à les arracher, auſſi bien que quel-
„ ques os de la tête, & entre autres celui
„ du cou, lequel étoit encore comme teint
„ de ſang; qu'enfin ayant cherché plus avant
„ dans la même piece, il y trouva un pied
„ gelé d'une groſſeur monſtrueuſe, qu'il por-
„ ta à la ville *Trugan*: ce pied avoit, à ce que
„ ce Voyageur me dit, autant de circonfé-
„ rence qu'un homme d'une taille médiocre
„ au milieu du corps. Les gens du païs, *con-*
„ *tinue M. Ides*, ont diverſes opinions au ſu-
„ jet de ces Animaux. Les Idolâtres, com-
„ me les *Jakutes*, les *Tunguſes*, & les *Oſtia-*
„ *kes*, diſent que les *Mammuts* à cauſe du
„ grand froid, ſe tiennent dans des ſoûter-
„ rains fort ſpacieux, dont ils ne ſortent ja-
„ mais, qu'ils peuvent aller çà & là dans ces
„ ſoûterrains; mais que lorſqu'ils paſſent dans
„ un lieu, le deſſus de la caverne s'éleve,
„ & s'abîmant enſuite, forme dans cet en-
„ droit un précipice profond, ainſi que ces

„ Sau-

„ Sauvages assûrent l'avoir vû souvent. Ils
„ sont aussi persuadés qu'un *Mammut* meurt
„ aussi-tôt qu'il voit ou qu'il respire l'air du
„ jour, & ils soûtiennent que c'est ainsi que
„ périssent ceux qu'on trouve morts sur les
„ rivages des Rivieres voisines de leurs soû-
„ terrains, où ces animaux s'avancent quel-
„ quefois inconsidérément. Telles sont les
„ fictions de ce peuple, qui au reste n'a ja-
„ mais vû de *Mammuts*. Les vieux Russes de
„ Sibérie disent & croyent que les *Mammuts*
„ ne sont autre chose que des Eléphans,
„ quoique les Dents qu'on trouve, soient un
„ peu plus recourbées, & un peu plus ser-
„ rées dans la mâchoire, que celles de ces
„ derniers animaux. Voici quels sont là-
„ dessus leurs raisonnemens: Avant le Dé-
„ luge, disent-ils, leur païs étoit fort chaud;
„ il y avoit quantité d'Eléphans, lesquels
„ ayant été noyés comme toutes les autres
„ créatures, floterent sur les eaux jusqu'à
„ l'écoulement, s'enterrerent ensuite dans
„ le limon. Le climat étant devenu froid
„ après cette grande révolution, le limon
„ gela, & avec lui les corps d'Eléphans,
„ lesquels se conservent ainsi sans corruption
„ jusqu'à ce que le dégel les découvre. Cet-
„ te opinion n'a rien d'absurde, si l'on en ex-
„ cepte le changement du climat, puisqu'il
„ peut fort bien être arrivé que les eaux du
„ Déluge qui couvroient tout l'Univers,
„ ayent transporté dans ce païs des corps
„ d'Eléphans, qui s'y sont ensuite congelés
„ avec la terre. Quoi qu'il en soit, il est cer-

„ tain

„ tain qu'on trouve en Eté des Dents de *Mammuts*, dans les endroits que j'ai nommés. „ Il y en a qui ſont noires & caſſées, vraiſemblablement pour avoir reſté ſur les rivages expoſées à l'air pendant tout l'Eté: „ celle-ci ne ſervent à aucun uſage; mais les „ belles valent autant que l'Yvoire, & on les „ tranſporte en Moſcovie, où l'on en fait „ des peignes, & d'autres ouvrages fort eſtimés. Le Voyageur dont j'ai parlé plus „ haut, me dit qu'il avoit autrefois trouvé „ dans une tête, deux Dents peſant enſemble 12 livres de Ruſſie, qui font environ „ 400 livres d'Allemagne. Le *Mammut* à qui „ ces Dents ont appartenu, devoit avoir été „ d'une groſſeur extraordinaire; car les Dents „ qu'on trouve communément ſont beaucoup moindres que celles dont nous venons de parler. Au reſte, de toutes les perſonnes à qui je parlai des *Mammuts*, aucune ne put m'aſſûrer d'en avoir vû en vie, „ ni m'apprendre de quelle figure ils ſont „ faits. ". Juſqu'ici c'eſt la deſcription de M. *Ides*. Je n'ai qu'une remarque à faire là-deſſus, qui eſt que ce qu'il rapporte des Dents noires & caſſées, pourroit ſervir de Commentaire ſur le paſſage ſuivant de Pline: * *Theophraſtus autor eſt, & Ebur foſſile candido & nigro colore inveniri, & oſſa è terrâ naſci, inveniriquo lapides oſſeos.*

Laurence Lang, dans le Journal de ſon voyage à la Chine, où il fut envoyé par le feu Czar dans l'année 1715, fait pareillement mien-

* *Hiſt. Nat. lib.* 36. *c.* 18.

nention de ces os *, & dit qu'on les trouve aux environs de la Riviere *Jeniſei* & proche de *Mangaſea*, le long des rivages & dans les creux que laiſſent dans les montagnes des grands morceaux de terre, que le cours impétueux des Rivieres emporte dans le tems du dégel. Il les appelle *os de Maman*, & rapporte deux autres opinions des habitans du païs là-deſſus. Les uns prétendent, à ce qu'il dit, que ce ne ſont pas des véritables Dents, ou os, mais bien une eſpece de Corne foſſile qui a cru dans la terre: d'autres au contraire ſoûtiennent que ce ſont les os du *Behemoth*, & que la deſcription que Job nous a laiſſée de cet animal dans le quarantieme chapitre, s'accorde parfaitement bien avec leur *Maman*, & que ſur-tout un prétendu paſſage, où il eſt dit *que le* Behemoth *eſt attrapé par ſes propres yeux*, a beaucoup de rapport à la tradition commune des habitans idolâtres de la Sibérie, que le *Maman* ou *Mammut* meurt auſſi-tôt qu'il voit la lumiere du jour. M. *Lang* ajoûte ſur le rapport, à ce qu'il dit, de gens dignes de foi, qu'on a trouvé quelquefois de ces Dents, des os de la Mâchoire & des Côtes, où il y avoit encore du ſang & de la chair toute fraiche. *Jean Bernard Muller*, dans ſa Relation des mœurs & des uſages des *Oſtiakes* †, confirme cette obſervation, & nous aſſûre poſi-
„ tivement qu'on a remarqué que ces Cor-
„ nes (comme il les appelle) étoient ſan-
„ glan-

* *Etat preſent de la Ruſſie, vol. 2. p. 14. de l'Edition Angloiſe.*

† *Ibid. p. 52. &c. Recueil des Voyages au Nord, tome 8. p. 284.*

„ glantes, lorſqu'on les caſſoit à la racine „ où elles ſont creuſes, & que cette cavité „ étoit remplie d'une matiere ſemblable à du „ ſang caillé ". Le même Auteur, entre autres particularités, rapporte qu'on a ſouvent trouvé avec des Cornes, des Crânes, & des Mâchoires avec les Dents mâchelieres, qui y tenoient encore, le tout d'une prodigieuſe grandeur; qu'il en a vû lui-même avec ſes amis, & qu'il en a trouvé une qui peſoit 20 ou 24 livres & davantage. Il donne auſſi la deſcription de ce *Maman*, ſur le rapport de pluſieurs perſonnes qui l'aſſûroient qu'elles avoient vû de ces animaux dans les cavernes de hautes montagnes au-delà de *Berelowa*. Mais comme cette deſcription paroît fort fabuleuſe, & que d'ailleurs l'Auteur lui-même n'a pas crû devoir y ajoûter foi, je n'ai pas jugé à propos de l'inſerer ici. Au reſte il nomme *Iakatskoy*, *Beroſowa*, *Mangaſea* & *Obder*, & en général les parties les plus froides de la Sibérie, parmi les endroits où l'on trouve de ces os de *Maman*, dont les gens du païs font diverſes ſortes d'ouvrages.

L'Auteur de l'Etat préſent de la Ruſſie * remarque que quelques-uns des priſonniers Suédois que le Czar avoit exilés en Sibérie, gagnoient leur vie dans ce païs-là, en faiſant des tabatieres, & d'autres petits ouvrages en yvoire, de ces mêmes Dents; & dans un autre endroit † il en fait mention parmi les marchan-

* *Vol.* I. *p.* 12. *de l'Edition Angloiſe.*
† *Pag.* 78.

chandiſes de la Sibérie, dont le Czar s'étoit reſervé le monopole.

La plûpart des obſervations que je viens de rapporter ſur les os & les Dents du Mamout (au moins les plus eſſentielles) ſe confirment par une Lettre de *Baſile Tatiſchou*, Directeur général des Mines de Sibérie, & Conſeiller de Sa Majeſté Czarienne au Conſeil Métallique, écrite au célébre *Elrick Benzelius*, à préſent Evêque de Gotheburg, & imprimée dans les *Acta Litteraria Sueciæ* *, où il fait mention des pieces ſuivantes, qu'il avoit eues dans ſa propre poſſeſſion: Une grande Corne, comme il l'appelle, qui peſoit 183 livres, & qu'on garde à preſent à Petersburg dans le Cabinet de Curioſités de Sa Majeſté Czarienne, à laquelle il avoit eu l'honneur de la préſenter: Une autre grande Corne qu'il avoit préſenté à l'Académie Imperiale de Petersburg: Une autre Corne beaucoup plus grande qu'aucune des deux précédentes, & dont l'yvoire étoit d'un fort bon grain & d'une belle blancheur; il avoit fait couper celle-ci en morceaux & l'avoit travaillée lui-même: Une partie du Crâne de l'animal gâtée par le tems, mais qui lui paroiſſoit être de la grandeur de la tête d'un grand Eléphant; l'os du Crâne étoit fort épais, & avoit une petite excreſcence à chaque côté, à l'endroit d'où les Cornes ſortent ordinairement; excreſcence pourtant qui ne paroiſſoit pas aſſés conſidérable à l'Auteur pour oſer affirmer qu'il y eût jamais eu des Cornes attachées; la cavité

* 1725. *Trimeſtre ſecund. p.* 36.

vité qui contenoit la cervelle étoit fort petite à proportion de la grandeur de la tête; il avoit trouvé en outre un os ſpongieux, long d'un pied & demi, large de trois pouces, & attaché à une partie du Crâne; la figure de cet os étoit telle, que M. *Tatiſchou* jugea qu'il avoit ſervi de baſe à une des Cornes, ce qu'on obſerve auſſi dans d'autres animaux qui portent des Cornes: Enfin, une Dent molaire longue de dix pouces, large de ſix. L'Auteur paſſe ſous ſilence pluſieurs des Côtes, les os de la Cuiſſe, les os de la Jambe, & quelques autres os qu'il avoit trouvés de tems en tems. Quant aux cavités que, ſelon le rapport des habitans Payens de la Sibérie, ces animaux font en ſe promenant ſous terre, M. *Tatiſchou* prit beaucoup de ſoin de s'en informer, & il trouva que c'étoient des cavernes formées par des torrens, & des cataractes ſoûterraines qui rongeoient tellement les endroits par où ils paſſent, qu'enfin le terroir qui eſt par-deſſus s'enfonce. Voilà ce que j'ai trouvé de remarquable dans la Lettre de M. *Tatiſchou*. Je ne puis m'empêcher d'ajoûter, que quoique l'Auteur aye laiſſé la queſtion ſur l'origine de ces os indéciſe, ſes obſervations ne laiſſent pas de confirmer l'opinion de ceux qui croyent que ce ſont des os des Eléphans noyés dans un Déluge univerſel, & que ce qu'il appelle des Cornes ſont des Dents d'yvoire. On peut eſperer que cette matiere s'éclaircira encore davantage, après les ordres qu'il a plû à feu Sa Majeſté Czarienne de donner au Gouverneur-général de la Sibérie, de n'épargner ni ſoin, ni dé-

dépense pour trouver un Squelete entier de ce Mamout, & pour l'envoyer à M. *Tatischou*.

J'ajoûterai encore, avant que de passer outre, une observation de Corneille le Brun, tirée de ses voyages par la Russie aux Indes Orientales, où il nous informe qu'on avoit trouvé aux environs de *Veronitz* plusieurs Dents d'Eléphant presque sur la surface de la terre. On étoit en suspens de quelle maniere elles pouvoient être venues là; mais le Czar conjectura qu'Alexandre le Grand après avoir passé le *Tanais* ou *Don*, s'étoit avancé jusqu'à *Kostinka*, petite ville à huit werstes de Veronitz, ce devoient être probablement les Dents de quelques-uns de ses Eléphans qui avoient péri là: en quoi personne ne s'avisa de le contredire.

N°. 764 de mon Cabinet, est une des Dents molaires d'un Eléphant. Elle fut trouvée pareillement dans le Comté de Northampton, & elle a été si bien décrite par le Reverend M. *Morton* dans son Histoire naturelle de ce Comté, que je ne saurois mieux faire que de traduire sa description. „ Au Nord, dit-il *, „ c'est-à-dire, au Nord de l'endroit où l'on „ avoit trouvé la Dent d'yvoire, dont nous „ avons parlé ci-dessus) à 50 verges ou en„ viron, on trouva aussi une Dent molaire „ d'un Eléphant, peut-être du même à qui „ la Dent d'yvoire avoit appartenu. Toute „ la Dent, au moins toutes les pieces que „ j'en pouvois trouver, (car on l'avoit cassé „ en

* *Natural Hist. of Northamptonshire*, c. 3. S. 135. p. 252.

„ en trois ou quatre morceaux en la tirant
„ dehors,) étant miſes enſemble de la ma-
„ niere qu'elles devoient l'avoir été naturel-
„ lement, faiſoient un compoſé de treize ou
„ quatorze lames paralleles, chacune des-
„ quelles égaloit la Dent en longueur & preſ-
„ que auſſi en épaiſſeur. Ces lames ne ſont
„ pas ſi viſibles dans les Dents naturelles,
„ entieres & ſaines d'un Eléphant en vie, é-
„ tant alors couvertes d'une eſpece de crou-
„ te blanche & oſſeuſe, qui s'étoit preſque
„ entierement conſumée dans cette Dent foſ-
„ ſile, en ſorte que les lames dont elle étoit
„ compoſée devenoient par-là plus expoſées
„ à la vûe. Elle n'étoit pas pourtant d'une
„ égale longueur ou hauteur, mais proche
„ du milieu où elle étoit plus longue que
„ vers les deux extrémités, elle avoit exacte-
„ ment ſept pouces depuis la baſe juſqu'à la
„ racine. Dans l'endroit le plus épais de la
„ racine, qui étoit auſſi proche du milieu,
„ elle avoit près de trois pouces d'épaiſſeur;
„ ſa largeur d'une extrémité à l'autre, étoit
„ d'un peu plus de huit pouces, & c'eſt cet-
„ te largeur qui renferme tout le rang des
„ lames. Au reſtes ces lames ne ſont pas
„ immédiatement contiguës, mais il y a une
„ autre lame plus mince, d'une couleur plus
„ blanche, & d'une contexture moins com-
„ pacte, entre deux. Trois ou quatre des la-
„ mes, principalement de celles qui ſont à
„ une extrémité de la Dent, ſont comme
„ ondées en haut; celles-ci ſont preſque auſſi
„ larges au haut qu'en bas vers la racine de
„ la Dent, où elles ſont fort émouſſées. Les

„ au-

„ autres ſe terminent inſenſiblement en pointe, & deviennent plus petites à meſure qu'elles s'approchent de l'autre extrémité: celles-ci ſont auſſi un peu recourbées les unes ſur les autres. Chacune de ces lames ſe diviſe vers le haut comme dans une des Dents plus petites, & c'eſt par-là qu'elles ſe terminent de côté-là. La Dent que nous venons de décrire, fut trouvée à la profondeur de douze pieds. Les couches depuis la ſurface juſqu'à l'endroit où l'on la trouva, étoient diſpoſées de la maniere ſuivante. 1. Seize pouces de terre graſſe noirâtre. 2. Cinq pieds de terre ſablonneuſe avec un mélange de cailloux. 3. Un pied de ſable noir avec un mélange de petites pierres blanches. 4. Eſpece de gravier mince & plus ſablonneux, un pied. 5. Gravier meilleur, deux pieds. C'eſt dans cette couche de gravier que l'on trouva la Dent à la profondeur d'un pied & demi. Plus bas il y avoit une terre bleue". Ici finit la deſcription de M. *Morton*. On n'a qu'à regarder cette Dent, pour être convaincu du changement qu'elle a ſubi dans la terre, & qui l'a réduite au même état que nous avons remarqué ci-deſſus dans la Dent d'Yvoire qui fut trouvée pas loin de-là dans *Browdon parva* champ.

N°. 119, 120, ſont deux fragmens d'une grande Dent molaire, qui paroît auſſi avoir appartenu à un Eléphant. Ces deux morceaux ſont tout-à-fait changés en caillou fort dur.

N°. 121, eſt une partie d'une Dent molaire

laire d'un Eléphant, remarquable pour ſes lames ondées, qui ſe ſerrent de fort près.

N°. 122, eſt une autre partie d'une Dent molaire, différente un peu des Dents molaires de l'Eléphant. L'une & l'autre ont des marques fort évidentes d'avoir été tirées de la terre; & celle-ci a cela de particulier, qu'une matiere pierreuſe s'étoit engagée entre les lames, ce qui les a un peu ſéparées l'une de l'autre.

N°. 427 de mon Cabinet, des Quadrupedes & de leurs parties, eſt une piece du Crâne d'un Eléphant, qui fut trouvé à Glocester quelque tems après l'an 1630. On avoit trouvé quelques Dents au même endroit, dont les unes avoient cinq, les autres ſept pouces de circonférence, à ce qui paroît par une courte inſcription ſur cette même piece.

Je viens à la ſeconde partie de ce Mémoire, où je me propoſe de faire quelques remarques ſur les Relations que divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous ont laiſſé de grandes Dents & autres grands oſſemens trouvés ſous terre preſque dans toutes les parties du Monde, ce qui me donnera occaſion d'examiner un peu les Squeletes, ou parties des Squeletes qu'on montre par-ci par-là pour des monumens indubitables de l'exiſtence de prétendus Géans.

On peut bien conjecturer en général, que la plûpart de ces Dents ou os de prétendus Géans, ne ſont en effet que les Dents & les os des Eléphans, des Baleines, de l'Hippopotame, ou de quelque autre bête, quand d'ailleurs leur deſcription ne ſeroit pas aſſés étea-

étendue pour faire voir préciſément à quel animal elles avoient appartenu. C'eſt un grand préjugé en faveur de cette conjecture, qu'il y a de ces os & de ces Dents, qui après avoir paſſé long-tems pour des os & des Dents de Géans, ont été à la fin, après un examen plus circonſpect, reconnues pour des Dents & os des Eléphans ou de Baleines. J'aurai occaſion d'en donner des exemples. Il n'y a pas long-tems qu'on montra les os de la Nageoire du devant d'une Baleine, pour le Squelete de la Main d'un Géant. J'ai dans mon propre Cabinet (N°. 1027 de la collection des Animaux & de leurs parties),* la Vertebre d'une grande Baleine, qu'on m'apporta du Comté d'Oxford, où elle fut trouvée dans une Carriere, & avoit ſervi pendant quelque tems d'eſcabeau au poſſeſſeur. Il eſt très-certain que ſi l'on avoit fait paſſer cette Vertebre pour la Vertebre d'un Homme, & ſi l'on s'étoit ſervi de la proportion qu'elle a aux Vertebres & à d'autres parties du Squelete humain pour le fondement d'un calcul, pour déterminer la grandeur du Squelete entier, on auroit trouvé un beaucoup plus grand que n'étoit peut être aucun de ceux dont il eſt parlé dans l'Hiſtoire. Je ne ſaurois m'empêcher de remarquer ici, que ce ſeroit un objet fort digne de l'attention des habiles Anatomiſtes, que de faire une eſpece d'Anatomie comparative des os; je veux dire, d'obſerver avec un peu plus d'exactitude qu'on n'a fait juſqu'ici, quel rapport ont entre eux les Sque-

* Fig. 70.

Squeletes & les diverſes parties des Squeletes de l'Homme & des Animaux, ſoit par rapport à leur grandeur, ou à leur figure, ou à leur ſtructure, ou enfin à toute autre qualité. Cela nous meneroit certainement à un grand nombre de belles découvertes, & c'eſt d'ailleurs une de ces choſes qui paroiſſent encore manquer à la perfection où l'on a porté l'Anatomie de nos jours. La même Vertebre, dont nous venons de parler, me fournit une preuve de l'utilité qu'on pourroit tirer de ces ſortes d'obſervations. Elle différe en bien des choſes des Vertebres de l'Homme & des Animaux terreſtres, comme ſont les Vertebres de Baleines & de Poiſſons Cétacées en général; & pour peu qu'on y faſſe d'attention, on pourra aiſément les diſtinguer les unes des autres. Le corps de la Vertebre eſt fort conſidérable, & beaucoup plus grand à proportion. Les *Proceſſus* ou Apophyſes tranſverſales ſortent du milieu du corps à chaque côté, à une diſtance conſidérable des autres. Les Apophyſes obliques deſcendantes y manquent entierement. Le trou par où paſſe la moëlle eſt formé par les Apophyſes obliques aſcendantes & l'Apophyſe épineuſe; & comme dans l'Homme ce trou eſt preſque au milieu de la Vertebre, il eſt ici comme à une des extrémités. Le devant du corps de la Vertebre eſt fort raboteux, rempli de creux & des éminences qui répondent ou reçoivent les creux & les éminences d'un os rond, enſorte qu'il y a deux os ronds placés entre chaque Vertebre, qui ſont articulés entre eux-mêmes par le moyen d'un cartilage fort, & aſſés

assés épais, & cela vrai-semblablement pour faciliter le mouvement de ces animaux, & particulierement la flexion.

Mais pour revenir de cette petite digression, il y a plusieurs Squeletes qui furent trouvés sous terre dans diverses parties du Monde, & dont il est parlé dans les Auteurs qui nous en ont laissé quelque Relation, comme des Squeletes des Géans, & des preuves de leur existence, que je soupçonnerois plutôt, comme je viens de remarquer ci-dessus, avoir été les Squeletes des Eléphans, de Baleines, ou de quelque autre grande bête marine ou terrestre. Il me paroît que les Squeletes suivans sont de ce nombre: Les Squeletes de Géans de 12, de 20 & 30 *cubiti* de hauteur, dont il est parlé dans Philostrate *: Le Squelete haut de 46 *cubiti*, qu'on trouva, selon Pline †, dan la Caverne d'une Montagne en Crete, lorsqu'elle fut renversée par un tremblement de terre: Le Squelete de 60 *cubiti* de hauteur, dont parle Strabon dans sa Géographie ‡, qui fut trouvé aux environs de *Tingis* (aujourd'hui *Tanger*) en Mauritaine, & qu'on prit pour le Squelete d'*Anteus:* Le prétendu Squelete de Pallas, qu'on trouva à Rome l'an 1500, & qui étoit plus haut que les murailles de cette Ville: Enfin le Squelete qui, selon *Simon Majolus*, fut trouvé en Angletere l'an 1171: *Longè antè Fulgosi jæculum* (ce sont les propres paroles de cet Auteur §) *annis plus trecentis, anno*

* *In suis Heroicis.*
† *Hist. Nat. lib. 7. c. 16.*
‡ *Lib. 17.*
§ *Dierum Canicularium, colloq. 2. p. 36.*

anno scilicet 1171, *in Angliâ, illuvione fluminis, vetusta sunt humati olim Hominis ossa adhuc ordine composita: longitudo totius corporis inventa est longa ad pedes quinquaginta.*

Il y en a d'autres Squeletes, ou parties de Squeletes, dont on pourroit dire, à n'en juger que par leur description, que non seulement elles n'avoient jamais appartenu à l'Homme, mais avec beaucoup de probabilité à l'Eléphant, quoi que d'ailleurs on ne sauroit l'assûrer positivement. S^t. Augustin*, en parlant de l'existence & des grandes actions des Géans avant le Déluge, rapporte pour preuve de ce qu'il y avance, que lui-même avec plusieurs autres personnes avoit vû à Utique sur le bord de la mer la Dent molaire d'un homme, de taille ordinaire; on en auroit pu faire pour le moins une centaine. *Hierome Magius* †, quoique lui-même fût rempli de préjugé en faveur de l'existence des Géans, conjecture néanmoins que cette Dent, dont S^t. Augustin parle, pourroit bien avoir été la Dent d'un Eléphant, ou de quelque bête marine, plutôt que celle d'un homme. Mais *Louis Vives* dans son Commentaire sur ce passage de S^t. Augustin, rapporte que dans l'Eglise de S^t. Christophe à Hispella, on lui avoit montré une Dent plus grande que son poignet, & qu'on prétendoit que c'étoit la Dent de ce grand Saint, peut-être avec autant de raison, qu'on montroit dans une Eglise à Venise un os d'épaule d'une grandeur ex-

* *De Civit. Dei, lib.* 15. *c.* 9. *citatus per Cassanionem & Lambecium.*

† *Miscellaneorum l.* 1. *c.* 2. *p.* 17.

ttraordinaire, pour l'os de l'épaule du mê-
ie Saint, ſelon ce qu'en rapporte *Hierome Lagius* *.

Il y a bien de l'apparence que le Squelete 'un prétendu Géant qu'on trouva en creu- ant les fondemens d'une maiſon proche de *Trapani*, Château en Sicile, & dont Boccace, ans ſa Généalogie des Dieux †, nous a laiſ- é une relation, étoit un Squelete éléphan- in. Car quoique la plûpart des os par la ongueur du tems & la force des vapeurs ſoû- erraines fuſſent tellement conſumés, qu'a- rès avoir été expoſés à l'air, le ſimple tou- her preſque les fît tomber en pieces, on rouva néanmoins trois Dents entieres, qui eſoient cent onces, & que les habitans de Trapani ſuſpendirent dans une de leurs Egli- es en mémoire de cet événement. On trou- a auſſi une partie du Crâne, qui avoit aſſés le capacité pour tenir quelques boiſſeaux de grains; & un os de la jambe ſi grand, que l'ayant comparé avec l'os de la jambe d'un homme de taille médiocre, on trouva que ce grand Géant, que quelques-uns prirent pour *Erich*, d'autres pour *Ethellus*, d'autres pour un des *Cyclopes*, d'autres enfin pour le fameux *Polypheme* lui-même, ne pouvoit pas avoir eu moins de deux cens coudées de hauteur.

C'eſt ſur le pied de ce calcul qu'il eſt figuré par le P. *Kircher* ‡, comme le plus grand d'une petite compagnie de Géans, qu'après celui-ci il range dans l'ordre ſuivant.

Le

* 1. c. p. 20. b. † *Lib.* 4. *ſur la fin.*
‡ *Mund. ſubt. lib.* 8. *ſect.* 2.

Le Géant de Strabon, dont le Squelete fut trouvé proche de Tingis en Mauritanie, & qui, selon le rapport de cet Auteur, étoit haut de . . . . . 60 coudées.

Le Géant de Pline, trouvé dans une montagne en Crete, haut de . . . . . 46.

Le Squelete d'Asterius, fils d'Anacte, haut de . . . . . 10.

Le Squelete d'Oreste, qu'on tira de son tombeau par ordre exprès de l'Oracle, haut de . . . . . 7.

Le Géant, dont on trouva les os sous un grand Chêne, proche du Monastere de *Reyden*, dans le Canton de Lucerne en Suisse, haut de . . . . . 9.

Enfin Goliath, dont la hauteur est fixée par l'Ecriture sainte, à . . . . . 6½.

Le cas est moins douteux par rapport aux os qu'on trouva en France l'an 1456 sous le regne de Charles VII, près d'une Riviere, dans la Baronie de Cruſſol (qui fut ensuite érigée en Comté) plus loin de Valence. *Jean Marius* (*in Libris de Galliarum Illustrationibus*), *Calamæus* (*in suis de Biturigibus Commentariis*), *Fulgosius* dans ses Annales, & *Jean Cassanio de Monstrœuil* dans son Traité *des Géants* *, parlent de ces os, qui étoient si grands, qu'on conjectura que le Géant à qui on crut qu'ils avoient

* *Pag.* 57. *& seq.*

avoient appartenu, & que quelques-uns prirent pour le Géant *Briatus*, ne pouvoit pas avoir eu moins de 15 coudées. Le Crâne seul étoit large de 2 coudées, & l'os de l'épaule large de 6. Quelque tems après, on trouva davantage de ces os dans la même Baronie, & proche du même endroit. *Cassanio*, qui en vit quelques-uns lui-même, donne une description si circonstanciée d'une Dent, qu'on ne peut presque pas douter que ce n'eût été une grande Dent molaire, & conséquemment les autres os, les os d'un Eléphant. Je rapporterai ses propres paroles: * *Miræ magnitudinis Dentem multi ibi conspicientes, longitudine unius pedis, pondere librarum octo; multò autem oblongior quàm crassus visus est, radicesque aliquot habere, quibus gingivæ inhærebat. Visa est insuper ea pars, quâ cibus terebatur, aliquantulum concava latitudine digitorum quatuor.* Il ajoûte qu'on montroit de son tems une Dent pareille au Château de Charmes, dans le voisinage de cet endroit; qu'il avoit mesuré la longueur de l'endroit d'où l'on avoit tiré ces os, & qu'il l'avoit trouvé de 9 pas; que quelque tems après, on découvrit quelques autres os au même endroit; enfin que tout le païs d'alentour étoit fort montagneux, c'est-à-dire, tel que les Géans vrai-semblablement le choisissoient, comme très propre pour eux d'y demeurer. Ce qui me confirme dans mes conjectures sur l'origine de ces os, c'est que j'en vis quelques-uns trouvés là dans le voisinage, qu'un Marchand François, homme fort cu-

* Pag. 62.

curieux, apporta dans ce païs-ci, & qui me sembloient être les os d'un Eléphant. Il y avoit entre autres une partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules entre les deux tablatures, telles qu'elles se trouvent dans le Crâne de cet animal. On remarqua la même chose dans le Crâne du Squelete éléphantin, trouvé proche de *Tonna* en Thuringe, dont nous parlerons ci-après.

Hierome Magius * fait mention d'un Crâne très-grand, qui avoit onze empans de circonférence, & de quelques autres grands os, vrai-semblablement du même Squelete, que deux Esclaves Espagnols trouverent dans un champ près de *Tunis* en Afrique, en labourant la terre. *Magius* en fut informé par *Melchior Guilandinus*, qui avoit vû le Crâne lui-même, ayant eu le malheur d'être pris prisonnier par les Corsaires, & mené en esclavage à cette ville l'an 1559. Je suis d'autant plus porté à croire que ce Crâne & ces os faisoient partie d'un Squelete éléphantin, parce que, comme nous verrons, on trouva quelque tems après un autre grand Squelete proche de la même ville, dont on envoya une Dent molaire à M. *Peiresk*, que cet illustre Savant trouva occasion de reconnoître pour la Dent molaire d'un Eléphant.

Je passe à ces Os, Dents molaires & Dents d'Yvoire (ou Cornes, comme quelques-uns les appellent) trouvés sous terre en différentes parties du Monde, qui ont été reconnues, par les Auteurs qui en ont parlé, pour des parties

* *Miscellaneorum*, *l.* 1. *c.* 2. *p.* 19. *b.*

ties des Squeletes éléphantins, ou qui paroiſſent l'être indubitablement, à n'en juger que par leur figure & leur deſcription.

Jean Goropius Becanus *, quoiqu'il vécût dans un tems où les fables des Géans étoient beaucoup accréditées, & avoient trouvé leurs partiſans, même parmi des perſonnes d'ailleurs célébres par leur jugement & leur ſavoir, ſe hazarda pourtant d'affirmer que la Dent qu'on garda & montra à Anvers pour la Dent de ce Géant cruel & ſanguinaire, qui fut défait, à ce qu'on prétend, par *Brabo*, fils de Jules Céſar, Roi des Arcades, & dont la défaite, ſi l'on en croit l'Hiſtoire fabuleuſe de l'origine d'Anvers, a donné occaſion de bâtir cette Ville & ſon Château; il s'eſt hazardé, dis-je, d'affirmer que la Dent de ce prétendu Géant n'étoit autre choſe que la Dent molaire d'un Eléphant. Aſſertion, comme il prévoyoit lui-même, qui ne pouvoit que déplaire à des gens qui ſe plaiſent dans ces ſortes de contes fabuleux & ridicules; mais auſſi ſe flattoit il, & avec beaucoup de raiſon, que des perſonnes judicieuſes la regarderoient d'un tout autre œil. Ce qui arriva quelque tems avant qu'il écrivit ce Livre, le confirma beaucoup dans ſon ſentiment. C'eſt qu'en creuſant un Canal, de Bruxelles à la Rupelle, pour mettre cette Ville, & les Païs circonvoiſions, à l'abri des incurſions de ceux de Mechlen, on trouva proche de Vilvorde les Squeletes entiers de deux

* *Originum Antuerpianarum lib. 2. quem* Gigantomachiam *appellavit, p.* 178.

deux Eléphans, avec les Dents molaires, & les Dents longues, ou Dents d'Yvoire. *Gropius* conjecture que ces Eléphans pouvoient avoir été amenés dans ce païs-là par les Romains, du tems de l'Empeur Galien ou Posthume.

Un grand Squelete, pareillement d'un Géant, à ce qu'on prétendoit, fut trouvé proche de *Tunis* en Afrique, autour de l'an 1630. Un Gentilhomme, nommé *Thomas Dareos*, qui demeuroit alors à Tunis, en envoya une relation, avec une des Dents, au savant M. *Peiresk*. Le Crâne étoit si grand, qu'il contenoit huit meilleroles (mesure de vin en Provence) ou, selon *Gassendi* dans sa Vie de *Peiresk* *, un muid, une pinte & demie, mesure de Paris. Quelque tems après, un Eléphant en vie ayant été montré à Toulon, M. *Peiresk* donna ordre de l'amener à sa Maison de campagne, dans le dessein d'en examiner à loisir les Dents, dont il fit prendre l'impression en cire, & trouva par-là que la prétendue Dent de Géant qui lui fut envoyée de Tunis, étoit la Dent molaire d'un Eléphant. Voici le second grand Squelete trouvé proche de Tunis en Afrique; & comme il paroit évidemment par la Dent qu'on envoya à Peiresk, que c'étoit le Squelete d'un Eléphant, on en peut inférer avec beaucoup de probabilité, quelques autres circonstances favorisant la conjecture, que le premier dont on a parlé, c'est-à-dire, celui dont *Guilandin* vit une partie, étoit le Squelete

* *Lib. 4. Ann. 1632.*

te d'un Eléphant, plutôt que celui d'un éant.

Thomas Bartholin * fait mention de la Dent olaire d'un Eléphant, qui fut trouvée sous rre en Islande, & qui lui fut envoyée par ierre *Resenius*. Elle étoit tout-à-fait chanée en caillou, de même que la Dent lonue ou Défense d'un Rosmare qu'on trouva ans la même Isle.

Une grande Dent dont la forme montre ssés que c'est la Dent molaire d'un Eléphant, été décrite & figurée par *Lambecius* †. Il 'avoit vûe dans la Bibliotheque de l'Empeeur à Vienne; mais il ne put rien apprendre, ni où elle fut trouvée, ni comment elle vint être gardée dans cette Bibliotheque. Elle peſoit 28 onces, & on la prit communément pour la Dent d'un Géant. *Antoine de Pozzis*, premier Médecin de l'Empereur, dans une Lettre écrite à *Lambecius* ‡, l'assûra pourtant que c'étoit la Dent d'un Eléphant, & lui fit part de ſes conjectures là-dessus, qui étoient, qu'elle fut trouvée à Baden, à quatre milles de Vienne, où, peu d'années avant la date de cette lettre, on avoit trouvé aussi l'os de la jambe & l'os de la cuisse d'un Eléphant.

Le même *Lambecius* § a donné la description & la figure d'une autre Dent dans la Bibliotheque de l'Empereur, qui paroît aussi être la Dent d'un Eléphant. Elle peſoit 23 on-

* *Act. Medic. & Philoſ. Hafn. tom.* 1. *obſ.* 46. *p.* 84.
† *Bibliotb. Cæſar. Vindob. lib.* 6. *p.* 311.
‡ *Ibid. l.* 6. *p.* 315.
§ *Ibid. l.* 6. *p.* 313.

onces, & fut trouvée l'an 1644 à *Kremés* dans la baſſe Autriche, en creuſant autour de cette ville pour en augmenter les Fortifications.

L'année ſuivante, lorſque les Suédois vinrent aſſiéger cette même ville de Krembs, on trouva le Squelete entier d'un Géant, à ce qu'on prétendoit, au haut d'une montagne voiſine, proche d'une vieille Tour. Les aſſiégans vouloient y faire un retranchement, mais ſe trouvant fort incommodés de l'eau qui couloit de la montagne, ils creuſerent une foſſe profonde de trois à quatre braſſes pour la détourner d'un autre côté : & c'eſt dans cette foſſe qu'on déterra ce Squelete, qui fut admiré pour ſa remarquable grandeur. Beaucoup des os, principalement de la Tête, tomboient en morceaux après avoir été expoſés à l'air ; quelques autres furent rompus en pieces par la négligence des ouvriers : quelques-uns pourtant échaperent, & furent envoyés à des gens ſavans en Suede & en Pologne. Il y avoit parmi ceux-ci une Omoplate, avec une cavité aſſés grande pour contenir un boulet de canon. La tête fut comparée par rapport à ſa grandeur à une table ronde, & les os du bras approchoient de l'épaiſſeur d'un homme. Une Dent molaire qui peſoit 5 livres, eſt aux Jéſuites de Krembs : une autre eſt figurée par Happelius dans ſes *Relationes curioſæ* *, d'où j'ai tiré ce que je viens de rapporter, & il paroît évidemment par la figure, que c'étoit une Dent d'Elé-

phant

* Tom. 4. p. 47. 48.

phant. Cette derniere pesoit 4 livres moins 3 onces, poids de Nuremberg.

Dans le VIII. volume des Commentaires de *Lambecius* sur la Bibliotheque Imperiale de Vienne *, il y a la description & deux figures d'une Dent d'Eléphant très-grande, qui pesoit quatre livres & trois quarts. Elle fut envoyée de Constantinople à Vienne l'an 1678, & on l'offrit de la vendre à l'Empereur pour deux mille écus. On prétendoit que pour sa grandeur & son antiquité, elle avoit été estimée ci-devant à 10000 écus, & qu'on l'avoit trouvée aux environs de Jérusalem dans une Caverne soûterraine fort spacieuse, où il y avoit le tombeau d'un Géant, avec cette inscription en caracteres Chaldaïques: *Ci git le Géant Hog*; d'où l'on voulut conjecturer que ç'avoit été la Dent de *Hog*, Roi de *Basan*, qui fut défait & assujeti avec tout son peuple par Moïse, qui *étoit demeuré seul de reste de Rephaims*, dont *le lit étoit un lit de fer: sa longueur* étoit *de neuf coudées, & sa largeur de quatre coudées, de coudée d'homme* †. Comme le tout avoit l'air d'une imposture, l'Empereur ordonna qu'on renvoyât cette Dent à Constantinople.

Hierome Ambroise Langenmantel, Membre de l'Académie Impériale des Sciences, fit insérer dans les Ephémérides de cette Académie ‡, un Extrait d'une Lettre qui lui avoit été écrite par le savant *Jean Ciampini* de Rome, touchant

* *Biblioth. Cæsar. Vindob. lib. 6. p. 652.*
† *Deuteron. ch. 3. v. 11.*
‡ *Decur. 2. annus 7. f. 1688. obs. 214. p. 446.*

chant quelques Os d'une grandeur extraordinaire; à ſavoir, l'os de la Cuiſſe, l'os de l'Epaule, & cinq Vertebres, du nombre deſquelles étoit une des Vertebres du Col, qui furent trouvés ſous terre, aux environs de *Viterchiani*, dans le Dioceſe de Viterbe, l'an 1687. Tous ces os enſemble, qui peſoient plus de 180 livres Romaines, excédoient de beaucoup en grandeur les os les plus grands qui ſe trouvoient dans divers Cabinets à Rome, particulierement dans celui de la famille de *Chiſi*. La plûpart de ceux qui les virent, les prirent pour des os de Géant; mais *Ciampini*, & quelques autres, ſoupçonnant que ce pouvoit être plutôt les os d'un Eléphant, ou de quelque autre grande bête, & ſachant qu'il y avoit dans le Cabinet du Grand-Duc de Toſcane un Squelete entier d'un Eléphant, il en obtint un deſſein exact, & trouva, en le comparant avec ces os, une correſpondance ſi parfaite, qu'il n'avoit plus raiſon de douter qu'ils n'euſſent fait partie d'un Squelete éléphantin.

Le Squelete éléphantin, qui fut trouvé dans une Carriere de ſable aux environs de *Tonna* en Thuringe, l'an 1698, eſt un des plus curieux, & auſſi des plus complets dans ce genre: car il y avoit toute la Tête, avec quatre Dents molaires & les deux Dents longues ou d'Yvoire, les os des pieds de devant & de derriere, un os de l'Epaule, les os de l'Epine du Dos, quelques côtes, & pluſieurs des Vertebres du Col. *Guillaume Erneſte Tentzelius*, Hiſtoriographe des Ducs de Saxe, a ſi bien décrit toute l'hiſtoire de ce Squelete dans une Lettre à l'illuſtre *Magliabechi*, qui

fut

fut réimprimée dans les Transactions Philosophiques *, qu'il seroit inutile d'y ajoûter quelque chose. Quelques-uns de ces os furent envoyés par M. *Tentzelius* à la Societé Royale de Londres; à savoir, partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules, qui rendent le Crâne de cette bête remarquable, quelques-unes des Dents molaires, & une partie des Dents d'Yvoire; & ayant été examinés dans une des Assemblées de la Société, on les trouva parfaitement conformes à la description qu'il en avoit donné dans la Lettre, & l'on ordonna qu'ils fussent soigneusement gardés dans leur Repositoire, comme des choses aussi rares que curieuses & singulieres. Au reste les *strata* ou couches, depuis la surface de la terre jusqu'à l'endroit où l'on trouva ce Squelete éléphantin, étoient, selon le rapport de *Tentzelius*, disposées de la maniere suivante: quatre pieds de terre noire labourable: deux pieds & demi de gravier; le milieu de cette couche à la hauteur de deux pieds étoit composée de l'osteocolla & des pierres: autre demi-pied de l'osteocolla & des pierres: six pieds de sable avec environ deux pouces de l'osteocolla au milieu: un pied de l'osteocolla & de cailloux: six pieds de gravier: un sable blanc & fin, dont la profondeur resta inconnue; & c'est dans ce dernier lit qu'on trouva le Squelete.

M. le Comte *Marsilli*, dans le 2e. Volume de *son Danube*, où il traite des Antiquités remarquables qu'il avoit observé le long de cet-

* N. 234. p. 737.

cette Riviere, fait mention de plusieurs os & Dents d'Eléphans, qu'il trouva tant en Hongrie qu'en Transylvanie, & qu'on garde à présent à Bologne dans son célebre Cabinet des Curiosités naturelles & artificielles. Selon le rapport des gens du païs, ces Dents & ces os furent trouvés dans des Rivieres, dans des Lacs & des Etangs. Il eut, par exemple, une Vertebre, une Dent molaire, & partie d'une Dent d'Yvoire du Lac ou Etang de *Hinlia*; deux fragmens de l'os de la jambe, qui étoient un peu rongés par dedans, furent tirés d'un Etang proche de *Fogberas* en Transylvanie, autrefois la résidence des Princes du païs: toute la Mâchoire inférieure avec deux Dents molaires dedans, lui fut présentée par des Pêcheurs, qui disoient l'avoir trouvée dans les Etangs aux environs de *Tibiscus*, un peu plus haut que le *Romerskaatz*, c'est-à-dire, le Fort Romain.

J'ai rapporté ci-dessus l'opinion de *Goropius* sur l'antiquité de deux Eléphans, dont on trouva les Squeletes proche de *Vilvorde*. Cet Auteur prétend qu'ils ne sont venus là que du tems des Romains, & de leurs expéditions dans les Païs-bas, principalement sous les Empereurs Galien ou Posthume. M le Comte *Marsilli* est du même sentiment, par rapport à ceux dont il trouva les Dents, & quelques autres ossemens, en Hongrie & en Transylvanie. Il remarque qu'il ne doit pas du tout paroître étrange, qu'on trouve des os d'Eléphans dans les païs Septentrionaux, où certainement il n'y a jamais eu de ces bêtes;

il

il remarque, dis-je, que cela ne doit pas paroître étrange à quiconque sait les grands usages que les Romains en tiroient dans la guerre; & comme ce qu'il a trouvé en Hongrie & en Transylvanie des Dents & ossemens de cet Animal, a été tiré des Lacs & des Etangs, il se sert de cette observation pour appuyer son sentiment sur leur antiquité, la coûtume des Romains ayant été de jetter les carcasses des Eléphans morts dans des eaux, ce qui se fait encore aujourd'hui avec les carcasses des Chevaux, & autres bêtes, pour prévenir par-là les maladies & autres inconvéniens que leur putréfaction pourroit causer dans une Armée. De l'autre côté, il y a un grand nombre d'argumens, tirés entre autres de la grandeur des Animaux dont on a trouvé les Squeletes sous terre, qui quelquefois surpasse de beaucoup tout ce qu'on en a pû amener de vivant en Europe, de l'état dans lesquels on les a trouvés, de la situation particuliere des os, & de l'état des couches des terres par dessus les endroits où on les a trouvés, qui prouvent, presque jusqu'à démonstration, que quelques-uns au moins de ces Squeletes (si on ne les comprend pas tous) doivent être d'une antiquité plus grande, & qu'il en faut absolument revenir à la force des eaux d'un Déluge universel, pour résoudre un phénomene aussi extraordinaire pris dans toute son étendue. Pour n'insister que sur le dernier de ces argumens, il est évident que si on les avoit enterré à une profondeur si considérable, cela n'auroit pû se faire sans creuser par les différentes couches de terre, & conséquemment

ment ſans en changer la diſpoſition. Or ſi on trouve toutes ces couches dans leur état naturel, il s'enſuit néceſſairement, que ce qu'on trouve au deſſous, doit avoir été logé là avant, ou du tems que ces couches furent formées. Mais il y a encore un argument, qui me ſemble d'un grand poids pour prouver que les Eléphans, dont on trouve les Squeletes ſous terre, n'ont pas été du tems des Romains, comme le conjecturent *Gesner* & M. le Comte *Marſilli*. *Tentzelius* s'eſt ſervi dans ſa Lettre à *Magliabechi*, & il eſt pris de la grande valeur de l'Yvoire depuis les tems les plus reculés, & principalement auſſi parmi les Romains. Pluſieurs Auteurs font foi de cela: il ſuffira de citer un paſſage de Pline *, où il dit que parmi d'autres preſens d'un très grand prix, que les Ethiopiens furent obligés de faire aux Rois de Perſe, au lieu d'un tribut, il y avoit vingt grandes Dents d'Eléphans, (ſans doute les *Dentes exerti*, ou Dents d'Yvoire); & il remarque là-deſſus, *tanta Ebori auctoritas erat*. On ne ſauroit s'imaginer que, vû le prix de l'Yvoire, les Romains euſſent négligé d'ôter les Dents des Eléphans morts, avant que de jetter leurs carcaſſes dans l'eau; mais il n'y a preſqu'aucun de ces Squeletes, que je ſache, où l'on n'aye trouvé les Dents avec; & même parmi les oſſemens éléphantins figurés par M. le Comte *Marſilli*, il y a trois Dents molaires, & une partie conſidérable d'une Dent d'Yvoire.

Robert Plot, dans ſon Hiſtoire naturelle du Com-

* *Hiſt. Nat. l. 12. c. 4.*

comté de Stafford *, dit, que *Guillaume Leſon Gower* de Trentham lui avoit fait préent de la Mâchoire inférieure d'un grand animal, avec des grandes Dents qui y étoient encore enchaſſées. On l'avoit trouvé dans une marniere ſur une de ſes terres, & M. *Plot* l'ayant comparée avec la Mâchoire inférieure d'une tête d'Eléphant, dans le Cabinet de M. *Aſhmole* à Oxford, il y trouva une exacte conformité.

Il y a dans le Cabinet de la Societé Royale de Londres deux os de la Jambe de l'Éléphant. L'un fut préſenté à la Societé par le Chevalier *Thomas Broun* de Norwich. L'autre fut apporté de la Syrie pour l'os de la Jambe d'un Géant. M. *Grew* † fait voir par une ſupputation exacte, qu'il eſt impoſſible que ce puiſſe être l'os de la Jambe d'un Homme, n'étant que trois fois auſſi long ſur vingt-deux fois d'épaiſſeur qu'il a de plus; il a une aune d'Angleterre, & demi-pied de long, & environ un pied de circonférence dans l'endroit le plus mince. M. *Grew* remarque, que la figure fait voir que c'étoit un os de la Jambe & non pas de la Cuiſſe, & il conjecture que l'Eléphant, à qui il avoit appartenu, devoit avoir été haut d'environ cinq aunes.

J'en ai quelques-uns à ajoûter. *Geſſner* dans ſon Traité *de Figuris Lapidum* ‡, fait mention d'une Dent quatre fois plus grande que celle qu'il avoit figurée ſous le titre d'*Hippopotamus*, dans

* *Natural hiſtory of Staffordſhire. ch.* 7. §. 78. *p.* 78.
† *Muſæum Regalis Societatis, p.* 32.
‡ *Pag.* 137.

dans ſon ouvrage *de Aquatilibus*. Un noble Polonois la lui envoya en préſent, & on l'avoit trouvé ſous terre en creuſant les fondemens d'une maiſon, avec une grande corne, (comme on diſoit) que quelques-uns prirent pour la Corne de la Licorne, quoique fauſſement, comme le même *Geſſner* conjecture, étant beaucoup plus épaiſſe que la Licorne, & outre cela courbée. Il eſt fort probable que cette prétendue Corne ait été la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

Le même Auteur * parle d'une Caverne ſoûterraine proche d'Elbingeroda, où l'on trouvoit des Dents & d'autres Oſſemens des Hommes & des Animaux d'une grandeur ſi extraordinaire, qu'on ne pouvoit s'imaginer qu'avec peine, qu'il y en ait jamais eu de ſi grands.

On garde la Dent molaire d'un Eléphant pétrifiée dans le Cabinet du Roi de Dannemarck à Copenhague, comme il paroît par le Catalogue †; mais on n'y fait pas mention, ni de l'endroit où elle fut trouvée, ni comment elle paſſa dans ce Cabinet.

Il y dans le même Cabinet un os de Cuiſſe très-grand, qui peſe près de vingt livres Danoiſes, & qui a plus de trois pieds en longueur. Il eſt d'une ſi grande antiquité, comme le remarque l'Auteur du Catalogue ‡, qu'il en eſt preſque pétrifié. Le même Auteur fait mention, à cette occaſion, d'un autre

* 1. *b.*

† *Muſæum Regium*, *part.* 1. *ſect.* 7. *n.* 109. *de la nouvelle édition.*

‡ *Ibid. part.* 1. *ſect.* 1. *n.* 73.

tre grand os long de 4 pieds, & pesant 25 livres, qui se trouvoit alors dans le Cabinet du célébre *Otho Sperling*; & il rapporte, sur la foi de *Sperling*, qu'on l'avoit déterré à *Bruges* en Flandre, dans la place de la prison publique, l'an 1643, en présence de *Bernhard de Aranda* & du frere de *Sperling*, qui y avoit vû tout le Squelete, dont la longueur étoit de 9 aunes de Brabant. On ne sauroit déterminer rien de précis, ni sur l'un, ni sur l'autre de ces os.

On trouva une piece d'Yvoire, dans un champ, sur les bancs de la Vistule, à six milles de Varsovie, & on la montra à Dantzick à *Gabriel Rzaczynski*, Auteur de l'Histoire Naturelle de Pologne, imprimée à Sandomir dans le College des Jésuites *, qui crut y reconnoître la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

Dans les Notes sur la *Cynosura Medica* de Paul Herman, de la nouvelle édition publiée par M. *Boëcler* de Strasbourg †, sous le titre *de la Licorne fossile*, il est fait mention d'une piece d'Yvoire fossile, ou plutôt d'une Dent d'Eléphant fort remarquable, dans la possession de M. le Chevalier *Jaques Samson de Rathsamhausen de Ebenweyer*, Sieur *de Nonnenwyer*. Elle fut trouvée dans le Rhin proche de Nonneville, sur une de ses Terres. Elle étoit longue de trois pieds de Paris, trois pouces & demi, & avoit près d'un pied de circonférence à la base, dans l'endroit le plus épais, & &

* *Pag.* 2.

† 1726. *in* 4. *pag.* 133. *part.* 2.

& environ huit pouces & demi vers l'autre extrémité. Elle étoit remplie par dedans d'une espece de Marne, mais par dehors elle étoit pierreuse dans quelques endroits, & osseuse dans d'autres. Elle sentoit l'Yvoire quand on en racloit, ou brûloit la partie osseuse: la raclure bouillie dans de l'eau en faisoit une espece de gelée. L'Auteur des Notes ajoûte, qu'on trouve la Licorne fossile dans diverses parties de l'Europe, dans la forêt d'Hercynie en Moravie, en Saxe, & dans le Duché de Wirtemberg proche de Canstad.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. LE plus grand morceau, ou la base de la Dent d'Yvoire trouvée proche de Londres, dont le diametre & la longueur ne sont ici qu'au quart de la grandeur naturelle. *A*, Cone de sable qui rempliſſoit la cavité en forme de Cone, qui se trouve au bas des Dents d'Yvoire. *b*, le bout de ce Cone, tronqué & environné de couches, qui composent la Dent, marquées *c*, *c*, *c*, &c.

Fig. 2. Le bout de la même Dent, diminué un peu moins du quart de sa grandeur naturelle, & composé de couches marquées *a*, *a*, *a*.

Fig. 3. Coupe horizontale d'une Dent d'Yvoire, dans laquelle les lignes rondes autour du centre *a*, *a*, *a*, &c. marquent les différentes couches dont la Dent étoit composée. Le diametre de cette piece est ici le quart plus petit que dans sa grandeur naturelle. Le grain de

de l'Yvoire en eſt d'ailleurs très-beau & fort uni.

Fig. 4. Partie d'une Dent d'Yvoire, dont les couches ſe ſont ſéparées l'une de l'autre d'un côté par quelque maladie, tandis que l'Yvoire de l'autre eſt fort ſain & bon. *a*, eſt la partie ſaine de l'Yvoire. *b*, *b*, *b*, &c. les couches couvertes de chaque côté d'une matiere blanche très-fine, la couleur de l'Yvoire même approchant un peu au jaune.

Fig. 5. Fragment de la Dent d'Yvoire foſſile, trouvée dans le Comté de Northampton, long d'un pied onze pouces, meſure d'Angleterre.

Fig. 6. La Dent d'Yvoire foſſile, trouvée en Sibérie.

Fig. 7. Vertebre foſſile, d'une Baleine, trouvée dans le Comté d'Oxford. *A*, eſt le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les endroits d'où ſortoient les Apophyſes tranſverſales qui manquent dans celle-ci. *c*, l'Apophyſe épineuſe. *d*, *d*, les deux Apophyſes obliques. *e*, le Trou entre l'Apophyſe épineuſe & le corps de la Vertebre, par où paſſe la moëlle. La hauteur de cette Vertebre, depuis la baſe juſqu'au bout de ce qui reſte de l'Apophyſe épineuſe, eſt d'un pied cinq pouces, la largeur du corps de la Vertebre eſt d'un pied.

Fig. 8. Vertebre naturelle du Squelete d'une Baleine, qui répond à la foſſile (*Fig.* 7.) *A*, eſt le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les Apophyſes transverſales, dans chacune desquelles il y a un trou *f*. *c*, *c*, les Apophyſes obliques. *d*, l'Apophyſe épineuſe. *e*, le Trou par où paſſe la moëlle. C'eſt une des Vertebres les plus grandes, par rapport à ſon corps, mais ſes Apophyſes ſont moindres à proportion. Elle a un pied trois pouces de

hauteur depuis la baſe juſqu'au bout de l'Apophyſe épineuſe, & le corps a onze pouces & demi de largeur.

Fig. 9. Autre Vertebre du Squelete d'une Baleine. *A*, le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les Apophyſes tranſverſales. *c*, *c*, les Apophyſes obliques. *d*, l'Apophyſe épineuſe. *e*, le Trou par où paſſe la moëlle. Il y a deux pieds ſix pouces du bout d'une Apophyſe tranſverſale au bout de l'autre, & un pied huit pouces & demi de la baſe du corps au bout de l'Apophyſe épineuſe.

OBSERVATIONS

Touchant une Végétation particuliere qui naît ſur l'Ecorce du Chêne battue, & miſe en poudre, vulgairement appellée DU TAN.

Par M. MARCHANT.*

ON ſait en général que tout eſt mouvement dans la Nature ; & ce qui nous paroit quelquefois une ſubſtance entierement détruite par un dérangement de ſes parties, produit au contraire, par le ſecours de la fermentation, de nouvelles Végétations qu'il ſeroit difficile de prévoir ; & il n'y a que les obſervations qui pourroient faire connoître combien la combinaiſon de différentes matieres contribue ſouvent à faire naître des Phénomenes, ou inconnus, ou peu examinés.

Pen-

* 3 Dec. 1727.

Fig. 1.

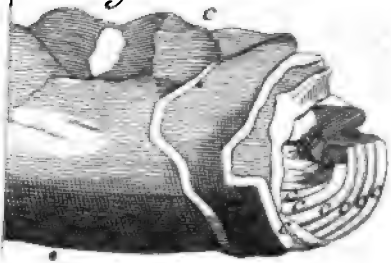


Fig. 2.

Fig. 4.

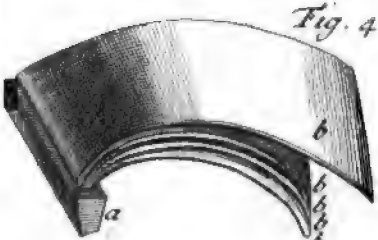
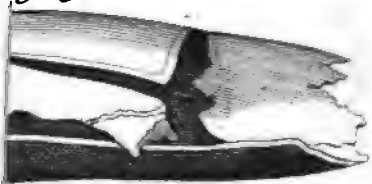


Fig. 5.



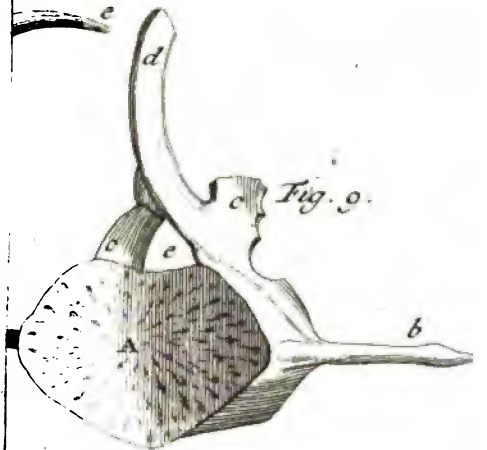
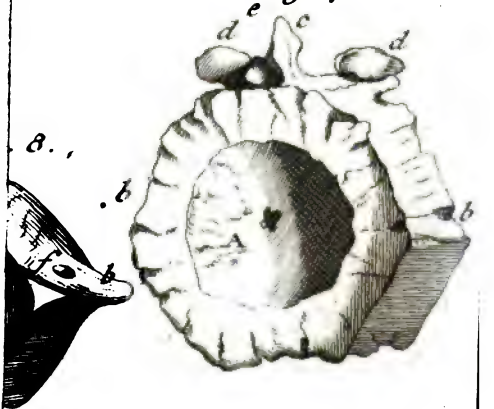


Fig. 9.

Fig. 7.



Pendant le mois de Juillet dernier, étant dans l'Attelier d'un Marchand Tanneur, je fus agréablement surpris en voyant plusieurs touffes d'une espece de gazon de très-belle couleur jaune-matte, dispersées en différens endroits sur le haut d'un gros monceau de Tan, qui avoit servi plusieurs mois à tanner & couvrir des Cuirs de Bœuf, qu'on range par lits l'un sur l'autre dans des fosses faites à cette usage, puis ce Tan est après retiré des mêmes fosses & mis en gros tas.

Ce Tan, après avoir ainsi servi, est alors appellé par les ouvriers *de la Tannée*; & cette matiere ne sert plus qu'à faire des mottes, dont on sait que les pauvres se servent (faute de bois) pendant l'hiver.

Les touffes en maniere de gazon dont on vient de parler, sont une Végétation connue chés les Tanneurs, sous le nom de *Fleurs de la Tannée*. Mais comme je ne sais point qu'aucun Physicien ait observé, ni fait mention de ces sorte de fleurs, nous les décrirons ici, telles que j'eus l'honneur de les faire voir à l'Académie il y a quelque tems, & ainsi qu'elles étoient, lorsque nous les fimes déssiner d'après nature.

Pour faire connoître cette Végétation dès sa naissance, je dirai que j'ai observé qu'elle sort de la substance de la Tannée, (*Fig.* I. *a*, *a*, *a*.) en une espece d'écume, qui peu à peu s'épaissit en consistance de pâte molle, de couleur jaune-citron, & de l'épaisseur de six à huit lignes. A mesure que cette pâte végéte (*Fig.* II *vûe à la Loupe*) sa surface devient poreuse & spongieuse, bouillonnée, remplie d'une infinité de petits trous de différent diametre, dont les interstices

forment une espece de réseau plus ou moins regulier, & souvent interrompu par des *bouillons*, qui s'élevent un peu au-dessus de la superficie de cette matiere, qui étant à son dernier point d'accroissement, a plus de rapport à la surface d'une éponge platte & fine, qu'à toute autre végétation. Sa couleur augmente toûjours jusques enfin au jaune-doré, & alors elle devient un peu plus solide en se desséchant à l'air. Nous n'avons pû appercevoir dans la matrice de cette Végétation, qui vrai-semblablement est la Tannée, aucunes fibres qu'on pût soupçonner être ou faire les fonctions de racines pour la production de cette Végétation, qui a d'abord une légere odeur de bois pourri, laquelle augmente par la suite. Sa saveur a quelque chose du stiptique.

La Tannée sur laquelle elle croit, (*Fig.* 1 & 11, *bb.*) est alors de couleur fort brune, dure, foulée & plombée quoique fort humide; & dans l'instant de cette production, la Tannée a une chaleur aussi considérable depuis sa surface jusqu'à un demi-pied de profondeur, que si elle avoit été récemment abbreuvée d'eau tiede.

Pendant le premier jour de la naissance de notre Végétation, elle paroît fort agréable à la vûe, légere & comme fleurie, lorsque les portions de gazon qu'elle forme s'étendent circulairement en façon de lobes jusqu'à dix ou douces pouces de diametre; mais si par hazard elle se trouve naître en un lieu exposé au Midi (ce qui lui est favorable pour sa production, & non pour sa durée) les rayons du Soleil la résoudent dès le second jour en une liqueur blanc-jaunâtre, laquelle en peu de tems se condense,

&

: ſe convertit entierement en une croûte ſè-
he, épaiſſe d'environ deux lignes. La Vé-
étation ayant ainſi diſparu, on trouve quel-
ues jours après ſous cette croûte, une cou-
he ou lit de pouſſiere noire très-fine, qui a
ſſés de rapport à la pouſſiere qu'on décou-
re dans le *Lycoperdon*, & qui ici pourroit être
e la Tannée diſſoute, puis deſſéchée, & en-
n convertie en une eſpece de terreau réduit
n poudre impalpable.

La fleur de la Tannée paroît tous les ans
ers le commencement du mois de Juin, ou
uelquefois plutôt, ſuivant la chaleur du
rintems, particulierement s'il a fait quel-
ues pluyes chaudes ; & lorſqu'elle paroît
ans les grandes chaleurs de l'Eté, elle mar-
ue du changement de tems, ou même ſou-
ent de l'orage, ſelon le dire des ouvriers.

Suivant ce que nous venons de rapporter,
eſt aſſés vraiſemblable que le Tan qui a
rvi à tanner les Cuirs, eſt la matrice de
ette Végétation. Car en effet la Chaux qu'on
nploye pour faire tomber le poil des Cuirs,
s ſels, les huiles, & les ſoufres contenus
ans les Cuirs, joints à l'acide du Tan,
acérés enſemble dans des foſſes pendant
uſieurs mois, & dont le Tan a été parfai-
ment imbibé, contient des ſubſtances, qui
dées de l'air, ſont toûjours prêtes à fer-
enter, & par conſéquent à produire la Vé-
tation dont il s'agit.

On ſait auſſi qu'entre les arbres que nous
nnoiſſons, le Chêne eſt celui qui produit une
us grande diverſité d'excroiſſances, de Vé-
tations, ou d'excrémens, ainſi que Jean

Bauhin, l'un de nos plus ſavans Botaniſtes, appelle ces ſortes de productions, & dont il a donné un excellent Traité dans ſon Hiſtoire générale des Plantes. On trouve encore un autre petit ouvrage particulier ſur les productions du Chêne, compoſé par Jean du Choul, & intitulé *De variâ Quercûs hiſtoriâ*, imprimé à Lyon en 1555. Mais il paroît par les Ecrits de ces Auteurs, que de leur tems on n'avoit point obſervé la fleur de la Tannée, ni connu les deux productions extraordinaires vûes ſur le Chêne, & rapportées dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences en l'année 1692, dont ces Hiſtoriens auroient ſans doute fait mention, ou depuis eux d'autres Phyſiciens, s'ils en avoient eu connoiſſance.

Pour donner une plus grande intelligence de ces anciens Mémoires de 1692, je me ſervirai par occaſion de celui-ci, quoiqu'il n'ait du rapport aux précédentes obſervations, qu'à cauſe que les unes & les autres ſont faites ſur le Chêne. Pour cet effet nous ferons d'abord remarquer, qu'on doit bien prendre garde de ne pas confondre ces deux productions extraordinaires avec celles qui ſont cauſées par des picquures que les inſectes font quelquefois en dépoſant leurs œufs ſur des Plantes, leſquelles picquures nous étoient parfaitement connues, lorſque nous fimes ces obſervations, ainſi qu'on pourra le voir par la lecture deſdits Mémoires. L'attention particuliere que nous eumes enſuite à examiner ce fait dans le tems, prouve ce que j'ai avancé à l'égard de ces productions, ayant alors

lors bien observé la consistance des globules ormés par les Végétations, où nous avons réciſément dit dans cet article, que nous ne rouvâmes dans ces deux productions aucune pparence ni d'œufs, ni de vers, ni de mouherons, ni d'aucun autre corps étrange. On oit aussi considérer comme chose particuére à ce fait, les petites feuilles que nous emarquâmes sur les filets qui soûtenoient s globules, lesquels filets n'étoient point ertainement des chatons ou fleurs du Chêe, puisque les chatons du Chêne ne portent oint de feuilles, & qu'ils ne paroissent jaais qu'au Printems, & tombent incontinent près; & que ce fut au contraire dans la saion de l'Automne que nous fimes les deux bservations citées ci-dessus, & dans lesquels j'ai rapporté les faits tels que je les ai ueillis & examinés sur les Chênes, ce qui t enfin plus amplement énoncé & figuré, nsi qu'on le pourra voir dans ces anciens lémoires.

Pour revenir à ce qui fait le principal obt du présent Mémoire, je dirai que j'ai bancé avant de me déterminer, pour savoir ous quel genre de Plante on devoit ranger ette Végétation, parce que je n'y ai pu remarquer les parties essentielles qui ordinairement caractérisent les Plantes. Mais quoique uelques Botanistes modernes appellent abusivement ces sortes de productions, des Plans imparfaites, cependant notre Végétation omparée à l'Eponge reconnue pour Plante, dans laquelle on n'apperçoit presque ni cines, ni feuilles, ni fleurs, ni même de

graines, non plus que dans notre Plante, qui par son port & par sa structure, tant extérieure qu'intérieure, a infiniment plus de ressemblance à l'Eponge qu'à toute autre Plante connue; je me suis enfin déterminé à la ranger sous le genre de l'Eponge, & ainsi nous la nommerons *Spongia fugax, mollis, flava & amœna, in pulvere coriario nascens.*

Je tâcherai de continuer cette observation, suivant que notre Plante paroîtra; laquelle d'ailleurs les Tanneurs m'ont assûré n'avoir jamais vû croître sur du Tan neuf. Et si par la suite nous pouvons faire quelques nouvelles expériences sur la génération de ce Phénomene botanique si passager, mais toutefois constant & régulier dans sa maniere de naître, nous en réndrons compte à la Compagnie.

NOUVELLE MANIERE DE DEVELOPPER LES COURBES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

SOIT la Courbe *OMF** enveloppée d'un fil: si l'on développe cette Courbe, soit vers la concavité, soit vers la convexité, de maniere que la partie *MF* du fil soit toûjours appliquée sur la Courbe; & que tirant le bout du

* Fig. 2.

Fig. 1.

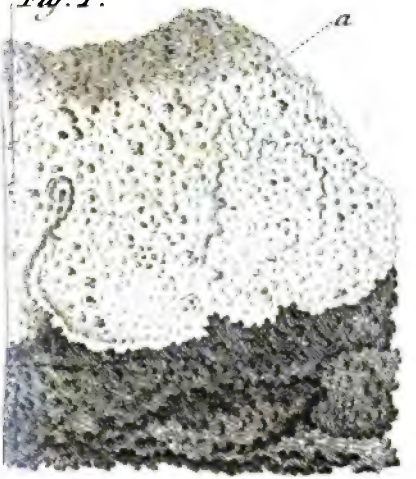


Fig. 2.

Tamoena in pulvere coriario nascens.

du fil à travers l'anneau mobile M, la partie du fil ML, $M\Lambda$ qui quitte la Courbe lui ſoit toûjours perpendiculaire, l'extrémité du fil L ou Λ décrira dans ce mouvement une nouvelle Courbe $0L$, 0Λ; & ſi le fil eſt plus long que la Courbe d'une quantité donnée LL^2, $\Lambda\Lambda^2$, l'extrémité du fil décrira les Courbes AL^2, ou $\alpha\Lambda^2$. Voilà une nouvelle maniere de développer les Courbes nouvelles, dont nous allons examiner les propriétés générales; celles qui ſont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, ſoit que ce développement ſe faſſe ſur des Courbes géométriques ou tranſcendantes, rectinables ou non.

Pour plus grande généralité, je ſuppoſe que le fil eſt plus long que la Courbe, de la quantité a; lorſqu'il ſera égal à la Courbe, il n'y aura qu'à effacer les termes où ſe trouvera a.

* Soit MC un rayon de la Développée à l'ordinaire de la Courbe $0Mm$, & mC un autre rayon infiniment proche, qui rencontre le premier au point C: ces deux rayons rencontrent les Courbes AL, $\alpha\Lambda$ aux points Ll, $\Lambda\lambda$. Ayant décrit du centre C de l'intervalle CL, $C\Lambda$, les petits Arcs LB, $\Lambda\beta$, par la nature de notre développement, l'on aura toûjours $Bl = Mm = \beta\lambda$; & nommant le rayon de la Développée à l'ordinaire

$$MC = r$$
$$\text{l'Arc } 0M = s$$

l'on

* Fig. 2.

l'on aura $r : du :: r - u - a : \frac{\overline{r - u - a}}{r} du = BL$

$$r : du :: r + u + a : \frac{\overline{r + u + a}}{r} du = \beta A.$$

Et à cauſe des Triangles ſemblables BLL, MTl, l'on aura pour le développement vers la concavité

$lB : BL :: LM : MT$

$$du : \frac{\overline{r - u - a}}{r} du :: u + a : \frac{ru - uu - 2au + ar - aa}{r} = MT$$

ſoutangente de la Courbe qui reſulte du développement, priſe ſur la tangente de celle qu'on développe. L'on voit donc que cette ſoutangente eſt la quatrieme proportionnelle aux trois lignes; le rayon de la Développée à l'ordinaire MC: ſa partie CL terminée par la Courbe qui réſulte du développement :: & le reſte de ce rayon LM compris entre les deux Courbes.

Si le développement ſe fait vers la convexité, l'on aura, à cauſe des Triangles ſemblables $\lambda\beta\Lambda$, $\Lambda M\tau$,

$\lambda\beta : \beta\Lambda :: \Lambda M : M\tau$

$$du : \frac{\overline{r + u + a}}{r} du :: u + a : \frac{ru + uu + 2au + ar + aa}{r} = M\tau.$$

La ſoutangente eſt la quatrieme proportionnelle à ces trois lignes; le rayon de la Développée MC: ce rayon prolongé juſqu'à la Courbe qui reſulte du développement $C\Lambda$:: & le prolongement de ce rayon ΛM compris entre les deux Courbes.

Et la différence $T\tau$ des deux ſoutangentes, eſt

est 2. $\frac{\overline{a+s}^2}{r}$, c'est-à-dire, double de la troisieme proportionnelle au rayon MC de la Développée à l'ordinaire : & à la partie ML ou MA du fil qui a quitté la Courbe.

Faisant toûjours $MC = r$, l'on a trouvé $BL = \frac{\overline{r-u-a}}{r}\,du$.

L'on aura donc vers la concavité, le petit Trapeze $MmBL = \frac{\overline{Mm+BL} \times ML}{2}$

$= \frac{du + \frac{\overline{r-u-a}}{r}du \times \overline{u+a}}{2} = \frac{\overline{2ru-2au-uu+2ar-aa}}{2r}$

du.

Vers la convexité, l'on a trouvé $\beta A = \frac{\overline{r+u+a}}{r}\,du$.

L'on aura donc le petit Trapeze $Mm\beta A$

$= \frac{du + \frac{\overline{r+u+a}}{r}du \times \overline{u+a}}{2} = \frac{\overline{2ru+2au+uu+2ar+aa}}{2r}$

du.

L'intégrabilité de chaque espace compris entre les Courbes qui résultent du développement & celle qu'on développe, dépendra de la nature de celle qu'on développe, & aucun de ces deux espaces n'est quarrable généralement, pas même en supposant la rectification de la Développée. Cependant les deux espaces pris ensemble, celui qui résulte du développement vers la concavité, & celui

du développement vers la convexité, ont une quadrature absolue, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

Car joignant les deux Trapezes $MmBL$, $Mm\beta\Lambda$, l'on a $\frac{\sqrt{4xx+4ax}}{2x}dx = \sqrt{xx+ax}\,dx$, dont l'intégrale est $xx + 2ax$ pour l'espace $ALA\alpha$.

Voici pourquoi les deux espaces pris ensemble, sont toûjours quarrables, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

* Si l'on suppose que la ligne qu'on développe, soit la droite OM, les rayons de la Développée MC devenant paralleles, il est clair que l'on a $BL = b = Mm = \beta\Lambda = \beta\lambda = dx$; les lignes OM, ΛL, croissent l'une & l'autre en progression arithmétique; l'espace αALA sera égal à la somme de tous les petits rectangles $\Lambda LB\beta$, ou au quarré de $OM + \sqrt{OA \times OM}$. Aussi alors a-t-on pour le petit rectangle, qui est l'élément de cet espace, $Mm \times \Lambda L = dx \times \sqrt{2x+2a}$, dont la somme est $xx + 2ax$; celle que nous venons de trouver pour l'espace αALA.

† Mais si la droite OM vient à se courber, alors λl & ΛL n'étant plus paralleles, Mm devient plus petit que $\Lambda\beta$, & plus grand que LB, & est précisément autant moindre que $\Lambda\beta$, qu'il est plus grand que LB, à cause de $ML = M\Lambda$: le rayon cE venant dans la situation

* Fig. 3. † Fig. 4.

tion βB, change le petit rectangle en Trapeze, & diminue ce petit rectangle vers la concavité, de ce qu'il l'augmente vers la convexité. Car on voit assés que le petit Triangle mBE est égal à $m\beta\epsilon$, à cause de mB, ou $ml = m\beta$, ou $m\lambda$. L'on peut donc considérer le petit Trapeze $A\beta BL$, comme si c'étoit le rectangle $A\epsilon EL$, & que la ligne AL parcourût la ligne OM, faisant toûjours des Angles droits avec elle; & l'une & l'autre croissant en proportion arithmétique, la courbure de la ligne OM ne change plus rien, & l'on a la même aire que l'on auroit, si la ligne OM étoit redressée.

* Si maintenant on développe la Courbe OM à l'ordinaire, c'est-à-dire, par un fil touchant, & plus long que la Courbe, de la même quantité a, le petit secteur Sms formé par le développement d'un côté Mm de la Courbe considérée comme Polygone, sera toûjours égal au petit Triangle BmE ou $\beta m\epsilon$. Car à cause des secteurs semblables MCm, Sms, l'on aura

$$MC : Mm :: MS : Ss.$$

$$r : du :: u + a : \frac{u+a}{r}du = Ss.$$

Et pour le petit Triangle Sms, $\frac{Ss \times MS}{2}$

$$= \frac{\frac{u+a}{r} \times \frac{u+a}{r}}{2}du = \frac{uu + 2au + aa}{2r} \times du,$$ qui est la moitié de la différence des deux Trapezes

* Fig. 4.

zes $MLBm$, $M\Lambda\beta m$, élémens des deux espaces, l'intérieur & l'extérieur. Ce que l'on voit aussi sans calcul, par l'égalité des angles BmE, & des côtés mB, mS.

Donc l'espace formé par le développement à l'ordinaire, c'est-à-dire l'espace GMS, est la moitié de la différence des deux espaces de notre développement.

Mais de plus les petits Triangles BmE ($\frac{uu+2au+aa}{2r}du$) sont ce qui empêche que les espaces de notre développement ne soient généralement quarrables, pris séparément, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Car si l'on ajoûte BmE au Trapeze du développement intérieur $MLBm$, ou qu'on l'ôte du Trapeze du développement extérieur $M\Lambda\beta m$, ces Trapezes deviendront des rectangles, dont les hauteurs ML, $M\Lambda$ croissant comme les parties de la Courbe OM qui sont les bases, formeront de chaque côté un espace quarrable.

Donc l'espace intérieur de notre développement $OALM$ plus l'espace du développement de M. *Huigens*, GMS, c'est-à-dire, l'espace $OALMSGOM$; comme aussi l'espace extérieur $O\alpha\Lambda M$ moins l'espace GMS sera toûjours quarrable, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Ce que l'on voit aisément par les élémens de ces espaces.

L'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace intérieur, $MLBm = \frac{2ru+2ar-2au-uu-aa}{2r}a$.

Pos

Pour le Triangle, élément de l'espace du développement de M. *Huigens*, SMs

$= \frac{\sqrt{uu + 2au + aa}}{2r} du.$

Si l'on ajoûte ensemble ces deux élémens, l'on aura $\sqrt{u+a}\, du$, & $\frac{1}{2}uu + au$ pour la somme des deux espaces $OALM + GMS$.

De même l'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace extérieur, $M\Lambda\beta m$

$= \frac{\sqrt{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}}{2r} du.$

Si de ce Trapeze l'on ôte le Triangle SMs, l'on aura $\sqrt{u+a}\, du$, & $\frac{1}{2}uu + au$ pour la différence des deux espaces $O\omega\Lambda M - GMS$.

Toutes ces propriétés sont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, & subsistent, soit qu'elle soit géométrique, ou méchanique; rectifiable, ou non.

Voici maintenant quelques applications à des Courbes particulieres.

I.

* Si la Courbe que l'on développe est un Cercle, l'on a trouvé pour l'élément de l'espace intérieur $OALM$, $\frac{\sqrt{2ru + 2ar - 2au - uu - aa}}{2r} du$; Et pour l'élément de l'espace extérieur $O\omega\Lambda M$, $\frac{\sqrt{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}}{2r} du$. Et le rayon de la Dé-

* Fig. 5.

Développée à l'ordinaire étant constant, chacun de ces élémens sera intégrable, en supposant la rectification du Cercle.

Et faisant le rayon du Cercle $r = b$, l'on aura pour l'espace du développement vers la concavité,

$$OALM = \frac{ba^2 + 2abu - au^2 - \frac{1}{3}u^3 - au^2}{2b}.$$

Et pour l'espace du développement vers la convexité,

$$OuAM = \frac{ba^2 + 2abu + au^2 + \frac{1}{3}u^3 + au^2}{2b}.$$

Et pour la somme des deux espaces, ou l'espace entier, $ALAu = au + 2au$.

Et pour leur différence, $\frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + au^2}{b}$.

Et comme nous avons trouvé que la moitié de cette différence est égale à l'espace formé par le développement de M. *Huigens*, l'on aura l'espace $GMS = \frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + au^2}{2b}$; & lorsque le fil n'excéde point l'arc, * $GMS = \frac{u^3}{6b}$.

D'où l'on voit que dans la Courbe qui résulte du développement du Cercle à la maniere de M. *Huigens*, lorsque le fil est égal à l'arc, l'espace OMS est égal au cube de l'arc OM divisé par le triple du diametre.

Et supposant la circonférence du Cercle $= c$, l'on aura l'espace total $OSBOMO = \frac{c^3}{6b}$, qui

* Fig. 6.

eſt à l'eſpace total circulaire, comme le quarré de la circonférence eſt au triple du quarré du rayon.

Car l'aire du Cercle $= \frac{cb}{2}$, & $\frac{c^2}{6b} : \frac{cb}{2} :: c^2 : 3bb$.

II.

* Si l'on développe la Cycloïde par ſon ſommet; faiſant le rayon du Cercle générateur $= b$, $OP = x$, l'on aura la corde $QK = \sqrt{2bx}$ & l'arc de la Cycloïde $OM = u = 2\sqrt{2bx}$; & comme l'on a trouvé pour la ſomme des deux eſpaces,

$$uu + 2au.$$

l'on aura l'eſpace entier $ALA u = 8bu + 4a\sqrt{2bx}$. & lorſque $x = 2b$, c'eſt-à-dire, lorſqu'on a développé la demie Cycloïde OMF, l'on a l'eſpace,

$$ALA u = 16bb + 8ab.$$

†2°. Si l'on développe la Cycloïde par ſon extrémité; & que faiſant toûjours le rayon du Cercle $= b$, l'on faſſe $FI = x$, $FK = \sqrt{2bx}$, l'on aura l'arc $OM = u = 4b - 2\sqrt{2bx}$; & ſubſtituant cette valeur de u dans la ſomme des 2 eſpaces, l'on aura pour l'eſpace entier $ALA u = 16bb - 16b\sqrt{2bx} + 8bx + 8ab - 4a\sqrt{2bx}$; & lorſque $x = o$, c'eſt-à-dire, lorſqu'on a développé la demi-Cycloïde, l'on a l'eſpace, $ALA u$

* Fig. 7. † Fig. 8.

$$ALA\alpha = 16bb + 8ab.$$

Les 2 eſpaces du développement entier de la demi-Cycloïde ſont donc égaux, ſoit qu'on commence le développement par le ſommet ou par l'extrémité ; & dans l'un & l'autre cas, lorſque le fil n'excéde point la Courbe, ces eſpaces ſont égaux au Quarré du double du diametre du Cercle générateur.

III.

* Si l'on développe la ſeconde parabole cubique dont l'Equation eſt ($qqx = y^3$) par un fil qui excéde la Courbe de $\frac{8q}{27}$, c'eſt-à-dire $a = \frac{8q}{27}$; l'on a, comme l'on ſait, l'Arc $OM = u = \frac{1}{27q^{\frac{1}{2}}} \times \overline{4q + 9y}^{\frac{3}{2}} - \frac{8q}{27}$; & ſubſtituant dans $uu + 2au$, expreſſion générale de l'eſpace $ALA\alpha$ parcouru par le fil, pour u & pour a leurs valeurs, l'on trouvera

$$ALA\alpha = \frac{48qy}{81} + \frac{10y^2}{81} + \frac{y^3}{q} = \frac{16q}{27} + \frac{4qy}{3} + \frac{y^3}{q}.$$

Voici maintenant la maniere de trouver la nature des Courbes produites par notre développement.

† Soit

* Fig. 9.

† Soit dans la Courbe OM que lon developpe,

$OP = x$ $\quad AN = t$ $\quad \alpha\nu = t.$
$PM = y$ $\quad LN = z$ ou $\Lambda\nu = z.$
$OA = a$ $\quad MD = y - z$ $\quad M\Delta = z - y.$
$OM = u$ $\quad DL = a + t - x$ $\quad \Delta\Lambda = a + t + x.$
$ML = a + u = M\Lambda.$

Soient par les points L, Λ, que décrit le fil, tirées les lignes LD, $\Lambda\Delta$, paralleles à AP; l'on aura à cauſe des Triangles ſemblables MRm, MDL, $M\Delta\Lambda$.

$$MR : Rm :: \begin{cases} MD : DL \\ M\Delta : \Delta\Lambda \end{cases}$$

$$dx : dy :: \overline{+y \overline{+z}} : \overline{a + t \overline{+x}}$$

$$RM : Mm :: \begin{cases} DL : ML \\ \Delta\Lambda : M\Lambda \end{cases}$$

$$dy : du :: \overline{a + t \overline{+x}} : a + u.$$

D'où l'on tire

$$\overline{a + t \overline{+x}}.\ dx = \overline{\overline{+y}\ \overline{+z}}.\ dy.$$

$$\overline{a + t \overline{+x}}.\ du = \overline{a + u}.\ dy.$$

Ces Equations expriment le rapport des coördonnées de la Courbe qu'on développe, aux coördonnées de la Courbe qui réſulte du développement; ſoit vers la concavité, ſoit vers la convexité.

II

† Fig 10.

Il eſt clair qu'afin que la Courbe qui réſulte du développement ſoit géométrique, il faut que celle qu'on développe ſoit géométrique, & de plus rectifiable. Dans tous les autres cas, la Courbe qui réſulte du développement ſera méchanique.

JE ne ſaurois finir ſans appliquer ce développement à la Spirale logarithmique; & ce ſera un exemple du développement des Courbes dont les ordonnées partent d'un pôle.

* Sóit la Spirale logarithmique AM, dont l'ordonnée $AM = y$; &ont l'Equation eſt $n\,dx = m\,dy$. $m \angle n$.

L'on ſait qu'ayant tiré par A la droite TC perpendiculaire à AM, la tangente MT eſt égale à la Courbe AM; & le rayon MC de la Développée à l'ordinaire va rencontrer ſon infiniment proche mC au point C ſur cette perpendiculaire, & y forme un des points de la Développée de M. *Huigens* qui eſt la même Spirale logarithmique.

Si l'on développe maintenant la Courbe AM vers la concavité par un fil perpendiculaire, & égal à l'arc AM; ayant tiré par L point que le fil trace, la ligne LD parallele à AC, il eſt évident que les Triangles MRm, MTA, MAC, MDL ſont ſemblables: mais MDL eſt égal à ATM à cauſe de $ML =$ l'arc $AM = MT$.

L'on

* Fig. 11.

L'on a donc $AM = y = DL$.

$$Mm = \frac{dy}{n}\sqrt{m^2 + n^2} = Bl.$$

L'arc $AM = \frac{y}{n}\sqrt{m^2 + n^2} = ML$.

$$MC = \frac{y}{m}\sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$LC = \frac{ny - my}{mn}\sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$AD = \frac{ny - my}{n}.$$

Et à cause des secteurs semblables,

$$CM : Mm :: CL : LB.$$

$$\frac{y}{m}\sqrt{m^2+n^2} : \frac{dy}{n}\sqrt{m^2+n^2} :: \frac{ny-my}{mn}\sqrt{m^2+n^2} : \frac{n-m}{n^2}dy\sqrt{m^2+n^2}.$$

Et faisant $AL = z$.

$$LP = dt.$$

L'on aura

$LB^2 + lB^2 = LP^2 + lP^2$, qui donne l'Equation.

$$(A)\ \sqrt{m^4 - 2m^3n + 3m^2n^2 - 2mn^3 + 2n^4}.dy^2 = n^4.dz^2 + dt^2.$$

L'on a de plus, à cause de $AD^2 + DL^2 = AL^2$,

$$\sqrt{2n^2 - 2mn + m^2}.y^2 = n^2z^2.$$

D'où l'on tire

$$\sqrt{2n^2 - 2mn + m^2}.dy^2 = n^2dz^2.$$

Et

Et ſubſtituant cette valeur de dy^2 dans l'Equation A, l'on trouvera

$$mdz = ndt.$$

qui fait voir que la Courbe qui réſulte de notre dévelopement, eſt la même Spirale logarithmique; qui ſe trouve ici placée entre celle qu'on dévelope, & la Dévelopée à la maniere de M. *Huigens*.

* Il peut arriver différens cas; lorſque $m > n$, le fil ſe croiſe auparavant de décrire la Courbe qui réſulte du dévelopement; qui cependant eſt encore la même ſpirale Logarithmique.

Enfin lorſque $m = n$ les points L & C ſe réuniſſent, & la nouvelle Spirale logarithmique tombe ſur la Dévelopée de M. *Huigens*.

Dans tous ces cas, ſi l'on dévelope la Spirale logarithmique $A\ M$ par la converité, la nouvelle Spirale $A\ A$ ſera toujours la même que celle qu'on dévelope.

Voilà encore une nouvelle merveille ajoûtée à une Courbe, à qui ſes ſingulieres propriétés avoient déja fait donner le nom de *Spirale merveilleuſe*.

* Fig. 12.

EX-

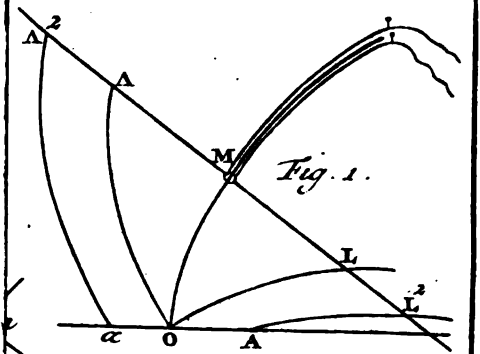
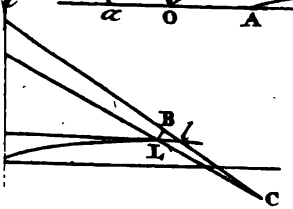


Fig. 1.



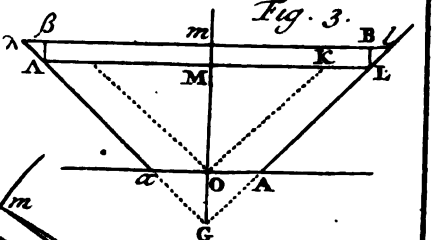
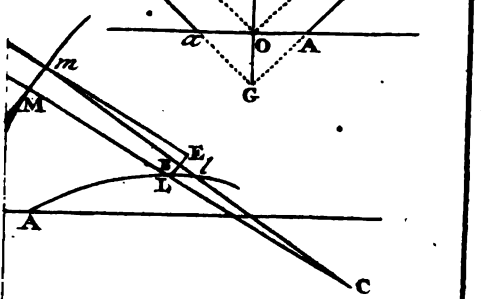


Fig. 3.



EXPLICATION DES TABLES DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER;

Avec des Réflexions sur le mouvement de ce Satellite.

Par M. MARALDI. *

LEs Tables des Satellites de Jupiter que feu M. Cassini a publiées en 1693, contiennent deux Méthodes de calculer leurs Eclipses. Dans l'une, il employe les moyens mouvemens ; & dans l'autre, il se sert de leurs révolutions. Dans la premiere il suppose l'orbe de chaque Satellite à peu près concentrique à Jupiter, autour duquel le Satellite se meut également, parcourant des parties égales en tems égaux. Il considere une ligne droite, qui partant du centre de leurs moyens mouvemens, est parallele à celle qui étant tirée du centre du moyen mouvement de Jupiter, va au commencement d'*Aries*. Cette ligne qui part du centre de Jupiter, marque dans l'orbe de chaque Satellite un point qui sera le premier point d'*Aries*. C'est

* 15 Janv. 1727.

C'eſt de ce point que commence la diviſion de leurs cercles en douze Signes du même nom que ceux du Zodiaque, & qui eſt pris pour terme des moyens mouvemens de chaque Satellite, comme l'on fait communément à l'égard de tous les mouvemens céleſtes; ainſi un Satellite aura fait le cercle entier, ou le tour du Zodiaque à l'égard du centre de Jupiter, quand il ſera retourné à ce point de ſon orbite après en être parti.

Quand donc Jupiter par ſon mouvement ſera au premier degré d'*Aries*, & qu'un Satellite ſe trouvera avec Jupiter dans ſa conjonction ſupérieure, le Satellite aura la même longitude que Jupiter; le Satellite ſera en *Cancer*, quand à l'égard du même point, il aura parcouru la quatrième partie de ſon cercle, & en *Libra* quand il en aura parcouru la moitié; ainſi des autres. On conſidere donc les moyens mouvemens des Satellites à l'égard du centre de leurs cercles, comme l'on fait les moyens mouvemens des autres Planetes à l'égard du point où ſe fait ce mouvement.

Je ne m'arrêterai point à faire voir les principes ſur leſquels eſt fondée la méthode de calculer leurs Eclipſes par les moyens mouvemens: il ſuffira d'expoſer ceux que ſuppoſe la ſeconde méthode, qui eſt beaucoup plus facile que la premiere, & qui ſe fait par l'addition & par la ſouſtraction de certains nombres, dont on ne voit pas d'abord la raiſon. L'explication de la ſeconde méthode ſervira à faire voir les principes qu'on ſuppoſe dans la premiere, & qui ſont les mêmes dans l'une

&

& dans l'autre, quoiqu'on les employe d'une maniere un peu différente.

Dans la seconde méthode de calculer les Eclipses du premier Satellite, on employe ses révolutions autour de Jupiter, qui sont considerées d'une maniere un peu différente que les moyens mouvemens. Car on prend les révolutions, non pas à l'égard du point d'*Aries*, comme l'on fait les moyens mouvemens, mais à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter; & comme cette Planete se meut par son mouvement propre d'Occident en Orient, il résulte que le retour du Satellite à l'égard de cette ligne qui va du Soleil à Jupiter, est un peu plus long qu'à l'égard de la ligne qui est dirigée au commencement d'*Aries*: car afin que le Satellite fasse sa révolution à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter, il faut qu'il parcoure son cercle entier, & de plus une portion de son cercle égale à celle que Jupiter a parcouru dans l'espace d'une révolution du Satellite. Le tems que le Satellite employe à parcourir son cercle, & de plus une portion de son cercle égale à celle que Jupiter parcourt en même tems sur son orbite, est donc appellée révolution du Satellite.

On distingue ces révolutions en moyennes qui sont égales entre elles, & en véritables ou apparentes qui sont inégales; & on se sert des moyennes pour trouver les véritables.

M. Cassini prend les révolutions moyennes à l'égard de la ligne qui marque le moyen mouvement de Jupiter; cette ligne part d'un point pris sur l'Axe de l'orbite de Jupiter

Soleil de l'excentricité de Jupiter ;
itre de cette Planete. Cette ligne
ſorte qu'elle fait avec l'Axe de
ngle, qui depuis l'Aphélie aug-
ours également en tems égaux juſ-
élie, & en fait de même depuis le
ſqu'à l'Aphélie.

me ligne du moyen mouvement
olongée juſqu'à la partie ſupé-
orbe du Satellite, fait le même
la ligne tirée par le centre de Ju-
lelement à celle de l'Axe de ſon
xe de l'ombre de Jupiter où arri-
lipſes des Satellites, ſe rencontre
e du vrai mouvement, & elle fait
centre de Jupiter avec la ligne
nouvement, qui eſt appellé An-
uation périodique ou de premiere
il augmente depuis l'Aphélie ou
érihélie juſqu'à la moyenne diſtan-
n & l'autre terme ; & il diminue,
nt des moyennes diſtances juſqu'à
ou juſqu'au Périhélie, où il ſe
1.

on de l'orbe du Satellite compris
ne du moyen mouvement de Ju-
e du vrai qui ſe croiſent au centre
eſt la meſure de l'angle de l'E-
Jupiter ; il meſure encore l'inéga-
ouvement de l'ombre de Jupiter
du Satellite qui eſt la diſtance en-
du moyen mouvement, qui ſe
ment dans l'orbe du Satellite, &
me de Jupiter. Les révolutions du
ſe prennent à l'égard de la ligne du

moyen

moyen mouvement de Jupiter ſeront donc égales entre elles, & les révolutions qui ſe terminent à la ligne du vrai mouvement ſeront inégales, & la différence qu'il y a entre les unes & les autres eſt meſurée par le tems que le Satellite employe à parcourir l'arc compris entre ces deux lignes; ce tems ayant la même proportion au tems d'une révolution entiere du Satellite, que cet arc a au Cercle entier. Par les révolutions moyennes on trouve les conjonctions moyennes du Satellite, & les conjonctions moyennes ſervent à trouver les véritables par la différence du tems qu'il y a entre les unes & les autres.

Dans l'Aphélie & dans le Périhélie, les véritables conjonctions concourent avec les moyennes. Quand Jupiter quitte ſon Aphélie & va vers le Périhélie, ce tems ſe ſouſtrait de l'heure de la conjonction ou Eclipſe moyenne, parce que le Satellite dans ſa révolution rencontre l'ombre de Jupiter, où ſe fait l'Eclipſe, avant que de rencontrer le lieu où ſe termine la conjonction moyenne; mais lorſque Jupiter va du Périhélie à l'Aphélie, la différence du tems s'ajoûte au tems de la moyenne conjonction, parce qu'en ce cas le Satellite rencontre la ligne du moyen mouvement avant que d'arriver à l'ombre: par cette Equation les conjonctions véritables accelerent, & les révolutions du Satellite ſont plus courtes que les moyennes depuis l'Aphélie juſqu'aux moyennes diſtances; mais depuis ce terme juſqu'au Périhélie, les conjonctions retardent & les véritables révolutions ſont plus longues que les moyen-

nes; depuis le Périhélie juſqu'à l'Aphélie, il arrive le contraire de ce qui a été remarqué dans le premier demi-cercle.

Pour diſtribuer cette inégalité auſſi-bien que les autres qui ſe trouvent dans le mouvement du premier Satellite, M. Caſſini a cru que la maniere la plus commode pour le calcul des Eclipſes, étoit de donner dans des Tables la partie de ces inégalités qui convient à chaque revolution; car comme les Eclipſes ſont ce qu'il y a de plus important à obſerver dans le mouvement des Satellites, il n'y a rien auſſi qui facilite davantage le calcul de ces Eclipſes, que d'avoir ces Equations calculées pour le tems de chaque Eclipſe: par-là on n'a pas beſoin de prendre des parties proportionelles; on voit auſſi-tôt la différence de chaque révolution moyenne à l'égard de la véritable, & on tire la vraye révolution ſuivante, de la précédente.

Pour cet effet, il s'eſt aviſé par un art très-ingenieux de diviſer l'Orbe de Jupiter en autant de parties qu'il y a de révolutions ou d'Eclipſes du premier Satellite dans le tems que Jupiter employe à parcourir ſon Orbe, après avoir déterminé par la comparaiſon des obſervations des plus anciennes Eclipſes avec les modernes, le nombre des révolutions compriſes entre les unes & les autres. Voici de quelle maniere il s'y eſt pris.

On trouve qu'en 12 années Juliennes 22^{h} 42′ 12″ le premier Satellite fait 2477 retours à l'ombre de Jupiter, comme il paroît par la Table des révolutions des années.

En 12 années Juliennes Jupiter fait une ré-

révolution par le Zodiaque & de plus 4° 21′ 24″, comme il eſt conſtant par les Tables les plus exactes de cette Planete; en 22ʰ 42′ 12″, tems que 2477 révolutions ſurpaſſent 12 années Juliennes, Jupiter par ſon moyen mouvement fait 4′ 42″; donc en 12 années Juliennes 0 jours 22ʰ 42′ 12″ égales à 2477 révolutions du premier Satellite, Jupiter parcourt ſon cercle entier & de plus 4° 26′ 6″; mais le mouvement de l'Aphélie de Jupiter en 12 années eſt 10′ 6″, ſuivant l'ordre des Signes; donc en 12 années Juliennes 22ʰ 41′ égales à 2477 révolutions du premier Satellite, le mouvement de Jupiter à l'égard de ſon Aphélie, outre le cercle entier, eſt de 4° 16′.

Maintenant le premier Satellite de Jupiter fait 29 révolutions en 51 jours 7ʰ 49′ 24″, comme il paroît par la Table des mois. Dans cet intervalle le moyen mouvement de Jupiter eſt 4° 16′, égal par conſéquent à l'excès que le mouvement de Jupiter fait en 2477 révolutions. Si l'on ôte ces 29 révolutions de 2477, on aura 2448 révolutions préciſément égales au tems d'une révolution de Jupiter à l'égard de ſon Aphélie.

Suppoſant donc que le Satellite acheve ce nombre de révolutions dans le retour de Jupiter à ſon Périhélie, on donne calculée dans la Table qui commence à la page 21 & finit à la page 38, la partie de l'Equation de Jupiter qui convient à chaque révolution, en commençant du Périhelie, & paſſant ſucceſſivement par toutes les révolutions juſqu'à l'Aphélie.

Ce nombre de 2448 par une rencontre heureuſe ſe trouve commode pour cette diſtribution, à cauſe du grand nombre des parties aliquotes qu'il contient; car puiſque 2448 repréſente le Cercle entier de l'anomalie de Jupiter, 1224 en donne le demi-Cercle, 612 en donne le quart ou trois Signes, 408 deux Signes, 204 un Signe, 34 révolutions, 5 degrés; ainſi des autres, comme l'on peut voir dans la Table qui eſt à la page 20.

Pour calculer l'Equation qui convient à chaque révolution du Satellite, on a ſuppoſé celle qui ſe trouve dans les Tables qui repréſentent mieux les obſervations de Jupiter; différentes Tables la faiſant un peu différente. Pour cette recherche on a préféré les Tables Rudolphines qui ſuppoſent cette Equation dans les moyennes diſtances, où elle eſt plus grande, de 5°. 30', & ſa diſtribution par l'Orbe de Jupiter comme elle eſt ſuppoſée par Kepler; ayant donc calculé l'Equation de Jupiter qui convient à chaque révolution du premier Satellite à commencer du Périhelie, on l'a convertie en tems, en raiſon d'un jour 18 heures 28 minutes 36 ſecondes pour 360 degrés. Ce tems calculé pour chaque révolution, qui marque la différence entre les Eclipſes moyennes & véritables, va en augmentant depuis le Périhélie juſques aux moyennes diſtances, où il eſt 39' 8'', comme l'on peut voir par la Table qui commence à la page 21, où le nombre premier qui eſt dans la premiere colomne, marque le nombre des révolutions à commencer du Périhélie; & les minutes & ſecondes qui y ré-

répondent dans la seconde colomne, sont ce qu'il faut ajoûter aux révolutions moyennes pour avoir les véritables depuis 0 jusqu'au nombre 1224, & ce qu'il faut ôter des moyennes pour avoir les véritables depuis le nombre 1224 jusqu'à 2448; ainsi le nombre premier marque le nombre des révolutions du premier Satellite depuis le Périhélie de Jupiter, & les minutes & secondes qui répondent au nombre premier sont l'Equation de Jupiter convertie en tems qui convient aux mêmes révolutions. Voilà l'explication du nombre premier & de l'Equation qui se prend par le moyen de ce nombre; on donnera dans la suite l'explication du nombre second qui est dans la troisieme colomne de la même Table.

Après avoir cherché la premiere inégalité des révolutions, il est nécessaire de savoir en quel endroit du Ciel cette inégalité doit commencer, ce qui dépend du lieu où se trouve le Périhélie de Jupiter dans le Zodiaque, & du tems auquel cette Planete y passe.

Les Astronomes ne s'accordent pas dans la situation du Périhélie de Jupiter, à cause de la grande difficulté de le déterminer avec précision; & la différence qu'il y a dans cette détermination entre divers Astronomes est si grande, qu'elle peut produire une erreur de 4 ou 5 minutes de tems dans le calcul des Eclipses du premier Satellite. Dans cette diversité d'hypotheses, M. Cassini a suivi celle qui s'approchoit le mieux de ce qu'il avoit déterminé lui-même, & qui en même tems représentoit plus précisément les Eclipses du

premier Satellite. Il ſuppoſe donc le lieu du Périhélie de Jupiter en 1700 au 10° 20' de *Libra*, d'où il réſulte que Jupiter paſſa par cet endroit l'an 1702 le 13 d'Octobre; ainſi ce jour-là de l'an 1702, le nombre premier fut 2448 ou zero. Pour trouver quel étoit le nombre premier en 1700 qui eſt l'époque qu'il a priſe dans ſes calculs, il faut conſidérer que depuis le commencement de l'année 1702 juſqu'au 13 d'Octobre il y a 162 révolutions du premier Satellite, & qu'en deux années Juliennes compriſes depuis 1700 juſqu'en 1702 il y a 413 révolutions; donc depuis le commencement de l'année 1700 juſqu'au 13 d'Octobre 1702, il y a 575 révolutions du premier Satellite, qui étant ôtées de 2448 on aura 1873, époque du nombre premier pour le commencement de l'année commune 1700, telle qu'elle eſt dans les préceptes: par un ſemblable raiſonnement on trouvera le nombre premier pour l'année 1600, ou pour toute autre époque que l'on voudra.

Après l'explication du nombre premier qui ſert à trouver la premiere inégalité des révolutions du premier Satellite, il faut rendre raiſon du nombre ſecond, qui ſert à connoître la ſeconde inégalité; car les Eclipſes du premier Satellite ne ſont pas ſeulement ſujettes à l'inégalité qui dépend du mouvement de Jupiter, elles en ont encore une ſeconde dont la période s'acheve au retour de Jupiter à la même ſituation du Soleil vue de la Terre.

Le tems du retour de Jupiter à ſon oppoſition, ou à ſa conjonction avec le Soleil, eſt in-

inégal par deux causes différentes; l'une dépend de l'inégalité du mouvement de Jupiter sur son orbite; l'autre du mouvement du Soleil autour de la Terre, ou de la Terre autour du Soleil: mais le tems dans lequel se fait une révolution moyenne qui n'est pas sujette à ces inégalités, est d'une année commune, 34 jours & près de deux heures, ou de 399 jours & près de deux heures. Dans l'intervalle d'une année, 33 jours 5^h 16′ il y a 225 revolutions du premier Satellite; donc entre le retour moyen de Jupiter à l'opposition, & 225 révolutions du premier Satellite, il y a 20 heures 34 min. de différence, dont les 225 révolutions sont plus courtes: ces 20 heures 34 min. font quatre dixiemes de révolution; donc le tems du retour de Jupiter à son opposition moyenne est mesuré par 225 révolutions moyennes du premier Satellite & $\frac{4}{10}$. On prend le jour de l'opposition de Jupiter avec le Soleil pour époque de ces révolutions qui sont désignées par le nombre second; ainsi le nombre second marquera le nombre des révolutions depuis l'opposition de Jupiter avec le Soleil qui la précéde; ce nombre se termine à l'opposition suivante, & il sert à règler la seconde inégalité qui convient à chaque révolution.

Mais pour faire la distribution de la seconde inégalité à chaque révolution, il faut connoître quelle est la plus grande, en quel endroit elle arrive, & par quelles règles elle varie. M. Cassini a conclu la plus grande inégalité par celle qu'il a trouvée près des quadratures de Jupiter avec le Soleil; car

ayant calculé en cet endroit les Eclipſes du premier Satellite par rapport aux époques qu'il avoit établies dans les oppoſitions, il a reconnu que les conjonctions calculées par la premiere Equation, différoient d'un degré entier, ou un peu plus à l'égard des conjonctions du premier Satellite qu'on trouvoit par les obſervations immédiates; de ſorte que ce Satellite dans les quadratures a un degré environ d'Equation ſouſtractive à l'égard du mouvement établi dans les oppoſitions, ce qui lui fit conclure qu'elle alloit en augmentant juſqu'aux conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où elle devoit être plus de deux degrés, & le double plus grande que près des quadratures. Le premier Satellite parcourt deux degrés de ſon orbite en 14′ 10″ de tems; & parce que entre une oppoſition moyenne de Jupiter avec le Soleil, & la conjonction ſuivante, il y a la moitié de l'intervalle qui eſt entre une oppoſition moyenne & la ſuivante, égal à 225 revolutions, il ſuit qu'entre l'oppoſition & la conjonction il doit y avoir 112 révolutions: c'eſt par cette raiſon que dans la Table qui commence à la page 39 au nombre 112 répond 14′ 10″ d'Equation qu'il faudroit faire au Satellite, lorſque Jupiter eſt en conjonction avec le Soleil, ſi ces Eclipſes étoient viſibles en cet endroit. Cette Equation a été diſtribuée à chaque révolution compriſe entre la conjonction & l'oppoſition de Jupiter, en raiſon du ſinus verſe de la diſtance de Jupiter à l'égard du Soleil vue de la Terre.

Telle eſt la conſtruction de la Table de la ſe-

seconde inégalité qui se prend avec le nombre second, qui, comme nous avons déja dit, désigne les révolutions du Satellite depuis l'opposition de Jupiter avec le Soleil jusqu'à la suivante. La Table de cette Equation se trouve à la page 39 & 40.

On remarquera ici que cette Table suppose que le Satellite a la même inégalité à pareilles distances de l'opposition, & que l'Equation qui convient à l'Eclipse d'un Satellite avant l'opposition, est la même que celle qui lui convient dans un pareil nombre de révolutions après l'opposition; mais cela n'est pas toûjours conforme aux observations, ainsi que M. Cassini l'a reconnu lui-même, ce qui a été aussi confirmé par les observations que nous avons continué de faire, & que nous rapporterons dans la suite de ce Mémoire.

Cette Equation est souvent différente non seulement dans la même année à égale distance de l'opposition, mais elle n'est pas la même 12 ans après, lorsque Jupiter retourne au même lieu du Zodiaque. Ces deux mêmes variations qui arrivent à la seconde inégalité s'observent encore dans les trois autres Satellites, & elles sont beaucoup plus sensibles & plus grandes dans ces Satellites que dans le premier, ainsi que nous le ferons voir dans une autre occasion.

A l'égard du nombre second des Tables du premier Satellite, il reste à rendre raison des Equations qu'il y a à faire.

Pour comprendre ces Equations, il faut considérer que si le mouvement de Jupiter étoit égal aussi bien que celui du Soleil, en-

tre une opposition de Jupiter & la suivante il y auroit toûjours le même intervalle de tems, ou un égal nombre de révolutions du premier Satellite, qui est de 225 $\frac{4}{15}$, tel que nous l'avons trouvé ci-dessus : mais parce que le mouvement vrai de ces deux Planetes est tantôt plus vîte, tantôt plus lent que le moyen, il en résulte qu'entre une opposition de Jupiter avec le Soleil & l'autre, il y a tantôt un plus long intervalle de tems, & tantôt un peu plus petit, & par conséquent un plus grand nombre de révolutions que 225, ou un plus petit; & comme la différence entre une opposition & l'autre vient en partie de l'inégalité du mouvement du Soleil, & en partie de celle du mouvement de Jupiter, on considere à part la différence que chacune de ces inégalités y peut apporter.

Pour commencer par celle du Soleil; lorsque cette Planete se trouve dans son périgée ou dans son apogée, ce qui arrive sur la fin de Decembre, & sur la fin de Juin, il ne doit pas y avoir de différence par cette cause entre les révolutions moyennes & les véritables, parce qu'alors le lieu véritable du Soleil concourt avec le moyen; mais à égale distance du périgée & de l'apogée, le lieu moyen du Soleil est différent du véritable de son Equation, qui dans les moyennes distances est près de deux degrés, ce qui arrive sur la fin de Mars & de Septembre : les révolutions véritables doivent donc être différentes des moyennes, & la différence est causée par l'inégalité du mouvement du Soleil, qui est près de deux degrés. Or le Soleil ne parcourt

court ces deux degrés qu'en deux jours; dans ces deux jours il y a une révolution entiere du premier Satellite, & de plus $5^h\ 31'$, qui font environ deux dixiemes de révolution: c'eſt donc là la différence qu'il peut y avoir par cette raiſon entre les révolutions moyennes & les véritables. C'eſt pourquoi dans les révolutions qui ſont dans la Table des mois, le nombre ſecond concourt avec le premier au commencement de Janvier, pourquoi ils diffèrent d'une révolution & deux dixiemes au mois de Mars, & qu'ils concourent de nouveau à la fin de Juin, & enfin pourquoi ils ſont de nouveau différens d'une révolution & deux dixiemes à la fin de Septembre.

Il ſera aiſé de voir pourquoi le nombre ſecond va en augmentant à l'égard du premier depuis le commencement de l'année juſqu'à la fin de Mars, & qu'il diminue enſuite juſqu'en Juillet; pourquoi depuis ce terme le nombre ſecond eſt plus petit que le premier, & va toûjours en diminuant juſqu'à la fin de Decembre, où le nombre ſecond eſt le même que le premier.

Il reſte à rendre raiſon du nombre ſecond qui eſt dans la grande Table de la premiere Équation. Ce nombre eſt proprement une Equation qu'il faut faire au nombre ſecond, à cauſe de l'inégalité du mouvement de Jupiter, qui fait que les oppoſitions moyennes de Jupiter avec le Soleil ne concourent pas le plus ſouvent avec les véritables, & cauſe une variation dans le nombre des révolutions du premier entre une véritable oppoſition & la ſuivante, outre celle que nous avons remar-

marqué venir du Soleil, de sorte qu'elles sont tantôt plus, tantôt moins que 225; ainsi pour avoir les véritables conjonctions du Satellite qui sont échûes depuis l'opposition, il faut faire au nombre second l'Equation qui est convenable à l'inégalité du mouvement de Jupiter, de même que pour avoir le nombre des conjonctions du Satellite, qui sont échûes après l'opposition, & qui servent à trouver la seconde Equation, qui leur convient.

Pour comprendre la raison de ce nombre, il faut considérer, comme nous avons déja dit, que l'Equation de Jupiter est nulle dans le Périhélie & dans l'Aphélie; que depuis ces termes elle va en augmentant jusqu'aux moyennes distances, où elle monte à 5 degrés & demi; les conjonctions moyennes dans ces endroits diffèrent donc d'autant des véritables comme elles sont vues du Soleil. Or le Soleil, par son mouvement, parcourt l'intervalle de 5 degrés & demi en 5 jours & demi, dans lesquels il y a un peu plus de trois révolutions du premier Satellite; il y a donc dans les moyennes distances un peu plus de trois révolutions du Satellite entre les conjonctions moyennes & les véritables.

Dans le Périhélie & dans l'Aphélie les conjonctions moyennes concourent avec les véritables, c'est pourquoi il n'y a point d'Equation à faire au nombre second. Depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie le Satellite arrive plutôt à la ligne des véritables conjonctions qu'à celles des moyennes, c'est pourquoi il faut ôter du nombre second cette Equation des révolutions moyennes pour avoir les véritables;

les ; mais depuis l'Aphélie jusqu'au Périhélie, il faut l'ajoûter par une raiſon contraire.

Tout ce que nous avons dit juſqu'à préſent regarde le calcul des conjonctions du Satellite qui ſe font lorſqu'il arrive à peu près au milieu de ſa courſe dans l'ombre de Jupiter ; mais le Satellite n'eſt point viſible en cet endroit. On peut obſerver ſeulement, à l'égard du premier Satellite, ſon entrée dans l'ombre, ou ſa ſortie, & jamais l'une & l'autre dans la même Eclipſe ; ainſi quand on a trouvé par le calcul l'heure de la conjonction du Satellite, pour avoir celle de ſon entrée dans l'ombre, il faut connoître le tems qu'il employe à la parcourir : car ſa moitié étant ôtée de l'heure de la conjonction, donne le tems de ſon immerſion ou de ſon entrée dans l'ombre, qui eſt la phaſe viſible depuis la conjonction de Jupiter avec le Soleil juſqu'à ſon oppoſition. La même demi-incidence dans l'ombre ajoûtée à l'heure de la conjonction, donne le tems de ſon émerſion ou de ſa ſortie de l'ombre, qui eſt la phaſe qui ſe peut obſerver depuis l'oppoſition juſqu'à la conjonction ſuivante de Jupiter avec le Soleil. Il faut donc avoir le tems que le Satellite employe à parcourir l'ombre de Jupiter, ou la durée des Eclipſes.

Mais la durée des Eclipſes du Satellite dépend de différens principes. Il faut premierement connoître la ſituation des nœuds des Satellites avec l'orbite de Jupiter, l'inclinaiſon de l'orbite du Satellite à l'égard de celle

de

de Jupiter, & le diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite ; car ces trois principes concourent à déterminer la durée des Eclipſes, & à connoître les règles avec leſquelles elle varie dans les différens endroits du Zodiaque.

Lorſque Jupiter, vu du Soleil, ſe trouve dans les nœuds des Satellites, la durée des Eclipſes eſt la plus grande de toutes, parce que l'incidence du Satellite dans l'ombre, ou la partie de ſon orbe qu'il parcourt dans l'ombre, eſt pour-lors repréſentée par le diametre de cette ombre. Quand Jupiter, vu du Soleil, eſt éloigné des nœuds du Satellite, la durée des Eclipſes eſt repréſentée par une Corde qui eſt d'autant plus petite, que Jupiter eſt éloigné des nœuds; ainſi pour avoir la durée des Eclipſes, il faut conſidérer cette diſtance des nœuds, qui avec la déclinaiſon de l'orbe du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, détermine la latitude du Satellite, laquelle étant comparée avec le diametre que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, fait connoître la partie de l'orbe du Satellite qui tombe dans l'ombre; cette portion de l'orbite du Satellite étant comparée avec le tems de la révolution entiere du Satellite, donne la durée de l'Eclipſe. Il eſt donc néceſſaire de connoître pour cela la ſituation des nœuds des Satellites, leur inclinaiſon à l'égard de l'orbite de Jupiter, & le diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite.

Pour connoître la grandeur que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, il faut avoir le

le diametre du Soleil, tel qu'il ſeroit vu de Jupiter, ce que l'on trouve par ſon diametre vu de la Terre, & par la proportion des diſtances de Jupiter au Soleil, & du Soleil à la Terre. Il faut ſavoir en ſecond lieu le diametre de Jupiter vu du Soleil, ce qu'il faut conclure de l'apparence qu'il fait à la Terre, & de la proportion des mêmes diſtances de Jupiter & de la Terre à l'égard du Soleil. Enfin pour avoir la grandeur de l'ombre dans l'orbe du Satellite, il eſt néceſſaire de ſavoir encore le rapport du diametre de Jupiter au diametre de l'orbe du Satellite. Voilà ce qui eſt néceſſaire de ſavoir, pour connoître la grandeur de l'ombre, qui eſt un des principes qui ſervent à trouver la durée des Eclipſes.

Le ſecond principe qui ſert au même uſage, eſt la ſituation des nœuds des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter. Si dans la même Eclipſe l'on pouvoit obſerver l'entrée & la ſortie du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, par les obſervations aſſidues des mêmes Eclipſes, on pourroit trouver cette ſituation; car en les comparant enſemble, on auroit celles de la plus longue durée, & le lieu de Jupiter où elles arrivent donneroit la ſituation des nœuds des Satellites: mais comme on ne peut pas obſerver dans la même conjonction du premier Satellite qu'une de ces phaſes, on ne peut pas employer cette méthode qui ſeroit des plus ſimples; il a donc fallu avoir recours à d'autres plus compoſées. On s'eſt ſervi des conjonctions apparentes du premier Satellite dans la partie inférieu-

rieure de son cercle, dans lesquelles on peut observer l'entrée dans Jupiter & sa sortie, pour avoir la durée totale. Mais comme elle est un peu différente de la durée dans l'ombre qui arrive dans la même révolution, & que d'ailleurs la plus longue durée dans l'ombre n'arrive pas dans la même révolution de la plus longue durée dans le disque, M. Cassini a été obligé de chercher une méthode de trouver la différence qu'il y a entre une apparence & l'autre, en réduisant par les hypotheses du mouvement de Jupiter & du Soleil, les apparences qui s'observent de la Terre à celle qui seroient vues du Soleil. Il seroit trop long de rapporter ici les différentes méthodes dont il s'est servi pour cette recherche, & qu'on peut voir dans son Traité sur les hypotheses des Satellites de Jupiter.

Enfin pour avoir la durée des Eclipses du premier Satellite de Jupiter, par tous les degrés de son orbite où cette Planete se trouve, il faut connoître l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, qui est un des principes qui, comme nous avons dit, concourent à déterminer leur durée.

On est parvenu à cette connoissance par l'observation des plus grandes latitudes du Satellite vues de la Terre & comparées au diametre de Jupiter, ce qui demande des observations de plusieurs années pour savoir quelles sont les plus grandes, & en quel endroit du Ciel elles arrivent. On trouve encore l'inclinaison par la plus grande durée & par la plus courte des conjonctions inférieures du premier Satellite avec Jupiter; car comme l'on peut

peut obſerver en cet endroit ſon entrée dans Jupiter & ſa ſortie de Jupiter, on connoîtra la durée, ce qui ne demande pas une moindre ſuite d'obſervations pour ſavoir quelle eſt la plus grande & quelle eſt la plus courte. La plus grande durée meſure l'arc du Satellite compris par le diametre de Jupiter; la plus courte meſure l'arc par lequel le Satellite parcourt une corde de ce diſque : ces deux arcs ſont deux côtés d'un triangle rectangle, par le moyen duquel on trouve la latitude du Satellite dans la conjonction par rapport au centre apparent de Jupiter. Cette latitude ainſi trouvée, ſeroit égale à la déclinaiſon vue de Jupiter, ſi au tems de l'obſervation de la plus grande & de la plus courte durée, cette Planete n'avoit point de latitude : mais comme cela n'arrive preſque jamais, il a fallu réduire par des méthodes particulieres cette déclinaiſon ainſi trouvée, à celle qui ſeroit vûe de Jupiter par rapport à ſon orbite, qui eſt la véritable déclinaiſon de l'orbe du Satellite.

Voilà les obſervations qui ont été néceſſaires, & les voyes qu'il a fallu ſuivre pour calculer la durée des Eclipſes du premier Satellite qui eſt à la page 41 des Tables de M. Caſſini.

On prend la demi-durée des Eclipſes avec le nombre premier qui, comme nous avons dit, marque les révolutions de ce Satellite depuis le Périhélie de Jupiter. Le nœud aſcendant des Satellites où eſt la plus longue durée, a été déterminé au 14° 30′ d'*Aquarius*. Le Périhélie de Jupiter étant au 10° d'*Aries*, il ſuit

ſuit que de ce dernier terme au 14° 30' du Lion oppoſé à *Aquarius*, il y a 800 révolutions du premier ; donc quand le nombre premier ſera 800, Jupiter ſera dans le nœud deſcendant des Satellites, il marquera pour lors la plus longue durée de ſes Eclipſes. Il en ſera de même, lorſque le nombre premier ſera 2098, car Jupiter ſera pour-lors dans le nœud aſcendant des Satellites ; & comme le nombre premier marque les différens points de l'orbe de Jupiter, il ſervira à connoître la durée des Eclipſes dans ces mêmes points.

Ce ſont-là les principes qui ont été employés dans les Tables du premier Satellite, & c'eſt-là la méthode que M. Caſſini a donnée pour calculer ces Eclipſes. Ces Tables ont été faites avec un tel art, que quoiqu'elles ſuppoſent les moyens mouvemens du Soleil & de Jupiter, auſſi-bien que leurs véritables & les diſtances de ces deux Planetes vues de la Terre, connus pour le tems de chaque Eclipſe du Satellite, on n'a pas beſoin de les calculer, mais à leur place on employe ſes révolutions qui ſervent de meſure pour connoître ces différens mouvemens. Cette méthode facilite les calculs de ces Eclipſes à un tel point, qu'ils peuvent être faits par ceux mêmes qui n'ont aucun principe d'Aſtronomie, pourvu qu'ils ſachent ſeulement les règles de l'addition & de la ſouſtraction.

Ces Tables ainſi conſtruites, repréſentoient avec aſſés de préciſion toutes les obſervations qu'on avoit faites juſqu'en 1693, qui fut l'année de leur édition. Cependant, comme

par

par la suite des observations les hypotheses des mouvemens célestes se perfectionnent toûjours davantage, sur-tout ceux des Satellites, qui ne sont connus que depuis si peu de tems, & dont nous n'avons d'observations un peu exactes de leurs Eclipses que depuis 1650; feu M. Cassini, cinq années après l'édition de ses Tables, ayant compté les observations les plus éloignées entre elles qu'il avoit faites alors par lui-même, trouva que les revolutions du 1er. Satellite supposées dans les Tables, étoient un peu trop longues, & qu'il falloit ôter une seconde de tems à 25 révolutions du premier, ce qui fait 8 secondes de tems en 206 révolutions comprises dans une année: ainsi ôtant 8 secondes à la derniere révolution des mois qui se termine au 30 Décembre $14^h\ 11'\ 36''$, on aura à la place $30\ 14^h\ 11'\ 28''$: il en sera de même dans les autres années à proportion; ce qui est une correction qui se peut faire aisément aux Tables.

Après cette correction faite aux révolutions moyennes, M. Cassini ayant comparé les Eclipses observées près des moyennes distances, lorsque Jupiter alloit de son Aphélie à son Périhélie, il reconnut qu'elles avoient une Equation soustractive de 40 ou 41 minutes de tems; & lorsqu'il alloit du Périhélie à l'Aphélie près des moyennes distances, elles en avoient une Equation additive à peu près de 41'; ainsi dans l'une & dans l'autre situation l'Equation étoit environ une minute ou deux de tems plus grande que celle des Tables qui la donnent 39' 8''. Il est extrêmement

diffi-

difficile de s'assûrer d'une minute, à cause du grand nombre de principes qui entrent dans le calcul d'une Eclipse du Satellite, qui pris un peu différemment, peuvent causer tous ensemble une différence encore plus grande; c'est pourquoi dans ce doute M. Cassini se détermina à augmenter la premiere Equation de sa 30e partie, qui donne la plus grande Equation de 40′ 26″, au lieu de 39′ 8″ comme elle est dans la Table. Il prit ce parti non seulement pour avoir à peu près un milieu entre la plus grande & la plus petite correction qu'il y avoit à faire, mais encore pour faciliter le calcul de cette Equation, afin qu'on pût l'appliquer aisément aux Tables qu'il avoit publiées; car le nombre qui marque dans la Table les minutes de la premiere Equation, & qui répond au nombre premier, étant doublé, si on l'ajoûte au nombre des secondes de la même Equation, on aura l'Equation corrigée, & telle qu'il faut l'employer.

Il faut remarquer ici, que si l'on suppose exacte l'Equation de Jupiter, telle qu'elle est dans les Tables Rudolphines, qui est celle qui a été employée dans ce calcul, & qu'elle n'ait pas besoin de correction, la 30e partie dont il faut augmenter la premiere Equation du Satellite pour représenter les observations de ces Eclipses, & sur-tout celles qui arrivent près des moyennes distances, feroit une troisieme inégalité à laquelle ces Eclipses seroient sujettes. Mais nous avons lieu de croire qu'au moins une partie de cette différence vient de ce que Kepler fait la premie-

re

re Equation de Jupiter trop petite; car ayant comparé enſemble un grand nombre d'obſervations que nous avons faites dans les oppoſitions de Jupiter avec le Soleil, nous avons trouvé ſon Equation de 5 minutes plus grande que celle qui eſt ſuppoſée par ce célébre Aſtronome, & qui eſt employée dans les Tables du premier Satellite, ce qui donneroit 35 ſecondes de plus ſeulement & feroit l'Equation totale de 39′ 40″ au lieu de 40 ou 41 qu'a trouvé M. Caſſini. Il faudra examiner ſi l'autre partie de l'Equation qui eſt néceſſaire pour repréſenter ces Eclipſes ne vient point de la premiere Equation de Jupiter, qui dans ce cas devroit être encore de 6 ou 7 minutes de degré plus grande que nous ne la ſuppoſons; ſi cela eſt, les mouvemens de Jupiter & du premier Satellite concourroient à ſe perfectionner réciproquement.

M. Caſſini fit les corrections que nous venons de rapporter ſur les mouvemens du premier Satellite, en 1698, cinq ans après l'édition de ſes Tables, & elles ſont le ſujet d'un Mémoire qu'il communiqua à l'Académie au mois de Juillet de la même année, dont M. du Hamel a publié un Extrait dans la 2e. édition de ſon Hiſtoire. Elles ſont encore rapportées dans les Mémoires de l'Acad. de l'an 1706, pag. 81, à l'occaſion de l'accord que le P. Laval dit avoir trouvé entre les obſervations des Eclipſes du premier Satellite faites à Marſeille, & le calcul qu'on avoit donné de ces Eclipſes dans la Connoiſſance des Tems; car en cet endroit M. Caſſini dit que ces calculs ont été faits ſur les corrections

qu'il avoit données en 1698, & qui consistent à ôter 4 minutes à l'époque marquée dans les Tables, à ôter une seconde de tems à 25 révolutions, & augmenter la premiere inégalité qui est dans la Table de sa trentieme partie.

Outre ces corrections qui ont été publiées dans ces deux différens endroits, M. Cassini en fit une autre à la durée des Eclipses du Satellite, comme il paroît par une Table écrite de sa main qui nous reste. Dans cette Table, il augmente d'une minute de tems la plus longue durée qu'il a donné dans celle qui est imprimée; & supposant la plus courte, telle qu'elle avoit été marquée dans la même Table, il calcule par cette hypothese dans les différentes distances de Jupiter au nœud des Satellites, la durée des Eclipses qui résulte de quelques secondes de tems, plus longue.

Les corrections de feu M. Cassini, qui consistent à ôter une seconde de tems à 25 révolutions, & à augmenter la premiere Equation de sa trentieme partie, représentent non seulement les observations des Eclipses du premier Satellite qui avoient été faites jusqu'à l'année 1698 qu'il donna ces corrections, mais encore celles que nous avons continué de faire depuis ce tems-là jusqu'à présent, de sorte qu'il n'y a rien à changer ni au moyen mouvement, ni à la premiere Equation; & elles représentent ces Eclipses avec tant de précision, que parmi plus de six cens que nous avons comparées ensemble, une grande partie s'accorde dans la minute, une autre par-

partie s'en éloigne un peu plus, & il n'y a que 40 observations qui s'éloignent de 4 à 5 minutes du calcul.

Ces plus grandes différences se rencontrent pour l'ordinaire dans les Eclipses observées proche des conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où la seconde Equation est plus grande, ce qui fait connoître qu'elle est sujette à des variations.

Entre plusieurs observations qui font voir ces variations de la seconde inégalité, nous nous contenterons de rapporter les suivantes. En 1670 feu M. Cassini observa l'Emersion du premier Satellite le 31 Mai à 8^h 48′ 46″, tems moyen. Dans cette observation, où la seconde Equation résulte de 17 minutes, le nombre second est 86, & par conséquent Jupiter étoit éloigné de la conjonction suivante de 26 révolutions du premier. En 1671 il observa l'Immersion du premier le 18 Octobre à 4^h 2′ 56″, tems moyen, d'où la seconde Equation résulte de 7 à 8 minutes. Dans cette observation le nombre second étoit 146, & par conséquent Jupiter étoit éloigné de la conjonction précédente de 33 révolutions, & 17 révolutions plus éloigné de la conjonction que celle de 1670. Si elles avoient été faites à la même distance, en 1671 l'Equation auroit été d'une minute plus grande qu'en 1670, & par conséquent elle auroit été de 8 à 9 min. mais en 1670 elle a été de 17; elle a donc été 8 min. au moins plus grande avant la conjonction de 1670, qu'elle n'a été après la même conjonction en 1671 à distances égales de la conjonction.

En 1695 cette Equation, avant la conjonction, a été égale à celle qui résulte des observations faites après, à la même distance, & elle s'est trouvée cette année-là telle qu'elle est dans les Tables.

En 1716, par les observations que nous avons faites le 10 Avril à 7h 33′ 41″, tems moyen, avant la conjonction, la seconde Equation résulte de 9 minutes; & par une autre, faite la même année, le 24 Juillet, à 3h 44′ 56″ du matin, tems moyen, après la conjonction, elle résulte de 16′ 10″. Dans l'observation du 10 Avril, le nombre second étoit 86, & dans celle du 24 Juillet il étoit de 143. La premiere étoit donc éloignée de la conjonction suivante de 26 révolutions, & la seconde étoit éloignée de la conjonction précédente de 31, avec une différence de 5 révolutions, dont la derniere étoit plus éloignée, ce qui donne une différence de 30 secondes, dont la derniere auroit été encore plus grande; elle auroit donc été de près de 17 minutes, si elle avoit été faite à la distance de 26 révolutions, comme celle du 10 Avril, mais celle-ci n'a été que de 9 minutes; donc en 1716 la seconde Equation a été fort inégale, & presque le double plus grande après la conjonction qu'avant, à distances égales de ce terme.

La seconde inégalité ayant donc été par les observations de 1670 & 1671, plus grande avant la conjonction qu'après, on auroit lieu de croire que vers ces années-là le terme où elle a été plus grande, n'a pas été dans la conjonction, mais avant; qu'en 1695 ce terme s'est rencontré dans la conjonction; & enfin qu'en 1716 ce ter-

erme s'eſt rencontré après la conjonction ; d'où 'on peut inférer qu'il a un mouvement qui, à 'égard du Soleil, l'a tranſporté de la partie occidentale vers l'orientale, & qu'en 1716 il étoit autant éloigné vers l'Orient qu'il en étoit vers l'Occident en 1671.

Ces inégalités & les variations qui arrivent à la ſeconde Equation du premier Satellite, non ſeulement en différentes années, mais dans la même année, à pareille diſtance de la conjonction de Jupiter avec le Soleil, ne ſont pas favorables à l'opinion de quelques Philoſophes, touchant le mouvement de la Lumiere, qu'on prétend prouver par cette ſeconde inégalité, laquelle dans ces circonſtances devroit être ſenſiblement égale, au lieu qu'elle eſt le plus ſouvent tantôt plus grande & tantôt plus petite, avec une différence de 7 à 8 minutes.

On peut ajoûter cette nouvelle réflexion aux autres, que nous avons rapportées dans le Mémoire de 1707 contre cette hypotheſe. J'ai communiqué cette réflexion avec d'autres à M. Halley, célébre Aſtronome Anglois, dans une Lettre que je lui écrivis en 1718, à l'occaſion d'une faute de Calcul que j'ai faite dans ce Mémoire, & dont il eut la bonté de m'avertir. Voici en quoi elle conſiſte.

J'y comparai deux obſervations du troiſieme Satellite avec deux autres du premier, faites à peu de jours près l'une de l'autre, & dans cette comparaiſon je trouve par erreur la ſeconde inégalité du troiſieme de 8 minutes, & contraire à celle qui ſe trouve dans le même intervalle entre deux obſervations du premier ; au lieu que par un calcul plus exact, elle n'eſt que de 2

minutes, & conforme à celle qui réſulte des obſervations du premier, comme l'a remarqué M. Halley, de ſorte que dans cette circonſtance la ſeconde inégalité du troiſieme Satellite étant conforme & égale, à quelques ſecondes près, à celle du premier, elle eſt favorable à l'hypotheſe du mouvement de la Lumiere. Mais la preuve que nous avons tirée dans le Mémoire de 1707, de l'inégalité du ſecond contre cette hypotheſe, ſubſiſte toûjours, quoique les principes que nous ſuivons préſentement touchant le mouvement du ſecond Satellite, un peu différens de ceux que nous employames alors dans ces calculs, donnent la quantité de cette Equation un peu différente.

On peut ajoûter encore que ſi l'Equation du 3e. ſe trouve égale à celle du premier dans les deux obſervations rapportées, & dans d'autres, comme nous avons dit dans ce Mémoire, il y en a un grand nombre où elle ſe trouve plus grande, quoique dans ce Satellite elle ne ſuive pas le rapport des diſtances des Satellites à l'égard du centre de Jupiter.

Il reſte à examiner la durée des Eclipſes du premier Satellite, ce qui eſt néceſſaire à ſavoir pour avoir l'heure des Immerſions & des Emerſions.

Pour vérifier ce principe, nous nous ſommes ſervis de différentes méthodes. Celle qui nous paroît la plus ſimple & la plus certaine, eſt de comparer une Immerſion qui a été obſervée quelques révolutions avant l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil, avec une Emerſion qui a été obſervée quelques révolutions après l'oppoſition, ce qui donne l'intervalle du tems qu'il

a entre une révolution & l'autre. Cet intervalle eſt compoſé du nombre entier de révolutions, & de plus du tems que le Satellite a employé à parcourir l'ombre de Jupiter, puiſqu'on compare le tems d'une Immerſion avec celui d'une Emerſion; ſi l'on ôte de cet intervalle celui qui eſt dû au nombre des révolutions qui y ſont compriſes, ayant égard aux variations qui arrivent à la premiere & à la ſeconde Equation dans le même intervalle, on aura le tems que le Satellite a employé a parcourir l'ombre de Jupiter, avec preſque autant de préciſion que ſi on l'avoit pû obſerver par ſon entrée dans l'ombre & par ſa ſortie de l'ombre dans la même révolution.

Il eſt vrai qu'on ne peut employer cette méthode qu'une fois tous les 13 mois, & qu'il y a des années où le tems n'a pas été favorable pour faire des obſervations à une petite diſtance de l'oppoſition de Jupiter avant & après, comme il eſt néceſſaire; mais quoique les autres obſervations que l'on employe pour cette recherche ſoient un peu moins rares, elles n'ont pas la même évidence, & cette méthode peut ſervir à vérifier les mêmes principes que l'on a trouvé par les autres méthodes.

Ayant donc comparé de cette maniere les obſervations faites depuis 1672 juſqu'en 1726, parmi leſquelles il y a en a un grand nombre propres pour cette recherche, nous avons trouvé en 1677 la demi-demeure du Satellite dans l'ombre de Jupiter de 1h 8′ 13″, lorſque cet Aſtre étoit au 20° 30′ d'*Aquarius*, & plus avancé de 8 degrés du 14° 30′ du même Signe, où M. Caſſini place le nœud aſcendant des Satellites; en

1724 lorſque Jupiter étoit au 7d 16′ du lieu du même nœud, la demi-demeure du Satellite dans l'ombre a été de 1h 8′ 33″.

Par les obſervations faites l'an 1683, lorſque Jupiter étoit au 17° 10′ du Lion, plus avancé de 2d 40′ que le nœud aſcendant, nous avons trouvé la demi demeure de 1h 9′ 43″, & en 1695 de 1h 8′ 45″, le lieu de Jupiter dans le Zodiaque étant au 21° 44′ du même Signe & plus avancé de 7° & un quart, que le lieu où l'on place le nœud deſcendant.

En comparant ces obſervations enſemble, il paroît que la plus grande durée eſt arrivée, lorſque Jupiter étoit vers le milieu d'*Aquarius* & du Lion, qui eſt le degré où M. Caſſini a déterminé les nœuds des Satellites. Si l'on compare les obſervations de 1677 avec celles de 1724, éloignées entre elles d'un intervalle de 47 ans, on voit avec toute l'évidence que peuvent donner ces obſervations, que la ſituation des nœuds eſt la même, & que par conſéquent ils n'ont point eu de mouvement ſenſible, comme cela réſulte encore des obſervations faites chaque année dans cet intervalle; en cela les Satellites ſont plus conformes aux Planetes qu'à la Lune, dont les nœuds ont un mouvement ſenſible. Il réſulte cependant de ces mêmes obſervations, que la durée des Eclipſes au retour de Jupiter près du même lieu du Zodiaque n'eſt pas la même, comme elle réſulte des calculs fondés ſur les principes établis ſur le plus grand nombre d'obſervations, par leſquels on calcule cette durée à différentes diſtances de nœuds. On trouve dans la durée des Eclipſes une variation non ſeulement par les obſervations faites pro-

roche des nœuds, & à différentes distances des œuds, mais dans les limites des plus grandes ıtitudes qui sont éloignés des nœuds de 90 degrés.

Voici ce qui résulte des observations faites ans ces limites. En 1691, Jupiter étant au 0° 50′ du Taureau, éloigné de 3° 40′ d'un de es termes, la demi-durée de l'Eclipse résulte le 1ʰ 4′ 0″. En 1703, Jupiter étant au 17° 8′ lu même Signe, & fort près du limite de la plus grande latitude, on trouve la demi durée le l'Eclipse de 1ʰ 1′ 20″. Et en 1715, elle a été de 1ʰ 3′ 48″, Jupiter étant au 21° 25′ du Taureau. Ainsi entre ces trois différentes déterminations, il y a une minute 40 secondes, quoique la différente distance de Jupiter à l'égard du limite n'en doive causer de sensible. La durée des Eclipses paroît plus uniforme par deux déterminations faites près du limite opposé, par l'une desquelles elle est de 1ʰ 4′ 27″, & par l'autre 1ʰ 4′ 18″.

On est porté à supposer que cette variation qui se trouve dans la durée des Eclipses, non seulement près des nœuds & des limites de la plus grande latitude, mais encore dans les différentes distances à l'égard de ces termes, vient de la difficulté de déterminer précisément cette durée; mais il y a quelque raison de les croire ces variations réelles, parce qu'au retour de Jupiter dans le même lieu du Zodiaque, nous en avons trouvé encore de plus grandes & de plus sensibles dans la durée des Eclipses des trois autres Satellites que l'on a déterminée avec toute l'évidence & toute l'exactitude possible par l'entrée & par la sortie des Satellites dans l'om-

bre obſervées dans la même révolution, comme nous le ferons voir une autre fois.

Il eſt vrai que ces variations ne ſont point cauſées par le mouvement des nœuds, puiſqu'on les trouve toûjours dans le même endroit du Zodiaque; mais elles peuvent venir de quelque changement dans l'inclinaiſon de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, ou par quelque excentricité des Satellites, qui étant variable, eſt cauſe que le Satellite rencontre le cone de l'ombre de Jupiter, tantôt plus proche, tantôt plus loin de cet Aſtre, & fait par cette cauſe en différentes années, au même endroit du Zodiaque, la durée des Eclipſes tantôt un peu plus longue, tantôt un peu plus courte, comme il arrive aux Eclipſes de Lune.

Suppoſé que ces variations ſoient réelles, & qu'elles ne dépendent point des obſervations, comme il y a tout lieu de croire, il faudra un grand nombre d'obſervations pour en trouver les règles & connoitre la cauſe, celles que nous avons juſqu'à préſent, & quoique faites avec toute l'attention & l'aſſiduité poſſible, n'étant pas ſuffiſantes.

M. Pond, célébre Aſtronome Anglois, a donné dans les Tranſactions Philoſophiques de 1719, les Tables du premier Satellite de Jupiter, dans leſquelles il ſuppoſe les révolutions moyennes échues au 30 Décembre, de $14^{h}\ 11'\ 28''$. M. Caſſini dans ſes Tables imprimées en 1693, le ſuppoſe de $14^{o}\ 11'\ 36''$, la différence entre les unes & les autres de $8''$ de tems, dont les révolutions que M. Pond employe ſont plus courtes: ces 8 ſecondes ſont juſtement la correction que M. Caſſini trouva en 1698 qu'il falloit faire aux révolutions moyennes; ainſi

ainſi les révolutions moyennes, calculées ſuivant les corrections de M. Caſſini, ſont les mêmes que celles de M. Pond.

EXAMEN D'UN SEL TIRÉ DE LA TERRE EN DAUPHINÉ;

Par lequel on prouve, que c'eſt un SEL DE GLAUBER NATUREL.

Par M. BOULDUC.

M. DE RESSONS, Membre de l'Académie Royale des Sciences, y préſenta, il y a quelque tems, un Sel à examiner, pour ſavoir à quel genre il pourroit être rapporté, ou quel uſage on en pourroit faire? & nous dit, que c'eſt auprès de Grenoble, que l'on le tire de la terre.

Cette Ville a des environs, où il y a différentes Mines métalliques, & d'autres Matieres minérales, pour la recherche deſquelles on a coupé la terre en différens tems, & l'on a fait des creux, dont quelques-uns reſtent encore ouverts, & ſont d'un facile accès. Quelques ouvriers ou Mineurs s'aviſerent de travailler de nouveau dans un de ces creux; & loin de trouver ce qu'ils y cherchoient, ils découvrirent une terre chargée de quelques petits brillans, que quelques-uns d'entre eux reconnurent pour être

salins. Ils se persuaderent d'abord d'avoir trouvé une terre fertile en Salpêtre, & ils se crurent confirmés dans leur idée d'avoir rencontré un magasin plein de ce Sel, quand, après avoir fait une forte lessive de leur terre, ils apperçûrent dans l'évaporation de cette lessive des Cristaux, qui avoient quelque ressemblance, quoique très imparfaite, avec ceux du Salpêtre.

Mais quand les Cristaux du Sel du Dauphiné auroient ressemblé davantage à ceux du Salpêtre, il ne pouvoit pas encore pour cela passer ni être reçû pour ce Sel, vû que les autres qualités, qui sont propres & comme spécifiques au Salpêtre, lui manquent. La seule configuration d'un Sel n'épuise pas son essence ou son caractére.

Afin de faire connoître le Sel du Dauphiné pour ce qu'il est en effet, je comparerai d'abord *ses proprietés*, qui ne sont en quelque façon qu'*exterieures*; ensuite j'examinerai ce qui regarde *son interieur*, je veux dire, *les principes* dont il est composé.

Ce Sel, tel qu'on nous l'envoye du Dauphiné, est ordinairement en gros monceaux, dont la partie inférieure, qui est épaisse d'environ un pouce, est une masse indistincte, blanche, opaque, & assés ferme; & le dessus, ou la partie supérieure, épaisse d'environ deux à trois pouces, représente un tas de petits Cristaux transparens & brillans, dont quelques-uns sont en lamelles plattes; d'autres, & c'est la plus grande partie, sont formés en petits quarrés allongés, mais tellement serrés les uns contre & sur les autres, que la configuration, qu'ils affectoient, n'a pas pû s'achever; & parmi ceux-ci

il

il eſt rare d'en trouver, qui ſoient en petites colomnes parfaitement de quatre côtés ſurmontées de facettes.

Cette irrégularité & confuſion ſont l'effet d'une évaporation & criſtalliſation trop précipitées, que les ouvriers mieux inſtruits éviteroient facilement; car ayant diſſous de nouveau une quantité de ce Sel, tant du deſſus que du deſſous des monceaux, & l'ayant laiſſé criſtalliſer lentement, j'ai vû les derniers Criſtaux auſſi bien que les premiers en colomnes exactement quarrées, dont les extrémités ſont taillées à facettes, leſquelles répondent en nombre aux côtés de leurs colomnes, quoique les derniers de ces Criſtaux ſoient plus grêles, & d'un bien moindre volume que les premiers; ce qui eſt ordinaire aux Sels moyens.

Dans quelque état que l'on prenne notre Sel, il ſe *diſſout facilement dans environ un poids égal d'Eau commune*, il *eſt friable*, *il ternit par la chaleur*, & même avec le tems *à l'air*, & ſe couvre comme d'une fole farine; ſur *un charbon ardent il fond aiſément*, ſans fuſer comme le Salpêtre & ſans s'enflammer, il ſe bourſouffle ſeulement par l'Eau qu'il contient & que la chaleur en diſſipe, & alors il ſe change en une chaux ſaline; enfin *ce Sel* étant goûté, imprime d'abord à la langue une *amertume ſenſible*, qui eſt bien-tôt après ſuivie de *fraîcheur*.

A ces marques & proprietés, quoique ſeulement extérieures, on a coûtume de reconnoître le Sel, qu'on appelle *admirable* ſuivant Glauber ſon Auteur. Le Sel du Dauphiné ayant ces mêmes qualités, eſt donc déja par-là ſon ſemblable.

Mais comme dans les recherches que nous faiſons par la Chimie, on ne peut pas ſe contenter d'un petit nombre de circonſtances, qui n'achevent pas le caractere d'un Mixte; il faut entrer dans l'examen des principes, dont ce Mixte eſt combiné. C'eſt ce que je vais faire pour le Sel du Dauphiné, qui fait mon ſujet.

A l'égard de celui que nous faiſons par art, ſelon la méthode de Glauber, nous ſavons avec certitude, qu'il eſt compoſé *de deux principes*, dont l'un eſt *Salin* & l'autre *Terreux*; le premier eſt *l'acide vitriolique fixe*, & le deuxieme la *Terre du Sel marin*, dans laquelle cet acide s'engaîne & ſe corporifie: il faut que notre Sel ait les deux mêmes principes, pour être entierement ſemblable à celui de Glauber.

Il pourroit à la vérité ſuffire de bien prouver le principe Salin de notre Sel, & ſuppoſer le deuxieme par une juſte conſéquence; puiſque nous ſommes préſentement bien convaincus, que l'acide vitriolique ne peut avec aucune autre ſubſtance connue, ſi ce n'eſt celle qui fait la baſe du Sel commun, former un Sel de la configuration & des proprietés, que doit avoir celui de Glauber: néanmoins je ne perdrai point *ce deuxieme principe* entierement de vûe.

Il eſt ſuperflu pour ma recherche de rapporter, que le Sel du Dauphiné ſe convertit aiſément en Foye de Soufre avec des matieres inflammables par rapport *à ſon principe ſalin*, & qui dans ce changement ne peut-être que *l'acide vitriolique*; je ne toucherai pas non plus les précipitations qu'il fait de l'argent diſſous en Eau forte, & du ſucre de Saturne ou plomb diſſous par le Vinaigre, par rapport au *même principe*;

je

je m'arrêterai ſeulement à ce qu'il opere avec le Vif-argent; & à cette petite opération j'en ferai ſucceder une autre, qui regarde ſon principe terreux: ces deux opérations ſont également faciles à imiter par les moins connoiſſeurs.

Je diſſous une once de Vif-argent dans un poids égal ou un peu plus de bon Eſprit de Nitre, & je verſe cette ſolution dans deux onces de Sel du Dauphiné diſſous dans l'Eau commune: ſur le champ l'acide vitriolique, contenu dans le Sel du Dauphiné, abandonne ſa baſe terreuſe à l'Eſprit de Nitre & dérobe, comme par le droit du plus fort, à celui-ci le Vif argent, & après s'être lié étroitement avec lui, ils tombent tous les deux au fond du vaiſſeau en *une poudre jaune* ſemblable au Turbith minéral, que nous faiſons dans nos opérations ordinaires par le Vif-argent & l'Huile de vitriol.

Après avoir retiré cette poudre jaune, qui eſt réellement un Turbith minéral, comme la ſuite le fera voir, & après l'avoir lavée & ſéchée, j'en mêle une once avec deux onces de Sel marin pareillement bien ſec, & je pouſſe ce mêlange au feu de ſable dans un vaiſſeau, dont la partie ſupérieure eſt bien convexe; alors il s'ouvre une nouvelle ſcene; l'acide du Sel marin jouït ici de la ſupériorité, il enleve à ſon tour à l'acide vitriolique, concentré dans le Turbith, le Vif-argent; & s'élevant enſemble au haut du vaiſſeau, ils forment eux deux un Sublimé Mercuriel, pendant que l'acide vitriolique, retrouvant une terre ſemblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Eſprit de Nitre, laquelle eſt ici ce que l'acide du Sel marin a laiſſé en arriere, s'y rejoint & reſte uni avec elle au fond

fond du vaiſſeau comme une poudre ſaline ; laquelle diſſoute dans l'Eau regenere ou reproduit un Sel parfaitement ſemblable à celui que j'avois d'abord employé à précipiter le Mercure, ayant la même configuration des Criſtaux, les mêmes autres proprietés & les mêmes principes; en un mot le caractere du Sel de Glauber.

Ceux qui ne ſont pas initiés dans les principes de Chimie, ni accoûtumés à entendre parler des rapports, qui regnent entre les ſubſtances naturelles & que les expériences nous font encore connoître tous les jours, peuvent être ſurpris des différens changemens, qui arrivent dans les deux opérations que je viens d'expoſer. Voici ce que je puis en dire ſuccinctement. Dans la *premiere*, qui eſt le *mélange du Sel du Dauphiné avec la ſolution du Mercure*, l'acide vitriolique, contenu dans ce Sel, jouït en plein de ſa force, qui eſt : „ Que preſque dans toutes les occa„ ſions, il eſt ſupérieur aux autres acides, „ il leur enleve ſelon l'occurrence les Sels „ & les Terres; il leur emporte même les „ ſubſtances métalliques, & cela va juſqu'à „ l'Eſprit de Nitre, comme il le fait ici à „ l'égard du Mercure, que l'Eſprit de Nitre „ avoit diſſous; il force cet acide à le lui ce„ der, & il tombe enſuite avec lui en Turbith „ minéral. Mais une petite circonſtance change la Theſe dans la *deuxieme opération*, qui eſt *le mélange de ce Turbith avec le Sel marin* : La Chimie a des exceptions ſous ſes règles générales, comme d'autres Arts. Cette exception eſt par rapport à notre ſujet : „ Que toutes les „ fois

„ fois que certaines ſubſtances méta liques „ ſe trouvent diſſoutes par un acide quel qu'il „ ſoit, & que le Sel marin ou ſon principe „ ſalin eſt de la partie, ou qu'il y ſurvienne, „ il leur enleve à tous les ſubſtances métal- „ liques, ayant plus de relation ou de rap- „ port avec elles que les autres; peut-être ce „ rapport roule-t-il ſur ce que ces ſubſtances „ métalliques ſont Mercurielles.] C'eſt tou-tefois ce que ce Sel fait ici par ſon principe ſa-lin à l'égard du Mercure même, il l'enleve à l'acide vitriolique qui le tenoit enchaîné dans le Turbith, & l'éleve avec lui en Su-blimé, laiſſant en arriere ſa terre, que l'aci-de vitriolique ſaiſit à ſon tour.

Par ces deux opérations *les principes conſti-tutifs* de notre Sel deviennent évidens; il pré-cipite d'abord le Mercure en Turbith miné-ral; & le Mercure ne peut devenir Turbith que par l'acide vitriolique: notre Sel a donc cet acide pour ſon principe ſalin.

Ce Sel auſſi ne peut avoir pour deuxieme principe que la Terre du Sel marin, parce que, comme je l'ai déja dit, l'acide vitrioli-que ne peut qu'avec cette ſubſtance-là former un Sel, qui ait les proprietés & la configu-ration des Criſtaux, comme le Sel du Dau-phiné les a lui-même & *communes* avec celui de Glauber: c'eſt ce que la deuxieme opéra-tion confirme, où l'acide vitriolique de no-tre Sel, qui étoit tranſporté ſur le Mercure, retrouvant dans le Sel marin une terre ſem-blable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Eſ-prit de Nitre, forme de nouveau avec elle un Sel criſtalliſé comme le premier que j'avois em-

employé, & doué des mêmes proprierés.

Ainſi le Sel du Dauphiné a les mêmes principes que celui de Glauber; ainſi il eſt encore par-là lui-même *un vrai Sel de Glauber*, que j'appelle à juſte tître *naturel*, parce que l'art ne contribue rien pour ſa compoſition, la nature l'ayant elle-même travaillé dans la terre, dont on ne fait que le ſéparer par le moyen de l'Eau.

Et c'eſt-là ce que je m'étois propoſé de vérifier aujourd'hui.

Avant de finir, on me permettra de faire quelques réflexions ſur mon ſujet, *comme ſortant de la terre.*

Environ vers le milieu du ſiecle paſſé, *Glauber* fit connoître ſon *Sel*, que *Kunckel* pourtant aſſûre dans ſon *Laborat. Chymic.* avoir été connu ſous un autre nom cent ans auparavant dans la Maiſon Electorale de Saxe. Quoi qu'il en ſoit, nous en devons la connoiſſance & la compoſition au premier, lequel après en avoir vû des effets qui le ſurprenoient lui-même, lui donna l'épithete d'*Admirable*. En effet, ce Sel a eu depuis ſon tems bien de la réputation, particulierement pour l'uſage intérieur, & la ſoûtient encore aujourd'hui. Mais on étoit fort éloigné de croire alors, & même long-tems après, qu'il ſe trouvoit ſon pareil dans le ſein de la terre, ou dans la Nature, dont pourtant il ne me ſera pas difficile de prouver préſentement la vérité.

Il y a quelques quarante ans, que M. *Liſter*, tirant des Eaux minerales d'Angleterre un Sel qui lui étoit inconnu, & dont les appar

parences extérieures approchoient en quelques choſes du Salpêtre, l'appella *Nitrum calcarium*. Cependant ce prétendu Nitre eſt au fond un vrai *Sel de Glauber*, vérifié par la figure que cet Auteur en donne lui-même, & par les effets qu'il en rapporte dans ſon livre *De Fontibus medicatis Angliæ*, de 1682.

Après Liſter, M. *Grew* publia en 1696 le *Sel d'Epſom:* mais quelque connu qu'il ſoit depuis dans toute l'Europe, ſon mélange & le vrai caractere nous ont été cachés longues années: & quoiqu'ils ne ſoient pas encore tout à fait éclaircis (car ce Sel n'eſt pas ſimple) je puis du moins aſſûrer, que *celui de Glauber* en fait une bonne partie, ſoit que le Sel d'Epſom vienne de la Source minérale de cet endroit, ſoit, comme l'aſſûre M. Slare, Membre de la Societé Royale de Londres, qu'on le tire depuis quelques années d'une mine de Sel commun foſſile, avec lequel il ſe trouve confondu, & dont on le ſépare par le moyen de la criſtalliſation après les avoir diſſouts enſemble, & dépouillés des impuretés terreuſes qui y ſont mêlées: dans les *Tranſactions philoſophicales* de 1714.

M. *Stahl*, & je crois qu'il eſt le premier, reconnut enſuite au vrai le *Sel de Glauber* dans les Acidules ou Eaux minérales ferrugineuſes, & ne balança pas de le mettre au nombre des *Sels minéraux*, qui ſont ceux que la terre fournit: dans ſon *Specimen Beccherianum* de 1703, & dans ſon *Traité des Sels*, imprimé depuis.

Après lui, M. *Hoffmann*, encore actuellement Profeſſeur à Halle, découvrit une Source

ce d'Eau minérale bien amere & purgative, dont la livre, au rapport de M. Henckel, donne deux gros de *Sel* pareil aux précédens, & qui ſe convertit aiſément en Foye de Soufre. C'eſt dans ſes *Obſervations Phyſiques & Chymiques* de 1722.

Je puis ajoûter, qu'il y a trois ans que j'eus occaſion de faire reconnoître, dans une Aſſemblée de cette Académie, le *Sel cathartique*, que l'on trouve auprès de Madrid, pour un vrai Sel de Glauber; comme j'ai encore aujourd'hui l'avantage de faire connoître le *Sel du Dauphiné* pour ſon ſemblable.

Par ces faits il eſt bien conſtant, que cette eſpece de Sel, que nous appellons *de Glauber*, ſe trouve *naturellement* dans le ſein de la terre, & peut-être même en plus grande abondance que nous n'avons pû préſumer juſqu'ici. Et comment ne s'y trouveroit-il pas? La Nature, qui travaille ſans ceſſe à décompoſer les Mixtes & à les changer en d'autres, rencontrant, pour ainſi dire, ſous ſes mains des matieres vitrioliques, ſulphureuſes ou alumineuſes avec le Sel marin, ou du moins avec ſa terre, produira auſſi-bien par-là cette ſorte de Sel, que nous faiſons par le ſecours de l'Art, non ſeulement avec l'Huile de Vitriol, mais encore avec le Vitriol lui-même, ou l'Alun & le Sel marin: Et alors ce Sel (étant une fois dans cet état) s'il eſt détrempé & diſſous par des Eaux ſoûterraines, qui ont de l'iſſue, il s'écoulera avec elles, tantôt *ſeul*, & produira des Eaux ameres, dont Galien a déja fait mention; tantôt *mêlé avec d'autres matieres minérales*, comme il l'eſt dans quel-

quelques Acidules : Si au contraire le Diſſolvant général des Sels lui manque, il reſtera comme arrêté & ſupprimé dans la terre, dont on le retirera, quand on aura l'avantage de le reconnoître ; comme on le fait depuis peu auprès de Neuſol en Hongrie, où ce Sel, au rapport de M. *Hermann* dans une Diſſertation faite à ce ſujet, eſt attaché aux parois & dans les fentes d'un roc, qui ſe trouve dans les creux d'une Mine de Cuivre.

Juſques-là nous avons vû, que le Sel de Glauber eſt *naturellement* dans le ſein de la terre, & qu'on l'en a tiré en différens païs. Je pourrois ajoûter que j'en ai trouvé, en quantité raiſonnable, dans une Plante calcinée ou brûlée. Mais, comme je ne ſuis pas encore certain ſi ce Sel a paſſé formellement & en ſa propre ſubſtance dans la Plante, par la ſuppoſition que l'on peut faire que le terrain où elle croît, en ſoit rempli ; ou ſi dans la calcination, le feu y ayant rencontré ſes principes conſtitutifs, les a uni, & produit par-là notre Sel ; je différerai d'en entretenir la Compagnie, juſqu'au tems que j'aurai plus de certitude de l'un ou de l'autre.

On diroit que ce Siecle nous ſera favorable pour la découverte du Sel de Glauber naturel.

Au reſte, il y a lieu de croire, que quand la Médecine aura pris connoiſſance de notre Sel du Dauphiné, elle lui accordera la place qu'il mérite dans la Matiere Médicinale, non ſeulement parce que nous l'avons dans le Royaume, mais principalement parce qu'il produit les mêmes effets ſur le Corps humain qu'un

qu'un bon Sel de Glauber, & que d'ailleurs il a le caractere de perfection en ce genre de Sels, qui eſt: Qu'il ne s'humecte point à l'air; qu'il n'altere point la teinture du Tournesol & des fleurs de Violettes; & que lui-même n'eſt point altéré par l'Huile de Vitriol, comme ceux de ſes ſemblables, qui ont encore retenu du Sel marin. Ces trois articles ſont autant de preuves de la juſte proportion qu'il y a entre ſes principes.

OBSERVATIONS SUR LE PORC-ÉPIC;

Extraites de Mémoires & de Lettres de M. Sarrazin, Médecin du Roi à Québec, & Correſpondant de l'Académie.

Par M. DE REAUMUR.

DANS les Mémoires que l'Académie a donnés en 1666, pour ſervir à l'Hiſtoire Naturelle des Animaux, on trouve une Deſcription anatomique de ſix Porcs-épics, qui ne nous empêchera pas de communiquer les obſervations de M. Sarrazin; il eſt de ces obſervateurs qui peuvent fort bien ſaiſir ce qui a échappé aux grands maîtres ſur des matieres qu'ils ont traitées. Mais il y a tout lieu de croire que, malgré la reſſemblance des noms, les nouvelles recherches n'ont pas été

é faites ſur les mêmes animaux que les an-
ennes ont eu pour objet. Il s'agit dans les
ıes & dans les autres de Porcs-épics, mais
'obablement d'eſpeces différentes, & peut-
re auſſi différentes entre elles qu'elles le
ınt l'une & l'autre de notre Hériſſon.

Les Porcs-épics qui ont été anciennement
ſſéqués par les Anatomiſtes de l'Académie
toient d'Afrique; leur muſeau reſſembloit à
elui d'un Lievre; leur levre ſupérieure étoit
ndue. Le Canada eſt le païs natal de ceux
u'a diſſéqués M. Sarrazin; il m'a trouvé à
ur muſeau aucune reſſemblance avec celui
es Lievres, quoiqu'il fût qu'elle leur eût
té donnée par d'anciens Naturaliſtes qui n'a-
oient apparemment jamais vû de Porcs-épics
'Amérique. Il le compare pour la forme,
celui d'une eſpece de Rat, nommé le *Si-
leur*, qu'il a décrit ci-devant ſous le nom de
Rat des Alpes. Le plus grand des Porcs-épics
lont on a donné la deſcription, avoit dix-huit
ouces depuis le muſeau juſqu'à l'extrémité
les pieds de derriere allongés. M. Sarrazin
trouvé aux ſiens dix-huit pouces depuis le
nuſeau juſqu'à la racine de la queue; ils
toient donc au moins auſſi grands que les
ıutres: cependant les plus longs picquans
les ſiens n'avoient que trois à quatre pouces,
& les autres en avoient de longs d'un pied.
Une ſi grande différence dans la longueur
les picquans, ſuffiroit ſeule pour établir une
lifférence d'eſpece entre des animaux qui
ious paroiſſent ſur-tout remarquables par ces
mêmes picquans. Mais les diſſections nous
apprendront qu'outre les différences exté-
rieures,

Le poil de la quatrieme eſpece eſt roux. Il a deux pouces de longueur; il eſt un peu friſé; il eſt épars ſur la tête.

Celui de la cinquieme eſpece, qui eſt un peu plus roux que le précédent, eſt rude, & arrangé le long des parties latérales de la queue.

Celui de la ſixieme eſpece eſt un poil noir, long d'environ un pouce. Il eſt fort rude; il eſt placé autour des parties naturelles, & ſous la queue.

Le poil de la ſeptieme eſpece couvre la gorge, le ventre & l'entre-deux des cuiſſes; il eſt mollet, & de couleur fauve tirant ſouvent ſur le blanc.

Le Porc-épic a environ 24 pouces de longueur, ſavoir quatre pouces depuis le bout du muſeau juſqu'à la premiere vertebre du col; & de-là juſqu'à la racine de la queue il en a quatorze; & enfin la queue en a ſix.

La tête a trois pouces d'une oreille à l'autre: chaque oreille a environ trois lignes de longueur, & un peu plus de largeur. Elles ne reſſemblent point à l'oreille de l'Homme, comme y reſſembloient celles des Porcs-épics des Mémoires de l'Académie.

Les dents ſont ſemblables à celles des Animaux qui rongent. Les inciſives ſupérieures ont ſix lignes de longueur, les inférieures en ont dix. Les premieres ſont entaillées en dedans de la profondeur d'environ demi-ligne; les unes & les autres ſont larges de deux lignes.

Les yeux ont trois lignes d'un angle à l'autre. On a remarqué dans les Mémoires de l'Aca-

Académie comme une ſingularité, que le rand coin étoit beaucoup plus haut que le etit; il y a apparence que cette ſingularité e ſe trouve pas dans les Porcs-épics du Canada, du moins M. Sarrazin n'en a rien dit.

Les cuiſſes ont deux pouces & demi de longueur; la jambe en a quatre; le pied eſt plat omme celui du Caſtor; il a deux pouces & emi depuis le talon juſqu'à l'origine des orteils. Il eſt large d'un pouce & demi dans le milieu, & n'a que deux lignes au talon. Il cinq orteils, le gros n'a qu'une ligne de ong, les trois qui ſuivent en ont chacun rois, & le petit eſt un peu plus court. Les ongles ont environ trois lignes de longueur; ls ſont très-forts, ils ſont creux, tranchans, courbés, & très-pointus. Le bras & l'avant-bras ont une longueur égale à celle des jambes & des cuiſſes: pour les mains elles ſont ſemblables à celles des animaux qui rongent, & leurs ongles à ceux des pieds; ſtructure qui donne à cet animal une grande facilité pour grimper, qui lui eſt ſouvent très-néceſſaire.

Les parties contenantes du bas-ventre n'ont rien de particulier. Quand on les a ſéparées, le foye ſe préſente: il occupe non ſeulement l'hypocondre droit, mais encore une partie du gauche; il eſt diviſé en ſix lobes, ſavoir quatre grands & deux petits. M. Sarrazin a remarqué comme une des particularités du Porc-épic, qu'il n'a point de véſicule de fiel, mais que le pore biliaire y ſupplée; ſon conduit s'ouvre dans le *duodenum*. On a trouvé à ceux qui ont été diſſéqués anciennement cet-

te véſicule, mais elle étoit petite, applatie, & preſque vuide.

Une autre particularité encore de celui du Canada, c'eſt qu'il n'a pas d'épiploön; il ne manquoit pas de même à ceux d'Afrique, mais il ne flottoit pas librement ſur les inteſtins, à l'ordinaire. L'eſtomac a huit pouces depuis la partie antérieure juſqu'à la poſtérieure: elles ſont approchées l'une de l'autre par une membrane, qui les tient dans une attitude pareille à celle où ſont les mêmes parties dans le Rat-muſqué. Il contient environ une livre & demie d'eau: il a dans cet état dix pouces de tour dans ſa plus grande largeur. L'iſſue de l'œſophage dans l'eſtomac eſt avancée de dix lignes plus du côté de la partie latérale antérieure que du côté de l'épine; & il eſt bien plus proche du fond que de la partie oppoſée.

La rate a environ un pouce de longueur.

Le pancreas eſt tel que celui du Rat-muſqué.

Les inteſtins ont dix-ſept pieds de longueur, & n'ont d'ailleurs rien de particulier.

La veſſie n'a auſſi rien de particulier, elle peut contenir quatre onces d'eau.

La verge eſt attachée à la levre inférieure de l'os pubis. Elle a deux pouces de long, & trois lignes de diametre. Le balanus eſt long d'environ quatre lignes; il eſt couvert d'une peau chagrinée, comme celui du Caſtor. Il eſt dentelé dans ſa circonférence, c'eſt une eſpece de prépuce.

Les teſticules ont dix-huit lignes de longueur, & environ huit de diametre à leur gros bout,

bout, & deux seulement au petit bout; leur situation ordinaire est en partie dans l'aine. Ils sont appuyés sur les os pubis à côté de la racine de la verge; ils sont cachés sous la peau; ils sont enveloppés dans des bourses que les muscules obliques leur donnent, & au fond desquelles ils sont adhérens, en sorte qu'en rentrant dans le ventre, comme je les y ai trouvés, ils les renversent & les entraînent avec eux, comme cela arrive dans le Rat-musqué.

L'épididime sort du petit bout du testicule, & monte en serpentant le long du testicule même, auquel il est colé de la longueur de sept ou huit lignes.

Le déférent, qui est une continuation de l'épididime, a dans cet endroit une ligne; il passe par les anneaux, entre dans le ventre, dans lequel il s'éleve considérablement en formant une écharpe qui a cinq pouces de longueur; il s'abbaisse en s'approchant du col de la vessie, dans lequel ils ont l'un & l'autre leurs issues séparées, & aboutissent à l'uretre, où il y a une espece de *veru-montanum*. Il a trouvé dans l'extrémité de ces vaisseaux une lame osseuse, mince comme du papier, longue de demi-ligne & moins large encore. Il semble que cette lame serve à tenir leurs extrémités toûjours ouvertes, car ils n'ont dans cet endroit qu'un quart de ligne de diametre.

Ce qui a paru de plus particulier à M. Sarrazin dans l'intérieur du Porc-épic, ce sont les vésicules séminales; elles représentent parfaitement deux de ces especes de fouets à

plusieurs brins de corde noués, ou de ces disciplines à manche appellées martinets, dont l'usage n'est que trop familier à ceux qui montrent les premiers élémens aux enfans. Elles sont posées comme deux de ces martinets renversés; les parties qui ressemblent aux manches sont tournées du côté de la vessie, elles sont les conduits excretoires, qui comme les déférens s'ouvrent aussi dans le *verumontanum*, dont il a été parlé, par plusieurs petits trous, par où la liqueur des vésicules s'échape en forme de rosée; elle est grisâtre. Chaque manche de nos especes de disciplines ou martinets soûtient plusieurs branches qui sont longues, quelques-unes d'un pouce, d'autres un peu plus, d'autres moins; elles sont élevées, & étendues sur les muscles psoas. De distance en distance il y a le long de ces branches de petits nœuds qui sont autant de glandes grosses comme des grains de Chenevis. Ces grains ou especes de nœuds rendent plus parfaite la ressemblance de ces parties avec les martinets ou fouets auxquels on les a comparés.

Les parties naturelles de la femelle du Porc-epic n'ont fait voir rien de particulier, sinon que l'entrée en est de travers.

Si on se donne la peine de comparer les observations anatomiques que nous venons de rapporter, avec celles qui ont été faites sur les Porcs-épics d'Afrique, on trouvera encore dans la structure intérieure de ces animaux des différences que nous n'avons pas fait remarquer; nous ne nous sommes arrêtés qu'à celles qui nous ont semblé les plus considérables.

Le

Le Porc-épic d'Amerique, ou au moins du Canada, eſt un animal lourd; il ſemble qu'il ſoit embarraſſé de ſa peau chargée de tant de picquans; il n'y a point de Chaſſeur qui à la courſe ne le joigne en peu de tems, & qui ne l'aſſomme d'un ſeul coup de bâton donné ſur ſon muſeau. M. Sarrazin penſe que quand il y en auroit eu autrefois en Europe, au moins dans les païs habités, qu'il ne devroit plus y en reſter aujourd'hui. On s'apperçoit même déja en Canada qu'ils y deviennent rares: leur inſtinct pourtant les conduit à demeurer dans les lieux, où ils ont le moins à craindre les hommes; ils ſe tiennent dans les forêts les plus épaiſſes & les moins praticables, comme ſont celles de Pins & de Cedres de Canada. Ils préférent les païs de rochers & de montagnes, aux païs plats: mais ces mêmes païs ſi peu praticables aux hommes, ſont ſouvent habités par d'autres ennemis qui leur ſont auſſi redoutables; les Pecands, les Ours, les Carcajoux leur font une cruelle guerre.

Il n'y a qu'un cas, où le Porc-épic puiſſe par la fuite échaper à de pareils ennemis, c'eſt quand il a le tems de ſaiſir quelque arbre; il y grimpe, il gagne les plus petites branches qui ſuffiſent pour le porter, & ſur leſquelles des animaux plus forts, mais plus peſans, n'oſent aller; là il laſſe leur patience, il y reſte conſtamment juſqu'à ce qu'ils ſoient partis, pour aller chercher une autre proye.

Les arbres creux lui donnent encore un autre aſyle, il entre dans leur cavité la tête

la premiere, & ne laiſſe à l'ouverture que ſa partie poſtérieure qui eſt toute hériſſée des plus courts & des plus forts picquans. Ils ſavent auſſi ſe placer de même dans les cavernes, & dans les trous des rochers.

Mais le Porc-épic ſe met ſouvent en campagne pour chercher l'herbe qu'il aime : quand il eſt ſurpris alors, une de ſes reſſources pour ſa défenſe, eſt de courber ſa tête vers ſa queue, de ſe mettre en boule. Par ce moyen, tout ce qui paroît de ſon corps eſt couvert de picquans, qu'il hériſſe bientôt. Sa gorge & ſon ventre qui en ſont dénués, ſe trouvent dans l'intérieur de la boule. Notre Hériſſon ſait très-bien pratiquer cette manœuvre pour ſe défendre contre les Chiens : c'eſt la ſeule que nous lui ayons vû faire. Mais on aſſûre que le Porc-épic, au lieu de ſe mettre en boule, ſe tapit ſouvent contre terre ; alors ſon ventre & ſa gorge ne ſont pas expoſés ; ſon ennemi ne peut l'attaquer que par le muſeau, que notre animal défend même avec ſes dents. Il n'a le malheur de périr que quand il eſt aſſailli par trop d'adverſaires à la fois, ou par un adverſaire que la faim force à braver tant de picquans.

C'eſt encore une grande queſtion, que de ſavoir ſi le Porc-épic lance ſes picquans. Divers Chaſſeurs ont dit à M. Sarrazin qu'ils ne lui en avoient jamais vû lancer ; les rapports circonſtanciés de pluſieurs autres le font pourtant pancher à croire qu'il les lance. On aſſûre qu'il les abbaiſſe, & qu'il les éleve ſoudainement, qu'il leur fait faire des mouvemens ſemblables à ceux que le vent fait faire

re aux épis de nos moissons, mais plus subits ; que c'est dans ces mouvemens que les picquans sont lancés. D'autres prétendent que ceux qu'il lance sont sur-tout ceux de la queue, que quelquefois ils la frappent contre terre avec force & vîtesse, & que c'est alors que les picquans partent. On cite nombre d'exemples de Chasseurs & de Chiens, qui sans avoir touché de Porcs-épics, se sont trouvés avoir de ces picquans.

Peut-être que les deux sentimens opposés se peuvent concilier. On a imaginé, & les expressions des Anciens tendent à le faire croire, que le Porc-épic décoche ses picquans, comme un arc décoche une fleche. Le Porc-épic ne fait rien de pareil, & c'est ce que n'ont point vû, & que peut-être s'attendoient à voir, ceux qui disent qu'ils ne lui ont point vû lancer de picquans. Mais ces picquans tiennent si peu au Porc-épic, qu'il n'est guere possible qu'il se donne des mouvemens vifs, sans que quelques-uns se détachent ; les mêmes mouvemens qui les détachent, peuvent les porter à quelque distance de l'animal. Ceux qui les ont fait aller le plus loin, disent qu'ils sont poussés à quatre à cinq pieds ; la distance n'est pas grande, & peut-être y a-t-il beaucoup à en rabbattre.

M. Sarrazin a observé lui-même que quand le Porc-épic est pris, qu'il ne lance point ses picquans, que tout ce qu'il fait alors est de s'applatir contre terre.

Ce qui est de très-sûr, c'est que pour peu que la pointe d'un picquant touche quelque corps, elle y tient plus fortement que sa racine

ne ne tient à la peau de l'animal ; ainſi le pi quant y reſte attaché.

M. Sarrazin mit un Porc épic qu'il vouloi diſſéquer, ſur une table couverte d'un tapi de toile cirée, tous les picquans qui touche rent la toile s'y accrocherent ſi-bien, que lorſ qu'il en tira l'animal, ils reſterent tous ſur la toile. Auſſi avons-nous fait remarquer au commencement de ce Mémoire, que la ra cine du picquant du Porc-épic eſt très-déliée Les picquans de nos *Hériſſons* ne ſont pas faits pour ſe détacher aiſément, comme ceux des Porcs-épics. Dans les Mémoires de l'Académie, à la ſuite de la Deſcription anato mique des ſix Animaux de cette derniere eſpece, on a donné celle de deux Hériſſons ; on y a très-bien remarqué qu'il n'a pas comme le Porc-épic un muſcle peauſſier propre à ſecouer la peau, & à en lancer ou faire tomber les picquans. Mais on n'y a pas fait remarquer une ſtructure du picquant, qui fait voir que la Nature a non ſeulement ſongé à l'attacher plus ſolidement que ceux du Porc-épic, mais même auſſi ſolidement qu'il étoit poſſible. La partie du picquant, qui perce la peau, eſt un peu plus menue que ce qui la précede, mais en deſſous de la peau le bout de la racine s'élargit ; il forme une eſpece de tête plate & ronde. En un mot, le picquant du Hériſſon eſt arrêté en deſſous de la peau, comme nous arrêtons diverſes pointes, en les rivant plus proprement que nous ne rivons les pointes des clous ordinaires.

La facilité que les picquans du Porc-épic ont à ſe détacher, & la ſtructure particuliere de

le leur pointe, que nous avons dit, d'après M. Sarrazin, être terminée d'abord par des lentelles, & enfin par une vis, sont cause que les animaux qui l'attaquent, n'en sont pas quittes à aussi bon marché qu'on le penseroit. Il semble qu'il ne s'agit pour eux que du risque de quelques picquures; mais ce ne sont pas les picquures qui sont le plus à craindre, c'en sont les suites. L'animal reste chargé des picquans qui l'ont percé; & comme s'ils avoient conservé l'envie de vanger le Porc-épic qui les a produit, ils poursuivent sa vengeance, même après sa mort; chaque jour ils augmentent la blessure qu'ils ont faite, ils pénetrent de plus en plus dans la peau de l'animal où ils se sont attachés, ils percent ses chairs, & font par la suite des blessures qui rendent l'animal languissant, & qui même le font périr. Le remede est d'arracher ces picquans sur le champ. Les autres Animaux ne connoissent pas plus ce remede que les Chiens le connoissent; mais heureusement que les maîtres de ceux-ci savent les secourir. Les Chasseurs ne manquent point d'ôter ceux qui paroissent attachés à leurs Chiens, lorsqu'ils ont approché d'un Porc-épic. Il y a pourtant des Chiens qui languissent long-tems, & périssent quand ils ont appartenu à des maîtres négligens, ou qui n'ont point vû les traits dont ils avoient été percés.

Les hommes même ne savent pas toujours se garantir contre les suites des picquures du Porc-épic. M. Sarrazin, que sa profession & son savoir mettent à portée de voir les maladies les plus remarquables du Canada, a

été consulté par plusieurs personnes qui étoient réduites dans un pitoyable état, pour n'avoir pas sû se retirer à tems le picquant dont elles avoient été percées. Entre plusieurs exemples, il en cite un dans ses Mémoires, qui ne doit pas être oublié ici. Un nommé d'Orval chassant sur le bord du Lac Champelain, tua d'un coup de Fusil un jeune Ours: il le chargea sur ses épaules, comme le Berger y met quelquefois sa Brebis. L'Ours apparemment avoit vaincu, ou combattu un Porc-épic; quelques picquans étoient restés embarrassés dans son poil. Il y en eut un qui perça la chemise & la peau du Chasseur au dessous de l'épaule. Il sentit la picqûure, sans penser assés à la cause d'où elle pouvoit venir. Le picquant eut le tems de pénétrer, il fit son chemin, & mit bien du tems à le faire. Après cinq années, pendant lesquelles le pauvre Chasseur fût dans un état de langueur continuel, il apperçut la pointe du picquant à la partie antérieure de son corps; il la saisit, & retira peu à peu le picquant: depuis ce jour sa santé commença à se rétablir, & il s'est très-bien porté dans la suite. Aussi l'usage ordinaire des Chasseurs, qui ont tué un Porc-épic, est de le griller sur le champ, pour ne pas courir risque d'être picqués.

La figure de la pointe du picquant met M. Sarrazin en état d'expliquer bien clairement pourquoi le picquant pénétre dans les chairs des Animaux qu'il a commencé à percer. Elle lui permet, cette figure, d'aller en avant; mais elle ne lui permet pas de même de retour-

ourner en arriere. Quelque part où elle ſoit ngagée, elle eſt agitée par le mouvement lternatif ou de ſyſtole & de diaſtole des arte-es; de ces deux mouvemens celui-là ſeul pouſſe avec ſuccès le picquant qui tend à lui faire continuer ſon chemin en avant. D'ailleurs ſoit en marchant, ſoit en agiſſant de toutes les autres façons qui nous ſont familieres, nous donnons des mouvemens preſque continuels à nos muſcles, & ces mouvemens ſont des cauſes très-capables de faire pénétrer les picquans dans les chairs, où ils ſe ſont engagés. L'expérience de l'épi de bled qu'on fait monter le long du bras, eſt connue des enfans; ils ſe divertiſſent à la faire; ils poſent l'épi de bled immédiatement ſur la chair de leur avant-bras, ayant ſes barbes tournées vers les doigs; ils r'accommodent enſuite leur manche de chemiſe, & boutonnent celle de leur veſte; ils agiſſent après à leur ordinaire; l'épi de bled monte alors peu à peu, & ſouvent eſt moins d'une heure à parvenir juſqu'à l'épaule. La méchanique qui fait monter cet épi, & celle qui fait pénétrer le picquant dans les chairs, ſont viſiblement la même.

Souvent le picquant rencontre un os ſur lequel il s'arrête; il y produit une tumeur qui ne ſuppure jamais, elle devient oſſeuſe, & ſubſiſte ſans cauſer aucune douleur. M. Sarrazin avoue ingénuement qu'il n'a jamais ſû donner aucuns conſeils ſalutaires à ceux qui étoient incommodés de picquans qui s'étoient entierement cachés ſous leurs chairs, & qu'alors il ne ſait point de moyen de les

en retirer ; qu'il eſt même difficile de retire le picquant lorſqu'il a pénetré très-avant, quoiqu'il ne ſoit pas encore entré en entier.

Les Chaſſeurs, ſoit François, ſoit Sauvages, prétendent que le Porc-épic vit douze à quinze ans. Ils aſſûrent que les mâles ſont furieux dans le tems du Rhut, qui eſt dans le mois de Septembre, qu'ils ſe déchirent les uns les autres à belles dents, qu'ils s'entrebleſſent de leurs picquans. Ils n'ont pourtant à les craindre que pour leur ventre & leur gorge, le reſte de leur corps étant bien couvert.

Mais dans les approches du mâle & de la femelle, ces mêmes picquans ſemblent devoir être dangereux & pour l'un & pour l'autre. On a voulu faire croire à M. Sarrazin que la femelle ſe ſuſpendoit par ſes cuiſſes à une branche d'arbre la tête en bas, & que le mâle ſe ſoûtenoit ſur une autre branche voiſine par le moyen de ſes mains. Il traite ce récit de fabuleux ; il cite des témoins oculaires qui méritent qu'on leur ajoûte foi, qui aſſûrent avoir vû le Porc-épic approcher de ſa femelle pardevant. Mais on n'explique pas préciſément de quelle maniere.

La femelle du Porc épic met ordinairement bas au mois d'Avril ; elle porte environ ſept mois. On a aſſûré M. Sarrazin qu'elle ne faiſoit jamais qu'un petit à chaque portée. Il en a diſſequé deux pleines, l'une au mois de Février, & l'autre au mois de Mars, qui n'en avoient auſſi qu'un chacune. Ces fœtus étoient couverts de poils & de picquans déja rudes, ſur-tout ceux du dernier ; ils n'étoient pour-

pourtant pas capables d'incommoder la mere. On dit qu'elle n'allaite son petit qu'environ un mois. Elle ne peut plus le soufrir, lorsque les picquans sont devenus trop durs ; pour-lors il vit d'herbe, & s'accoûtume peu à peu à se nourrir d'écorce.

Les Sauvages du Canada teignent en rouge, en noir, en jaune, les picquans du Porc-épic; ils en brodent différentes sortes d'ouvrages d'écorces d'arbres, comme des Corbeilles de diverses grandeurs & figures; ils en brodent aussi des bracelets, des ceintures de cuirs dont leurs femmes se parent. Ces broderies de picquans de Porcs épics sont souvent très-bien faites, & ont l'avantage d'être plus durables que nos broderies de soye, & même que nos broderies d'or & d'argent.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL.

Du 15 Septembre 1727.

Faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis.

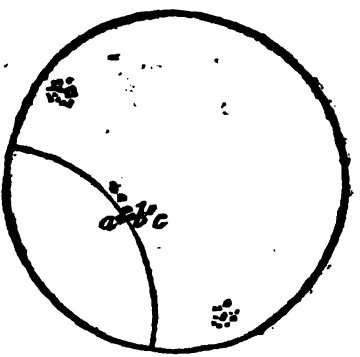
Par M. CASSINI.

LE tems fut très-favorable pour l'observations de l'Eclipse du Soleil, que je me préparai de faire avec une Lunette de 8 pieds, dans laquelle j'avois placé au foyer commun des deux Verres, un Micrometre à réticules paralleles, qui, en s'approchant & s'éloignant les uns des autres, conservent le parallelisme, & comprennent des intervalles égaux entre eux. Je disposai ce Micrometre de sorte,

te, que les fils extrêmes comprenoient exactement l'image du Soleil, & je fis les observations suivantes.

A 6h 26′ 34″ Le Soleil paroît éclipsé d'une très-petite partie.
J'ai jugé par la fin que le commencement a dû arriver à 6h 26′ 4″

32 15 Un doigt.
35 46 Un doigt & demi.
40 1 Deux doigts.
44 41 Deux doigts & demi & un peu plus.
49 22 Trois doigts.
56 42 Trois doigts & demi.
59 3 La petite Tache *a*, est éclipsée.
7 8 43 Trois doigts 50 minutes, le bord du Soleil est éloigné de la Tache *b*, de la moitié de la distance entre les Taches *b* & *c*.



7h 14′ 28″ L'Eclipse diminue, & le bord de la Lune est éloigné de la Tache

che *b*, d'une distance égale à celle qui est entre les Taches *b* & *c*.

28 43 Deux doigts & trois quarts.
31 5 Deux doigts & 25 minutes.
35 38 Deux doigts.
39 40 Un doigt & 25 minutes.
43 24 Cinquante-cinq minutes.
46 54 Vingt-cinq minutes.
48 59 Fin de l'Eclipse.

Il y avoit dans le Soleil trois amas de Taches, dont il n'y en a eu qu'une seule fort petite d'éclipsée. J'ai observé que la distance du bord du Soleil à la Tache marquée *b*, étoit exactement de quatre parties, dont le disque du Soleil en comprenoit douze.

J'ai aussi déterminé la grandeur apparente du diametre du Soleil à la fin de l'Eclipse, de ^{od} 32′ 4″.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES DE L'ANNÉE M. DCCXXVII.

Par M. MARALDI. *

ON a vû plusieurs fois la Lumiere boréale durant l'Hiver, dans le Printems & dan l'Automne de l'année 1727, mais elle n'a paru avec quelque éclat que le 17 Janvier, le 14 Mars & le 19 Octobre, le même jour que parut en 1726 celle qui fut si éclatante. On ne donne point de descriptions particulieres

* 10 Janv. 1728.

res de ces phénomenes, parce qu'ils ont eu les mêmes apparences qu'on a remarquées dans la plûpart de ceux que nous avons observés depuis douze ans. Il suffira de dire qu'ils paroissoient au dessus d'un brouillard adhérant à l'horizon, & qu'ils étoient formés en Arc d'une étendue tantôt plus grande, tantôt plus petite. Ils ont été aussi accompagnés de la même température d'air que ceux des années précédentes, car ils ont paru après qu'on a senti pendant le jour un air doux, & même une chaleur plus grande que l'ordinaire pour la saison.

La Lumiere du 14 Mars a été remarquable par la blancheur extraordinaire qui a paru dans toute son étendue, & durant tout le tems qu'elle a été visible, au lieu que la Lumiere qui formoit les apparences des années précédentes étoit de couleur de feu.

M. Manfredi a observé à Bologne, la nuit du 14 Mars, le même phénomene depuis 11h 29' jusqu'à une heure après minuit qu'il cessa de paroître; il en a déterminé l'étendue le long de l'horizon, de 70 ou 80 degrés, & sa plus grande élévation sur l'horizon, de 5 ou 6 degrés. Nous observâmes son étendue & sa situation, en le comparant avec les Etoiles voisines, & nous trouvâmes que par sa sommité supérieure il rasoit les deux belles Etoiles qui sont dans le bras & dans l'épaule de Céphée, élevées pour-lors sur notre horizon de 21 degrés, ce qui donneroit un argument de Parallaxe d'environ 10 degrés qu'auroit eu ce phénomene entre Paris & Bologne; mais comme l'observation de M. Manfre-

redi a été faite à 11^h 29', qui sont 10^h 52' de Paris, & que notre détermination a été faite à 10 heures, on n'en sauroit conclure avec quelque précision cette parallaxe, à cause du changement qu'il peut avoir fait dans l'intervalle de plus de trois quarts d'heure qu'il y a eu entre ces deux observations.

Le 20 Avril nous avons observé un Cercle lumineux autour du Soleil, qui a duré depuis midi jusqu'à deux heures & demie. Aux deux extrémités du diametre de ce Cercle qui concouroit avec le vertical qui passoit par le centre du Soleil, il y avoit deux lumieres plus fortes que dans le reste du Cercle, dont le diametre étoit de 26 degrés.

On a vû aussi à Paris, & en d'autres lieux éloignés, un feu volant le soir du 13 Novembre, qui a duré quelques secondes de tems, semblable à celui qui fut vû le 30 Mars de l'an 1719.

Observations sur la quantité de Pluye qui est tombée pendant cette année 1727.

En Janvier.	12 ½	En Juillet	12 ⅜
Fevrier.....	6	Août	2 ⅛
Mars.	5	Septembre...	18 ⅛
Avril.	9 ½	Octobre	16 ⅜
Mai	16 ⅛	Novembre...	17 ¼
Juin	27	Decembre ...	19 ⅛

Donc la hauteur de Pluye qui est tombée pendant l'année 1727 à l'Observatoire est de 164 lignes, qui font 13 pouces 8 lignes. Dans

les six premiers mois il a plu 6 pouces lignes, & dans les six derniers 7 pouces lignes.

L'état moyen de la Pluye que nous avons conclu l'année derniere par les observations de 38 années, étant de 17 pouces & demi, il suit que l'année 1727 en est une de sécheresse, puisqu'il en a plu quatre pouces de moins que dans les années moyennes. Malgré la sécheresse de l'année & les longues chaleurs qui ont regné, il y a eu dans ce climat une abondante recolte, parce que les Pluyes sont tombées dans des tems convenables, & que celles du mois de Mai, Juin & de Juillet, qui contribuent le plus à rendre les campagnes fécondes, ont été abondantes, y en ayant eu durant ces trois mois 4 pouces 8 lignes, qui font plus d'un tiers de ce qui en est tombé pendant toute l'année; au lieu que la hauteur de celles de Février, Mars & Août, qui ne sont pas si nécessaires, n'a été que d'un pouce & une ligne.

Observations sur le Thermometre.

Le Thermometre, qui dans les Caves de l'Observatoire & dans un état d'air temperé, se trouve à 48 degrés, & à 31 lorsqu'il commence à geler, a toûjours été au-dessus de 30 dans le mois de Janvier 1727. Il descendit à 30 le 5 & le 6 de Février par un vent de Nord & de Nord-Oüest, & le jour suivant 7 de Février il descendit par un vent du Sud au 28e degré. C'est-là l'état le plus bas où il soit arrivé pendant l'année; ce qui mar-

qu-

que un degré de froid moderé, puiſqu'il n'étoit que trois degrés au-deſſous de celui qui marque le commencement de la gelée. Il eſt à remarquer que le 7 Février, lorſqu'il faiſoit un vent de Sud, le Thermometre s'eſt trouvé plus bas que les deux jours précédens, lorſque le vent étoit Nord & Nord-Oueſt. Cet abbaiſſement du Thermometre par un vent de Sud, vient au moins en partie de ce que ce vent nous a ramené d'abord par une eſpece de reflux qui ſe fait dans l'Athmoſphere, les particules d'un air froid que le vent du Nord avoit pouſſées du côté du Midi; mais ce même vent de Sud ayant continué, a fait hauſſer le Thermometre, & s'eſt fait ſentir temperé, & tel qu'il eſt naturellement.

Par une raiſon ſemblable, lorſqu'après un vent de Sud, celui de Nord commence à ſe faire ſentir, il fait hauſſer le Thermometre, mais il le fait baiſſer s'il continue. Il arrive la même choſe à l'égard de notre ſenſation, qui eſt plus prompte & plus ſubite que n'eſt le mouvement de la liqueur dans le Thermometre, lorſque nous trouvons temperés les vents de Nord, & froids les vents de Midi.

Depuis le 7 Fevrier le Thermometre a continué de s'élever conſidérablement dans les mois ſuivans, juſqu'à ce que le 10 de Mai, ayant été le matin au lever du Soleil à 56 parties, il monta à 2 heures après midi à 70, hauteur où il arrive très rarement durant ce mois. Il continua d'être à une grande élevation tout le reſte du mois de Mai, en Juin & Juillet, de ſorte que le 16 du même mois à 3^{h} après midi, qui eſt celle de la plus grande cha-

chaleur du jour, il se trouva à 73 degrés, 17 à 75, le 18 à 78, & enfin le 7 Août trois heures après midi à 80 degrés, qui est le plus haut où il soit arrivé cette année. Tous ces jours-là il faisoit un vent de Sud & de Sud-Est, qui est celui qui nous amene les plus grandes chaleurs de l'Eté, ainsi que nous l'avons déja remarqué plusieurs fois. Le Thermometre a été assés élevé le reste d'Août & dans *Septembre*; ainsi les chaleurs ayant commencé en Mai, & n'ayant fini qu'en Septembre, ont duré cinq mois, ce qui n'est pas ordinaire dans notre climat.

Quoique les chaleurs ayent duré longtems, elles n'ont pas été des plus grandes, puisqu'en 1706, 1707, 1718 & 1719 le même Thermometre est monté deux degrés plus haut qu'en 1727.

Il y a eu pendant presque toute l'année un grand nombre de Taches dans le Soleil, & quelquefois plus grandes que n'est la surface de la Terre, ce qui n'a pas empêché que nous n'ayons eu de grandes chaleurs. La même chose est arrivée en 1718 & 1719; car quoique dans ces années il y ait eu dans le Soleil un grand nombre de Taches, les chaleurs ne laisserent pas d'être des plus excessives qu'il ait fait depuis qu'on fait ces remarques; ainsi par les observations de ces trois années, on voit que les Taches du Soleil ne portent aucune diminution sensible dans la chaleur que nous sentons sur la Terre, comme quelques-uns se le sont imaginé.

En effet, quand il y auroit en même tems dans le Soleil quatre ou cinq Taches, des plus

plus grandes que nous ayons obſervées juſqu'à préſent dans cet Aſtre, elles n'occuperoient que la deux-millieme partie de ſa ſurface, ce qui n'eſt pas ſenſible à l'égard du reſte qui eſt ſans Taches. On doit donc attribuer la différente température d'air qui regne dans les mêmes Saiſons en différentes années, aux différens vents, aux différentes exhalaiſons de la Terre, & aux nuages qui couvrent notre hémiſphere plus en une année que l'autre, & qui empêchent les rayons du Soleil de venir juſqu'à la Terre, & de l'échauffer, ainſi que nous l'avons déja remarqué dans un autre Mémoire.

Quoi que les plus grandes chaleurs n'arrivent pas tous les ans aux mêmes jours, & & qu'il y ait des variations d'une année à l'autre, tant à cauſe de la diverſité des vents, que des autres accidens auxquels notre Athmoſphere eſt expoſée, on voit cependant par les obſervations d'un grand nombre d'années, qu'elles ſe font très ſouvent ſentir vers le commencement d'Août, comme il eſt arrivé encore cette année; car elles ont été les plus grandes au 7e. du même mois, environ 45 jours après le ſolſtice d'Eté.

De même, quoique la plus grande chaleur du jour ne ſe rencontre pas perpétuellement à la même heure, on voit néanmoins qu'elle arrive le plus ſouvent à 3 heures après midi, quand il ne ſurvient point pendant le jour des nuages qui interrompent la continuation de la chaleur: ainſi dans ce climat il y a à peu près un même rapport entre le tems du midi & celui de la plus grande chaleur du jour, qu'eu-

qu'entre le tems du solstice d'Eté & celui de la plus grande chaleur de l'année ; car comme 3 heures sont la 8e. partie du jour, ainsi 45 jours sont la 8e. partie de l'année.

Sur le Barometre.

Le Barometre s'est soûtenu à une grande hauteur presque toute l'année; il est monté à 28 pouces 4 lignes le 1. Décembre ; & il est descendu à 27 pouces 1 ligne le 28 du même mois : ainsi la variation a été de 1 pouces 3 lignes. On n'a point eu de vents violens que la nuit du 4 au 5 Janvier, qui ne durerent que pendant la nuit.

Sur la Déclinaison de l'Aimant.

La Déclinaison de l'Aimant observée le 3 Janvier 1728 avec la Bousole ordinaire de 4 pouces, s'est trouvée de 14 degrés 0′ vers le Nord-Oüest. En 1724 elle avoit été de 13 degrés. Elle a donc varié d'un degré en 4 ans, ce qui est en raison d'un quart de degré ou 15 minutes par an. C'est aussi le changement qui résulte de la comparaison des plus anciennes observations que nous ayons avec les modernes ; ainsi, quoique depuis 1720 jusqu'en 1724 elle n'ait fait aucun changement sensible, & que pendant ces quatre années la déclinaison ait toujours été de 13 degrés, depuis 1724 elle continue de faire son progrès ordinaire, comme elle avoit fait avant.

F I N.

DENER LIBRARY
K ISPZ R